УДК 539.375

Г. П. ТАРИКОВ[1], *Е. М. АКУЛОВА*[2]
[1]*Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь*
[2]*Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Гомель, Беларусь*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ РЕЛЬСА ПРИ ЕГО КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С КОЛЕСОМ

Решается задача об определении трещиностойкости рельса в системе «рельс – колесо». Приводится способ определения трещиностойкости рельса, учитывающий контактный характер взаимодействия рельса и колеса. Этот способ основан на совместном использовании теории контактных задач и механики разрушения. Представлен числовой пример.

Ключевые слова: колесо, рельс, контактная задача, коэффициент интенсивности напряжений, трещиностойкость.

Обычно при решении контактной задачи для системы «рельс – колесо» находят наибольшее давление p_0, передающееся через площадку контакта. Однако его нельзя использовать для оценки прочности рельса (колеса), так как материал находится в сложном напряженном состоянии, а главные напряжения σ_1, σ_2 и σ_2 оказываются величинами одного порядка. Поэтому необходимо использовать теории прочности. Как показывают данные [1], в условиях всестороннего сжатия (которое имеет место при контактном взаимодействии) наиболее точные результаты дает применение третьей теории прочности. В соответствии с ней оказывается, что наибольшее расчетное напряжение имеет место не в точках площадки контакта, а в местах, расположенных на некоторой глубине под ней. Точки, в которых достигается предельное напряженное состояние, могут занимать малую область небольшой высоты в подповерхностном слое, в которой нарушается сплошность материала. Поэтому ее можно принять за трещину.

Выполним исследование трещиностойкости рельса, применяя методы механики разрушения. Будем считать, что трещина имеет эллиптическую форму, она параллельна площадке контакта и расположена на некоторой глубине под ней (рисунок 1). Анализ построим на использовании понятия «коэффициент интенсивности напряжений» (КИН).

В рассматриваемом случае КИН нормального отрыва K_1 и поперечного сдвига K_2 можно определить по формулам [2]

$$K_1 = F_{\mathrm{I}} p_0 \sqrt{\pi a}\ ;\quad K_2 = F_{\mathrm{II}} p_0 \sqrt{\pi a}\ ; \qquad (1)$$

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - x^2 / c^2}\ ;\quad q(x) = f\, p(x)\ . \qquad (2)$$

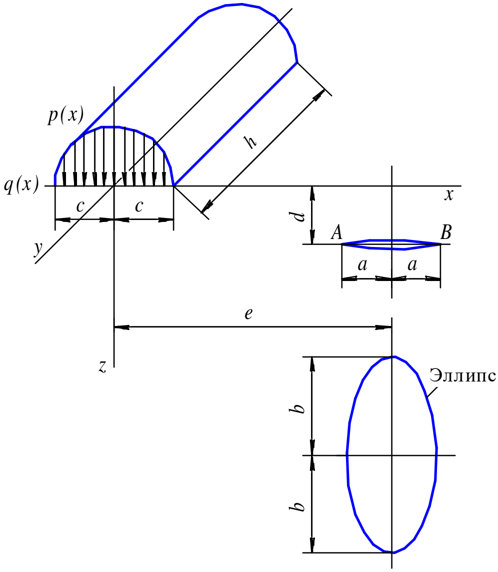

Рисунок 1 – Расчетная схема

Здесь F_{I}, F_{II} – безразмерные КИН I и II рода; p_0 – максимальное давление на площадку; a – полуось эллиптической трещины; c – полуширина площадки контакта; f – коэффициент трения скольжения.

Как известно, коэффициентом трения f в инженерной трибологии называется отношение силы трения F к нормальной силе N, прижимающей тела друг к другу. Этот параметр применим как при чистом скольжении, так и в случае сочетания скольжения с качением в любой пропорции, вплоть до качения без проскальзывания. При увеличении отношения скорости скольжения к скорости качения (т. е. величины проскальзывания) коэффициент трения f возрастает, достигая при проскальзывании, составляющем около 3 %, постоянного значения $f^{\text{пред}}$, приблизительно равного коэффициенту f_{c} трения скольжения. При чистом скольжении коэффициент трения между колесом и рельсом зависит в основном от загрязненности их поверхностей. В эксплуатации обычно преобладают загрязнения, снижающие силу трения.

