

## **МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ – 2007**

**ISBN 978-985-468-405-5. Механика. Научные исследования  
и учебно-методические разработки. Вып. 2. Гомель, 2008**

---

УДК 378.141.2/.5:531

*А. О. ШИМАНОВСКИЙ, И. Е. КРАКОВА, А. В. КОВАЛЕНКО*  
*Белорусский государственный университет транспорта, Гомель*

### **ИТОГИ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ 2007 года**

Приведена информация о Международной олимпиаде по теоретической механике 2007 года, состоявшейся 23–26 апреля в Белорусском государственном университете транспорта: список участников, условия и решения задач, результаты олимпиады. Сделан анализ решений задач теоретического тура олимпиады.

В апреле 2005 года БелГУТ впервые встречал участников Международной олимпиады по теоретической механике. Статус международной она приобрела в том же году, так как в ней приняли участие студенты нескольких государств. В 2006 году в соревновании приняли участие 66 студентов, представлявшие 14 вузов Беларуси, России и Молдавии. За эти два года наша олимпиада стала авторитетным мероприятием. Об этом свидетельствует тот факт, что в 2007 году приехали практически все сильнейшие команды вузов России, а также призеры Всеукраинской олимпиады. Всего в 2007 году в олимпиаде приняли участие 106 студентов из 14 высших учебных заведений Республики Беларусь, 9 вузов России и одного – Украины. Впервые за 27 лет проведения в Беларуси межвузовских олимпиад попробовать свои силы решили команды Барановичского государственного университета, Гродненского государственного университета, Мозырского государственного педагогического университета и Минского государственного высшего авиационного колледжа.

Проводимая нами олимпиада ежегодно включала два конкурса: теоретический (лично-командный) и «Брейн-ринг» (командный). На теоретическом

конкурсе участникам олимпиады предлагались восемь задач (две по статике, две по кинематике и четыре по динамике), на решение которых отводилось 4 часа. В 2006 и 2007 гг. все задачи оценивались, в отличие от 2005 года, разным числом баллов (от 4 до 8) в зависимости от уровня сложности [1, 2]. Проверка работ осуществлялась жюри, в состав которого были включены преподаватели вузов – участников олимпиады. Победитель в командном зачете определялся по сумме трех лучших результатов представителей вуза. В конкурсе «Брейн-ринг» командам, состоящим из трех студентов, на 60 минут предлагались для решения тридцать минизадоч – по десять соответственно по статике, кинематике и динамике. Команда-победитель определялась по сумме правильных ответов (решения не проверялись), причем при равном количестве правильных ответов предпочтение отдавалось студентам, которые раньше сдали свою работу. Студентам, не согласным с оценкой их решений задач теоретического конкурса, была предоставлена возможность апелляции.

Анализ решений задач олимпиад разных лет показал, что уровень подготовки студентов – участников последней – оказался более высоким. Победитель в 2007 году набрал 82 % от максимально возможного числа баллов, в то время как в 2005 и 2006 годах аналогичные результаты составили 44 и 66 % соответственно. Результаты призеров на всех олимпиадах отличались весьма незначительно, что свидетельствует о наличии высокой конкуренции при борьбе за высокие места.

В 2005 г. больший процент решенных задач пришелся на задачи С-2 и К-1. Именно они оказались для участников олимпиады наименее сложными. В 2006 г. более простой для студентов оказалась задача К-1: 16,4 % решений были оценены достаточно высоким баллом. На диаграмме (рисунок 1) отражен в процентном отношении средний балл, набранный за решение каждой из задач лидерами, показавшими лучшие десять результатов, и всеми участниками олимпиады 2007 г. Из диаграммы видно, что наиболее сложными для всех оказались задачи С-2, К-2, Д-4. По всем задачам, кроме С-1, лидеры набрали в 3 – 4 раза больше баллов, чем все участники в целом.

Диаграмма, приведенная на рисунке 2, показывает не только количество участников, взявшихся за решение каждой из задач, но и количество человек, попавших в определённый диапазон по числу набранных баллов.

На рисунке 3 приведена диаграмма, на которой отображено количество участников, решавших соответствующее количество задач. Анализ результатов показывает, что 28 человек совсем не приступали к решению задач по кинематике, а 2 участника – по динамике.

