УДК 532.5.032

Е. В. СКРИННИКОВ[1], А. И. КОНДРАТЕНКО[2], В. Н. КОХАНЕНКО[1], С. И. ЕВТУШЕНКО[3], Д. Б. КЕЛЕХСАЕВ[1]

[1]Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М. И. Платова, Новочеркасск, Россия
[2]Российский государственный аграрный университет – Московская сельскохозяйственная академия им. К. А. Тимирязева, Москва, Россия
[3]Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПНЕВМОГИДРАВЛИЧЕСКОЙ РЕССОРЫ

Приводится решение нелинейных уравнений вынужденных колебаний, возникающих при движении сельскохозяйственных машин в реальных условиях. Считается, что вынуждающая сила имеет постоянное значение в течение заданного промежутка времени, причем движение поршня гидроцилиндра может осуществляться в любую сторону (ямка или выступ). Начальные условия решения предполагают движение из состояния покоя. Для случая малых колебаний системы получены зависимости от времени скорости и ускорения поршня гидроцилиндра.

Ключевые слова: внешнее возмущение, пневмогидравлическая рессора, вертикальные колебания кузова, решение нелинейных уравнений.

Пневмогидравлическую рессору (ПГР) можно рассматривать как отдельный элемент, встроенный в систему самоходных машин, позволяющий нейтрализовать вертикальные колебания кузова и создать комфортные условия для работы оператора. Поэтому изучение динамики ПГР является актуальной задачей. Подобными задачами при рассмотрении колебаний зданий и сооружений различного назначения занимались авторы работ [1–4]. В статье [5] получено уравнение, описывающее свободные колебания ПГР. Целью представленной работы является анализ вынужденных колебаний системы, соответствующих переезду машины через ямку или выступ.

Уравнение, описывающее вынужденные колебания ПГР, имеет вид

$$\ddot{x} + n\,\mathrm{sign}(\dot{x})\,\dot{x}^2 + \alpha x = F(t), \qquad (1)$$

где x – перемещение поршня от положения равновесия; n, α – обобщённые параметры системы ПГР; $F(t)$ – удельная сила внешнего воздействия. Точки над переменными означают их дифференцирование по времени.

Полагаем, что при переезде препятствия в течение некоторого промежутка времени t^* вынуждающая сила принимает постоянное значение, т. е.

$$F(t) = D^* = \text{const}; \quad 0 \le t \le t^*. \tag{2}$$

Учитываем, что движение начинается из состояния покоя, поэтому начальные условия имеют вид

$$t = 0: \quad x = x_0 = 0; \quad \dot{x} = v_0 = 0. \tag{3}$$

Для построения решения уравнения (1) сначала приведём решение уравнения малых свободных колебаний системы

$$\ddot{x} + n\,\text{sign}(\dot{x})\,\dot{x}^2 + \alpha x = 0. \tag{4}$$

При условии $2nx \ll 1$ согласно теории метода переменного масштаба, изложенной в [6], амплитудная функция имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{\alpha}{2}\left[e^{2nx}\left(2nx - 1\right) + 1\right]}. \tag{5}$$

При движении поршня гидроцилиндра в сторону оси OX имеем $n > 0$, в противном случае – $n < 0$.

Считая $2nx \ll 1$, из (5) согласно методу, описанному в [7], находим

$$f(x) \approx x\sqrt{\alpha\left(1 + 2nx\right)} \approx x\sqrt{\alpha}. \tag{6}$$

Уравнение

$$f(x) = D\cos\varphi(t) + B\sin\varphi(t),$$

где D, B – постоянные, представляет собой решение нелинейного уравнения (4) в неявной форме. С учётом (6) получаем

$$x = x_{\text{общ}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left[D\cos\varphi(t) + B\sin\varphi(t)\right].$$

Частное решение уравнения (1) при условии (2) имеет вид

$$x_{\text{част}} = \frac{D^*}{\alpha}.$$

Тогда общее решение уравнения (1) будет следующим [8]:

$$x = x_{\text{част}} + x_{\text{общ}} = \frac{D^*}{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left[D\cos\varphi(t) + B\sin\varphi(t)\right];$$

$$\dot{x} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\left[-D\sin\varphi(t) + B\cos\varphi(t)\right]\dot{\varphi}(t).$$