Для упругого тела напряженное состояние в фронте трещины полностью определяется коэффициентом интенсивности напряжений K_1 нормального отрыва, поэтому он лежит в основе силовых критериев линейной механики разрушения. Критерий Ирвина (для нормального отрыва) формулируется так: трещина начинает распространяться в упругом теле, когда значение КИН достигает некоторого критического для данного материала значения. Величина K_1, при достижении которой трещина будет распространяться неустойчиво, является константой материала, называемой вязкостью разрушения или критическим коэффициентом интенсивности напряжений. Критический КИН при статическом приложении нагрузки в условиях плоской деформации обозначается через $K_{1\text{c}}$. Следовательно, условие разрушения для тела с трещиной имеет вид

$$K_1 = K_{1\text{c}} \text{ или } \frac{K_1}{K_{1\text{c}}} = 1\,. \tag{3}$$

В задаче о контактном взаимодействии рельса и колеса имеет место сочетание нормального отрыва и поперечного сдвига. В этом случае вместо формулы (3) полагают, что

$$\left(\frac{K_1}{K_{1c}}\right)^m + \left(\frac{K_2}{K_{2c}}\right)^m = 1 . \tag{4}$$

где K_2, K_{2c} – КИН и критический КИН поперечного сдвига; m – параметр, зависящий от свойств материала.

Приведенная формула хорошо описывает разрушение широкого класса конструкционных материалов. В ней K_1 и K_2 отражают геометрическую форму тела с трещиной и условия нагружения, а K_{1c} и K_{2c} являются характеристиками материала и характеризуют его способность сопротивляться распространению трещин. Полагая в формуле (4) $m = 1$, получаем

$$\frac{K_1}{K_{1c}} + \frac{K_2}{K_{2c}} = 1 . \tag{5}$$

Условие разрушения форме (5) предложил Л. М. Качанов [3].

Принимая в (4) $m = 2$, будем иметь

$$\left(\frac{K_1}{K_{1c}}\right)^2 + \left(\frac{K_2}{K_{2c}}\right)^2 = 1 . \tag{6}$$

Условие разрушения (6) предложили Ф. Эрдоган и Г. Си [4]. В дальнейшем будем использовать уравнение (6), так как оно лучше подтверждается экспериментальными данными.

Формулу (6) перепишем в таком виде:

$$K_1^2 + \left(\frac{K_{1c}}{K_{2c}}\right)^2 K_2^2 = K_{1c}^2 .$$

Введем обозначение

$$\gamma = \frac{K_{1c}}{K_{2c}} . \tag{7}$$

Тогда придем к уравнению

$$K_1^2 + \gamma^2 K_2^2 = K_{1c}^2 .$$

Подставляя формулы (1), находим

$$p_0 \sqrt{\pi a}\left(F_{\mathrm{I}}^2 + \gamma^2 F_{\mathrm{II}}^2\right)^{1/2} = K_{1c} ;$$

$$p_0 = \frac{K_{1c}}{\sqrt{\pi a}\left(F_{\mathrm{I}}^2 + \gamma^2 F_{\mathrm{II}}^2\right)^{1/2}} . \tag{8}$$

Полученное соотношение определяет величину давления p_0, входящего в формулу (2). Численные значения входящих в формулы (7) и (8) величин K_{1c} и K_{2c} для разных материалов можно найти в справочнике [5].

По формуле (8) из расчета на трещиностойкость можно определить величину $p_0 = p_0^{\text{т}}$, при которой трещина начнет распространяться неустойчиво. Также для случая «рельс – колесо» можно найти значение $p_0 = p_0^{\text{к}}$ из решения контактной задачи. Условие прочности рельса с трещиной примет вид

$$p_0^{\text{к}} < p_0^{\text{т}}. \tag{9}$$

Приведем без вывода основные результаты решения задачи о контактном взаимодействии рельса и колеса, представленные в работе [6]. Эта задача сводится к решению двумерного интегрального уравнения первого рода

$$\delta - \frac{x_1^2}{2R_1} - \frac{x_2^2}{2R_2} = \frac{(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2\pi} \iint\limits_{\Omega} p(y_1, y_2) \frac{1}{R} dy_1 dy_2 \text{ при } (x_1, x_2) \in \Omega. \tag{10}$$

Здесь δ – сближение упругих тел (колеса и рельса); x_1, x_2 – координаты точек площадки контакта Ω (ось x_1 направлена параллельно продольной оси рельса); $\vartheta_i = (1 - \nu_i)/\mu_i$, $i = 1, 2$; ν_i – коэффициент Пуассона; μ_i – модуль сдвига; $R = \left[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2\right]^{1/2}$. Вопросы, связанные с определением величин R_1 и R_2, подробно рассматриваются в работе [7].

Решение уравнения (10) имеет вид

$$p(x_1, x_2) = p_0 \left(1 - \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{x_2^2}{b^2}\right)^{1/2} \text{ при } (x_1, x_2) \in \Omega, \tag{11}$$

где a, b – полуоси эллиптической площадки.