Наибольшую сложность для участников олимпиад представляли задачи, в которых возможно несколько вариантов решения, зависящих от соотношения между исходными данными. Большинство участников, к сожалению, не обратили внимание на возможность изменения направления силы трения либо на отрыв тела от опорной поверхности при увеличении движущей силы, рас-

смаатривая только типовой предельный случай, при которой сила трения прямо пропорциональна нормальной реакции. Такого типа задачи были предложены для решения на всех трех олимпиадах. Трудности также вызвала задача, в которой необходимо было применить теорему об изменении момента количества движения материальной системы. Опыт проведения не только наших, но и иных олимпиад показывает, что ошибки при решении аналогичных задач характерны для большинства студентов вузов.

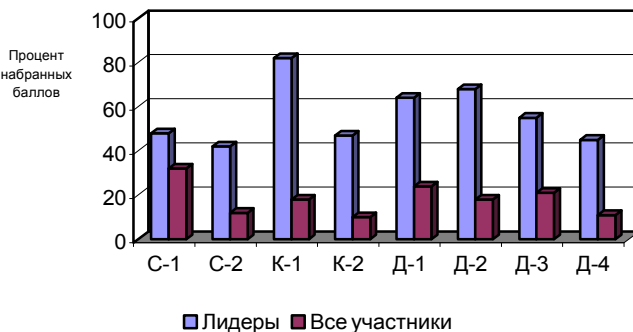
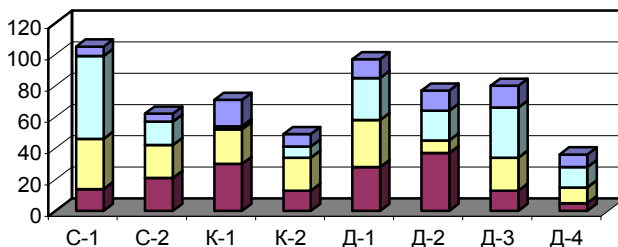


Рисунок 1 – Результативность решения задач олимпиады 2007 г.



- - решение с недочётами или правильное решение (max/2 - max баллов)
  - - частичное решение (1,5 - max/2 баллов)
  - - попытка решения или решение с грубыми ошибками (0,5 - 1 балл)
  - - не решили ничего (0 баллов)
- max - максимальное количество баллов за задачу

Рисунок 2 – Распределение числа набранных баллов по задачам

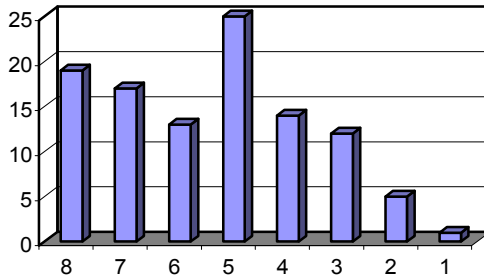


Рисунок 3 – Распределение участников по количеству решаемых задач

В рамках олимпиады состоялся научно-методический семинар преподавателей вузов, на котором преподаватели обменялись опытом организации учебно-методической и научной работы на кафедрах теоретической механики вузов разных государств.

Организаторы олимпиады надеются, что накопившийся опыт проведения соревнований студентов по теоретической механике будет положен в основу организации очередных международных олимпиад по теоретической механике.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1 Механика. Теория, задачи, учебно-методические разработки : сб. науч. тр.– Гомель : УО «БелГУТ», 2006. – 144 с.

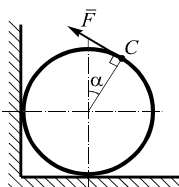
2 Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. Вып.1 / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. Гос. ун-т трансп. – Гомель : УО «БелГУТ», 2007. – 107 с.

Получено 21.12.2007

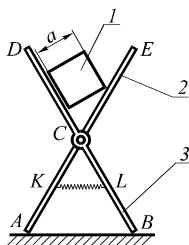
# 1 УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

## Задача С1–2007 (4 балла)

Цилиндр весом  $G$  и радиусом  $R$  лежит на шероховатой горизонтальной плоскости и соприкасается с шероховатой вертикальной стенкой. При каких значениях силы  $F$ , приложенной к точке  $C$  цилиндра, он будет находиться в равновесии, если коэффициенты трения сцепления цилиндра с плоскостью и стенкой одинаковы и равны  $f$ .