Учитывая условия (3), получаем систему уравнений для определения постоянных D, B

$$\begin{cases} 0 = \dfrac{D^*}{\alpha} + \dfrac{1}{\sqrt{\alpha}}\big[D\cos\varphi(0) + B\sin\varphi(0)\big]; \\ 0 = \dfrac{1}{\sqrt{\alpha}}\big[-D\sin\varphi(0) + B\cos\varphi(0)\big]\dot{\varphi}(0). \end{cases} \qquad (7)$$

Согласно [6] с учётом (6) имеем

$$\dot{\varphi}(t) = f'(x)e^{-nx} = \sqrt{\alpha}e^{-nx},$$

или, раскладывая экспоненту в ряд Тейлора,

$$\frac{d\varphi}{dt} = \sqrt{\alpha}(1 - nx).$$

Интегрируя, получим

$$\varphi = \sqrt{\alpha}\int\limits_0^t (1 - nx)dt.$$

С учётом неравенства $nx \ll 1$

$$\varphi = \sqrt{\alpha}\,t.$$

Тогда

$$\varphi(0) = 0; \quad \dot{\varphi}(0) = \sqrt{\alpha}.$$

Следовательно, система (7) перепишется в виде

$$\begin{cases} 0 = \dfrac{D^*}{\alpha} + \dfrac{1}{\sqrt{\alpha}}D; \\ 0 = \dfrac{1}{\sqrt{\alpha}}B\sqrt{\alpha}. \end{cases}$$

Отсюда

$$B = 0; \quad D = -\frac{D^*}{\sqrt{\alpha}}.$$

При достижении времени $t = t^*$

$$x(t^*) = \frac{D^*}{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\Big[D\cos\varphi(t^*)\Big];$$

$$\dot{x}(t^*) = -D\sin\varphi(t^*)\cdot\dot{\varphi}(t^*).$$

Далее после прекращения действия внешней силы решаем задачу определения параметров свободных колебаний системы [9].

Таким образом, предложенная модель позволяет определить амплитудные и частотные характеристики системы ПГР с учётом внешних возмущений. Она будет полезна исследователям при разработке самоходных машин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Воронцов, Г. В.** К задаче математического моделирования гасителей колебаний высотных сооружений / Г. В. Воронцов, С. И. Евтушенко // Вестник МГСУ. – 2009. – № 1. – С. 127–131.

2 **Burtseva, O. A.** Roller seismic impact oscillation neutralization system for high-rise buildings / O. A. Burtseva, A. N. Tkachev, S. A. Chipko // Procedia Engineering. – 2015. – № 129. – P. 259–265.

3 **Воронцов, Г. В.** Линеаризованная модель магнитоупругости сложных мостов / Г. В. Воронцов, С. И. Евтушенко // Известия вузов. Электромеханика. – 2009. – № 2. – С. 75–78.

4 **Воронцов, Г. В.** К задаче оптимизации параметров инерционных автономных гасителей колебаний высотных сооружений / Г. В. Воронцов, С. И. Евтушенко // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Техн. науки. – 2009. – № 2. – С. 81–90.

5 Динамическая модель пневмогидравлической рессоры / П. В. Сиротин [и др.] // Механика. Исследования и инновации. – 2020. – Вып. 13. – С. 201–204.

6 **Бондарь, Н. Г.** Некоторые автономные задачи нелинейной механики / Н. Г. Бондарь. – Киев : Наукова думка, 1969. – 302 с.

7 **Камке, Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М. : Наука, 1976. – 576 с.

8 **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1970. – 720 с.

9 Собственные колебания пневмогидравлической рессоры / В. Н. Коханенко [и др.] // Механика. Исследования и инновации. – 2020. – Вып. 13. – С. 63–67.

E. V. SKRINNIKOV[1], A. I. KONDRATENKO[2], V. N. KOKHANENKO[1],
S. I. EVTUSHENKO[3], D. B. KELEHSAEV[1]
[1]Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Russia
[2]Timiryazev Russian State Agrarian University – Moscow Agricultural Academy, Moscow, Russia
[3]Moscow State University of Civil Engineering (National Research University), Moscow, Russia

FORCED OSCILLATIONS OF A HYDRO-PNEUMATIC SPRING

The article provides a solution to nonlinear equations of forced oscillations arising from the movement of agricultural machines in real conditions. It is considered that the driving force has a constant value for a given time interval, and the movement of the hydraulic cylinder piston can be carried out in any direction (hole or protrusion). The initial conditions for the solution imply movement from a state of rest. For the case of small system oscillations, the time dependences of the hydraulic cylinder piston velocity and acceleration are obtained.

Keywords: external disturbance, pneumohydraulic spring, vertical body vibrations, solution of nonlinear equations.

Получено 08.10.2020