Формула (11) дает закон распределения нормального давления на площадке контакта Ω. Далее

$$p_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{\pi ab} = \frac{3}{2} p_{\text{c}}; \; p_{\text{c}} = \frac{P}{\pi ab}; \tag{12}$$

$$a = [(\vartheta_1 + \vartheta_2) P R_1]^{1/3} \alpha_a; \; \alpha_a = \left[\frac{3}{2\pi} D(e)\right]^{1/3};$$

$$\delta = \left[(\vartheta_1 + \vartheta_2) \cdot \frac{P}{R_1^{1/2}}\right]^{2/3} \alpha_\delta; \; \alpha_\delta = \left[\frac{9}{32\pi^2 D(e)}\right]^{1/3} K(e);$$

$$D(e) = \frac{1}{e^2}\left[K(e) - E(e)\right],$$

где P – нормальная сила, прижимающая колесо к рельсу; e – эксцентриситет эллиптической площадки контакта; $K(e)$ и $E(e)$ – полные эллиптические интегралы.

Величину e можно найти из соотношения

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(1-e^2)\left[K(e)-E(e)\right]}{E(e)-(1-e^2)K(e)}.$$

Малую полуось эллиптической площадки контакта находим по формуле

$$b = a \cdot (1-e^2)^{1/2}.$$

Представленные формулы позволяют решать задачу о трещиностойкости рельса при контактном взаимодействии рельса и колеса. Такое решение состоит из двух частей. В первой решается задача о напряженно-деформированном состоянии рельса и колеса. В результате находятся размеры эллиптической площадки контакта и величина максимального давления p_0 на этой площадке. Значение p_0 определяем по формуле (12) и обозначаем его $p_0^{\text{к}}$ (т. к. оно находится из решения контактной задачи). Во второй части рассматривается задача о трещиностойкости рельса и по формуле (8) находится значение p_0, входящего в формулу (2), при котором трещина в рельсе начнет расти. Эту величину обозначаем $p_0^{\text{т}}$ (т. к. она найдена из решения задачи о трещине). Значения F_{I} и F_{II}, входящие в (8), определяются по [2, рисунки 12.36, 12.37 и таблицы 12.20, 12.21].

При этом, если

$$p_0^{\text{к}} \geq p_0^{\text{т}}, \tag{13}$$

будет наблюдаться рост трещины. При движении колеса по рельсу эти трещины будут сливаться в подповерхностном слое головки рельса, что в свою очередь приведет к дефекту, который называется «горизонтальное расслоение головки рельса».

Рассмотрим методику численных расчетов по предлагаемым формулам.

Решение контактной задачи о взаимодействии рельса и колеса, представленное в работе [8], показало, что $a = 6{,}65$ мм; $b = 4{,}89$ мм; $p_0 = 1175$ МПа.

Выполним расчет трещиностойкости рельса. Имеем

$$K_{1\text{c}} = 23{,}0 \ \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}; \ \gamma = \frac{K_{1\text{c}}}{K_{2\text{c}}} = 0{,}70.$$

В соответствии с формулой (8)

$$p_0 = \frac{K_{1\text{c}}}{\sqrt{\pi a}\left(F_{\text{I}}^2 + \gamma^2 F_{\text{II}}^2\right)^{1/2}} = \frac{23}{\sqrt{\pi \cdot 4{,}89 \cdot 10^{-3}}\left(F_{\text{I}}^2 + \gamma^2 F_{\text{II}}^2\right)^{1/2}} = \frac{186}{\sqrt{F_{\text{I}}^2 + \gamma^2 F_{\text{II}}^2}}.$$

Полагаем (в обозначениях рисунка 1) $a/b = 0{,}5$; $a/c = 1{,}0$; $e/c = -2{,}0$; $d/c = 0{,}25$; $f = 0{,}5$. Тогда по [2] находим $F_{\mathrm{I}} = -0{,}0242$; $F_{\mathrm{II}} = -0{,}143$.