## Задача С2–2007 (6 баллов)

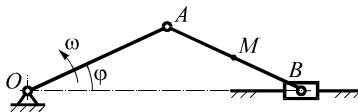


Куб 1 весом  $G_1$ , имеющий длину ребра  $a$ , положен на соединенные шарниром  $C$  однородные стержни 2 и 3, как это показано на рисунке. Стержни, вес каждого из которых  $G_2$ , установлены на гладкий горизонтальный пол.  $AC = CE = BC = CD = AB = l$ . Система удерживается в равновесии с помощью пружины  $KL$ , соединяющей середины отрезков  $AC$  и  $BC$ .

Определить силу натяжения пружины.

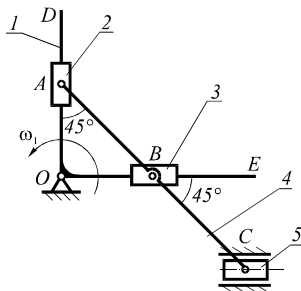
## Задача К1–2007 (6 баллов)

В кривошипно-ползунном механизме звенья  $OA$  и  $AB$  имеют одинаковые длины. Кривошип  $OA$  в изображенном на рисунке положении, определяемом углом  $\varphi$ , имеет угловую скорость  $\omega$ . Определить величину и направление углового ускорения звена  $OA$ , при которых в указанном положении механизма векторы скорости и ускорения средней точки  $M$  звена  $AB$  взаимно перпендикулярны.

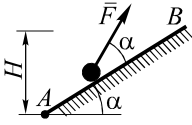


## Задача К2–2007 (8 баллов)

Звено 1 механизма вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ . Точка  $B$  является серединой стержня  $AC$ . В изображенном на рисунке положении механизма  $OA = l$ . Определить для этого положения скорости и ускорения ползунков 2 и 3 по отношению к звену 1.



### Задача Д1–2007 (5 баллов)

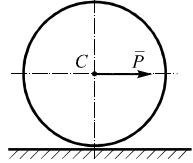


В начальный момент времени материальная точка массы  $m = 1$  кг находится в положении  $A$  и имеет скорость  $v_0 = 10$  м/с, направленную к точке  $B$  вдоль наклонной плоскости. К материальной точке приложена сила  $F$ , изменяющаяся по закону  $F = 20t$  (сила в ньютонах).

Пренебрегая трением, определить высоту  $H$ , на которую поднимется точка через  $t = 2$  с, если  $\alpha = 30^\circ$ .

### Задача Д2–2007 (6 баллов)

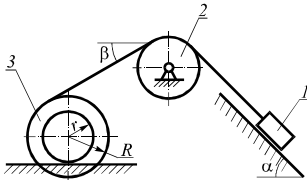
Центр колеса, представляющего собой сплошной однородный диск массой  $m$  и радиусом  $r$ , движется так, что его ускорение связано со скоростью зависимостью  $a_C = \frac{v_C^2}{r}$ . В



начальный момент времени скорость центра колеса равна  $v_0$ .

Полагая, что качение колеса происходит без проскальзывания, найти силу  $P(t)$ , под действием которой осуществляется описанное движение.

### Задача Д3–2007 (7 баллов)



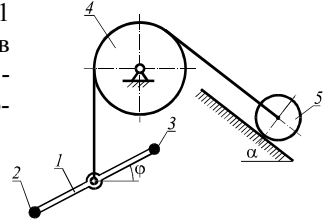
Груз 1 массой  $m_1 = m$  находится на шероховатой наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтом (коэффициент трения  $f = 0,25$ ). К грузу прикрепена нерастяжимая нить, переброшенная через блок 2 массой  $m_2 = m$ , являющийся сплошным однородным диском. Другой конец нити намотан на ступенчатый каток 3, который катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности и имеет: соотношение между радиусами  $R = r\sqrt{3}$ , массу  $m_3 = 1,5 m$ ; радиус инерции относительно оси, проходящей через центр катка,  $i_{3x} = r\sqrt{2}$ .

Определить скорость груза 1 к тому моменту времени, когда он пройдет по наклонной плоскости расстояние  $s$ , если в этот момент нить составляет угол  $\beta = 30^\circ$  с горизонталью. В начальный момент система находилась в покое.

### Задача Д4–2007 (8 баллов)

К концам стержня 1 длиной  $l$  и массой  $m_1 = m$  прикреплены точечные грузы 2 и 3, массы которых  $m_2 = 2m$ ,  $m_3 = m$ . Переброшенная через блок 4 массой  $m_4 = 2m$  нить соединяет центры тяжести стержня 1 и катка 5 радиусом  $r$ , который катится без проскальзывания по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Тела 4 и 5 – сплошные однородные цилиндры.

Определить массу  $m_3$  катка, при которой тела 1 и 5 системы, отпущенной из состояния покоя, в начальный момент времени будут иметь одинаковые угловые ускорения. Принять, что в этот момент  $\cos \varphi = 0,8$ .



## 2 УСЛОВИЯ ЗАДАЧ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

### СТАТИКА

	<p>1. Грузы 1, 2 и 3 находятся в равновесии. Известны вес груза <math>G_1 = 50 \text{ Н}</math> и углы <math>\alpha = 45^\circ</math>, <math>\beta = 60^\circ</math>. Определить вес груза 2.</p>
	<p>2. Диск весом 100 Н удерживается в равновесии шарниром A и невесомым стержнем BC, как это показано на рисунке. Определить реакцию стержня BC.</p>
	<p>3. К середине невесомой балки AB длиной l приложена активная сила <math>\vec{F}</math>. Углы <math>\alpha</math>, <math>\beta</math>, <math>\gamma</math> известны. Найти реакцию опоры B.</p>
	<p>4. Дано: <math>F_1 = 20 \text{ кН}</math>; <math>F_2 = 20 \text{ кН}</math>; <math>q = 4 \text{ кН/м}</math>; <math>M = 20 \text{ кНм}</math>. При каком значении угла <math>\alpha</math> момент в заделке будет отсутствовать?</p>
	<p>5. Найти внутреннюю силу в стержне 5 изображенной на рисунке плоской фермы, нагруженной силой <math>F = 30 \text{ Н}</math>.</p>

	<p>6. Система находится в равновесии под действием сил тяжести <math>G_1</math>, <math>G_2</math>, <math>G_3</math> и <math>G_4</math>. Известны угол <math>\alpha</math> и размер <math>l</math>. Пренебрегая трением, определить значение равнодействующей силы реакции заделки.</p>
	<p>7. Найти максимальный вес груза 2, при котором изображенная на рисунке система будет находиться в равновесии, если коэффициент трения между грузом и наклонной плоскостью равен <math>f</math>. Заданы также <math>G_1</math>, <math>r_1</math>, <math>r_2</math>, <math>\alpha</math>.</p>
	<p>8. Пластина <math>ABCE</math> находится в равновесии под действием сил <math>P</math> и <math>Q</math>. Вектор силы <math>Q</math> лежит в вертикальной плоскости и составляет угол <math>\alpha</math> с горизонталью. Определить реакцию стержня <math>CD</math>.</p>
	<p>9. Найти, насколько сместился центр тяжести тела после того, как в нем проделали отверстие.</p>
	<p>10. Тело 1, вес которого равен <math>G</math>, находится на грани призмы 2, составляющей угол <math>\alpha = 30^\circ</math> с горизонтальной плоскостью. Коэффициент трения между телами <math>f = \frac{\sqrt{3}}{3}</math>. Найти минимальную силу <math>F</math>, параллельную ребру <math>AB</math> призмы, необходимую для выведения тела 1 из состояния равновесия.</p>

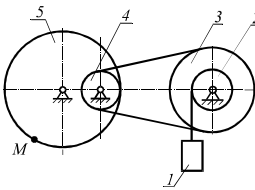


## КИНЕМАТИКА

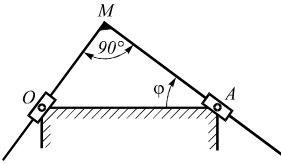
**11.** По заданным уравнениям движения точки  $x = 2e^t$ ;  $y = 4e^{-t}$  получить уравнение ее траектории в координатной форме.

**12.** Точка движется по прямой из состояния покоя с постоянным ускорением  $0,2 \text{ м/с}^2$ . Определить путь, который точка пройдет за промежуток времени от 4 до 10 секунд.

**13.** При торможении вала его угловая скорость изменялась по закону  $\omega = 32 - 2t^2 \text{ рад/с}$ . Определить, на какой угол повернулся вал от начала торможения до остановки.