Следовательно,

$$p_0 = \frac{186}{\sqrt{0{,}0242^2 + 0{,}7^2 \cdot 0{,}143^2}} = 1806 \text{ МПа.}$$

В контактной задаче давление распределяется по эллиптической площадке контакта, поэтому

$$P = \frac{2}{3}\pi ab \cdot p_0^{\text{к}}. \qquad (14)$$

В задаче о трещине давление $p(x)$ распределяется по прямоугольнику со сторонами $2a \times 2b$, следовательно,

$$P = \frac{2}{3} 2a \cdot 2b \cdot p_0^{\text{т}} = \frac{8}{3} ab \cdot p_0^{\text{т}}. \qquad (15)$$

Поэтому, приравнивая значения приложенной силы P, получаем

$$\frac{2}{3}\pi ab \cdot p_0^{\text{к}} = \frac{8}{3} ab \cdot p_0^{\text{т}};$$

$$p_0^{\text{т}} = \frac{\pi}{4} p_0^{\text{к}} = 0{,}785 p_0^{\text{к}}.$$

Из формул (14) и (15) следует, что при одной и той же силе P расчетные значения максимальных давлений $p_0^{\text{т}}$ и $p_0^{\text{к}}$ отличаются. С учетом этого условие прочности (9) более правильно представить в виде

$$p_0^{\text{к}} < \frac{\pi}{4} p_0^{\text{т}}, \qquad (16)$$

а условие разрушения (13) – в форме

$$p_0^{\text{к}} \geq \frac{\pi}{4} p_0^{\text{т}} = 0{,}785 p_0^{\text{т}}. \qquad (17)$$

При этом величина $p_0^{\text{т}}$ находится по формуле (8), а величина $p_0^{\text{к}}$ – по выражению (13). В рассматриваемом примере $p_0^{\text{к}} = 1175$ МПа, $p_0^{\text{т}} = 1806$ МПа, следовательно, имеем

$$1175 < 0{,}785 \cdot 1806 = 1417 \text{ МПа.}$$

Поэтому данному случаю соответствует условие прочности (16).

В рассмотренном примере трещина не растет. Однако возможны такие сочетания расчетных параметров, при которых будет выполняться не условие прочности (16), а условие разрушения (17).

Рельс и колесо подвергаются действию нагрузок, изменяющихся во времени. Под действием этих нагрузок в рельсе и колесе накапливаются усталостные повреждения, которые через определенный промежуток времени могут привести к выходу из строя рельса или колеса. Поэтому исследования, связанные с накоплением усталостных повреждений и определением срока службы рельса и колеса, представляют интерес. При этом целесообразно связать эти вопросы с анализом износа системы «рельс – колесо».

Решение задачи о трещиностойкости рельсов получено в работе исходя из предположения, что рельс и колесо неизношенные. Однако представленное решение позволяет учитывать изменение геометрии рельса и колеса. В этом случае величины R_1 и R_2 (см. формулу (10)) должны находиться с учетом накопившегося износа. Дальнейший ход расчета остается прежним.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Беляев, Н. М.** Труды по теории упругости и пластичности / Н. М. Беляев. – М. : Гостехиздат, 1957. – 632 с.

2 Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений : в 2 т. Т. 2 / Ю. Мураками [и др.]. – М. : Мир, 1990. – 1016 с.

3 **Качанов, Л. М.** Основы механики разрушения / Л. М. Качанов. – М. : Наука, 1974. – 312 с.

4 **Erdogan, F.** On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear / F. Erdogan, G. C. Sih // Transactions of the ASME. Ser. D, Journal of basic engineering. – 1963. – Vol. 85, No. 4. – P. 519–525.

5 **Ковчик, С. Е.** Механика разрушения и прочность материалов : справ. пособие : в 4 т. Т. 3: Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и методы их определения / С. Е. Ковчик, Е. М. Морозов. – Киев : Наук. думка, 1988. – 434 с.

6 Контактное взаимодействие рельса и колеса / Н. М. Бородачев [и др.] // Вестник Национального технического университета (Харьковский политехнический институт). – 2014. – № 29. – С. 18–27.

7 **Лурье, А. И.** Теория упругости / А. И. Лурье. – М. : Наука, 1970. – 939 с.

8 **Бородачев, Н. М.** Определение долговечности рельса при его контактном взаимодействии с колесом / Н. М. Бородачев, Г. П. Тариков, Е. М. Акулова // Механика машин, механизмов и материалов. – 2016. – № 3. – С. 53–58.

G. P. TARIKOV[1], E. M. AKULOVA[2]
[1]Belarusian State University of Transport, Gomel, Belarus
[2]Sukhoi State Technical University of Gomel, Gomel, Belarus

DETERMINATION OF RAIL CRACK RESISTANCE IN ITS CONTACT WITH WHEEL

The problem of determining the rail crack resistance in the "rail-wheel" system is solved. A method for determining the rail crack resistance is given, taking into account the contact nature of the rail-wheel interaction. This method is based on the combined use of the theory of contact problems and fracture mechanics. A numerical example is presented.

Keywords: wheel, rail, contact interaction, stress intensity factor, crack resistance.

Получено 22.09.2020