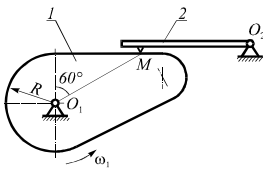


**14.** По заданному уравнению движения тела  $s_1 = \frac{t}{t-1}$  найти, по какому закону изменяется линейная скорость точки  $M$ . Радиусы колес  $r_2, r_3, r_4, r_5$  считать известными.

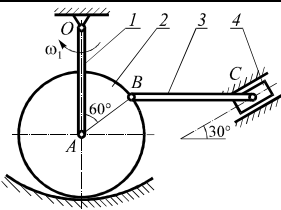


**15.** Найти расстояние от точки  $O$  до мгновенного центра скоростей Г-образного стержня, если заданы размер  $OA$  и угол  $\phi$ .

**16.** Тело вращается вокруг неподвижной оси с угловым замедлением  $\varepsilon = 1,5 \text{ рад/с}$ . Определить линейное ускорение точки  $A$  тела, находящейся на расстоянии  $r = 0,3 \text{ м}$  от оси вращения, за две секунды до момента остановки тела, если его начальная угловая скорость  $\omega_0 = 6 \text{ рад/с}$ .



**17.** Дано:  $\omega_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ;  $R = 5 \text{ см}$ ;  $O_2M = 10 \text{ см}$ .  
Определить  $\omega_2$ .

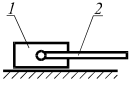
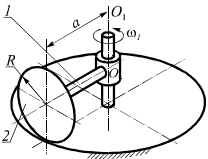


**18.** Для изображенного на рисунке положения механизма найти линейную скорость точки  $C$ , если  $\omega_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ ;  $OA = 15 \text{ см}$ ;  $AB = 8 \text{ см}$ ;  $BC = 20 \text{ см}$ .

	<p>19. Дано: <math>\omega_1 = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}</math>; <math>\epsilon_1 = 0</math>; <math>r = 5</math> см. Найти линейное ускорение точки <math>B</math>.</p>
	<p>20. Найти расстояние от точки <math>A</math> до той точки звена 2, которая в данном положении механизма имеет наименьшую скорость, если <math>OA = 10</math> см.</p>

### ДИНАМИКА

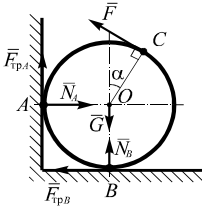
<p>21. Вертикальный подъем груза массой <math>m = 600</math> кг осуществляется посредством каната, наматываемого на барабан радиусом <math>R = 0,2</math> м. Определить силу натяжения каната, если барабан вращается с угловым ускорением <math>\epsilon = 1</math> рад/с<sup>2</sup>.</p>	
<p>22. Определить радиус виража (поворота с боковым креном) самолета в горизонтальной плоскости, если крылья наклонены к горизонту под углом <math>\alpha</math>, а скорость самолета постоянна и равна <math>v</math>.</p>	
<p>23. Точка массой <math>m</math> брошена с начальной скоростью <math>v_0</math> под углом <math>\alpha_0</math> к горизонту. Определить, пренебрегая сопротивлением воздуха, полный импульс силы тяжести за время движения точки в воздухе.</p>	
<p>24. Материальная точка массой <math>m</math> падает в воздушной среде, оказывающей сопротивление силой <math>R = \alpha v</math>, <math>v_0 = 0</math>. Определить скорость точки после прохождения <math>s</math> метров пути.</p>	
<p>25. Шарик, имеющий массу <math>m</math>, подвешен на невесомой нити длиной <math>l</math>. Нить отклонили от вертикали на угол <math>\alpha</math> и отпустили без начальной скорости. Определить наибольшую скорость шарика.</p>	
	<p>26. Материальная точка <math>M</math> массой <math>m</math> движется по гладкой горизонтальной плоскости под действием силы сопротивления <math>F_{\text{сопр}} = be^{-kt}</math>, причем коэффициенты <math>b</math> и <math>k</math> – постоянные. В начальный момент времени координата точки <math>x_0 = 0</math>, а ее скорость – <math>v_0</math>. Определить, какой путь пройдет точка до остановки.</p>

	<p>27. Шарик массой <math>m = 0,6</math> кг, получив в точке <math>A</math> скорость <math>v_A = 3</math> м/с, движется внутри изогнутой трубки, расположенной в вертикальной плоскости. В положении <math>B</math> шарик наталкивается на пружину с коэффициентом жесткости <math>c = 100</math> Н/м. Определить наибольшую величину <math>h</math> сжатия пружины. Трением пренебречь.</p>
	<p>28. Грузы, массы которых <math>m_1</math>, и <math>m_2</math>, совершают колебания на пружинах с коэффициентами жесткости <math>c_1</math> и <math>c_2</math>. Какая из приведенных ниже формул позволяет правильно определить круговые частоты колебаний системы:</p> <p>а) <math>k_{1,2} = \sqrt{\frac{c_2(c_1 + c_2)m_1m_2}{m_1 + m_2} \pm \left(\frac{c_2(c_1 + c_2)m_1m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 - \frac{c_1c_2}{m_1 + m_2}}</math> ;</p> <p>б) <math>k_{1,2} = \sqrt{\frac{c_2m_1 + (c_1 + c_2)m_2}{2m_1m_2} \pm \left(\frac{c_2m_1 + (c_1 + c_2)m_2}{2m_1m_2}\right)^2 - \frac{c_1c_2}{m_1m_2}}</math> ;</p> <p>в) <math>k_{1,2} = \sqrt{\frac{2m_1m_2}{c_2m_1 + (c_1 + c_2)m_2} \pm \left(\frac{2m_1m_2}{c_2m_1 + (c_1 + c_2)m_2}\right)^2 - \frac{m_1m_2}{c_1c_2}}</math> ;</p> <p>г) <math>k_{1,2} = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{c_2(c_1 + c_2)m_1m_2} \pm \left(\frac{m_1 + m_2}{c_2(c_1 + c_2)m_1m_2}\right)^2 - \frac{m_1 + m_2}{c_1c_2}}</math> .</p>
	<p>29. К телу 1 массой 4 кг, которое может скользить по гладкой горизонтальной направляющей, прикреплен стержень 2, имеющий массу 2 кг и длину 0,5 м. На какое расстояние переместится тело 1 при перемещении стержня под действием силы тяжести из горизонтального положения в вертикальное? В начальный момент система находилась в покое.</p>
	<p>30. Невесомый стержень 1 вращается вокруг вертикальной оси <math>OO_1</math> и ведет колесо 2 массой <math>m_2</math>, катящееся без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Коэффициенты трения качения и трения качения равны соответственно <math>\delta</math> и <math>\mu</math>. Определить суммарную работу сил сопротивления движению, совершаемую за один полный оборот стержня 1.</p>

### 3 РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

#### Задача С-1–2007

Цилиндр может быть выведен из равновесия двумя способами.



1. Отрыв от горизонтальной плоскости:

$F_{\text{отрыва}}$  находим из уравнения

$$\sum M_{iA} = 0, \text{ полагая } N_B = 0;$$

$$\sum M_{iA} = 0, \quad -Gr + F_{\text{отр}}(r + r \sin \alpha) = 0.$$

Отсюда  $F_{\text{отр}} = \frac{G}{1 + \sin \alpha}$ . При равновесии  $F \leq F_{\text{отр}}$ .

2. Скольжение по двум поверхностям:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad N_A - F_{\text{тр}B} - F \cos \alpha = 0;$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad N_B - G + F_{\text{тр}A} + F \sin \alpha = 0;$$

$$\sum M_{io} = 0; \quad Fr - F_{\text{тр}A}r - F_{\text{тр}B}r = 0.$$

При  $F = F_{\text{max}}$ :  $F_{\text{тр}A} = fN_A$ ;  $F_{\text{тр}B} = fN_B$

$$\begin{cases} N_A - fN_B - F \cos \alpha = 0 \\ N_B - G + fN_A + F \sin \alpha = 0 \\ F = f(N_A + N_B). \end{cases}$$

Из (1)  $N_A = F \cos \alpha + fN_B$ ;

$$N_B - G + fF \cos \alpha + f^2N_B + F \sin \alpha = 0;$$

$$F = f(F \cos \alpha + fN_B + N_B).$$

$$\text{Из (4) } N_B = \frac{G - fF \cos \alpha - F \sin \alpha}{1 + f^2}; \quad \text{Из (5) } N_B = \frac{\frac{F}{f} - F \cos \alpha}{1 + f}.$$

$$\text{Тогда } (G - fF \cos \alpha - F \sin \alpha)(1 + f) = \left( \frac{F}{f} - F \cos \alpha \right) (1 + f^2);$$

$$G(1 + f) = F \left( \left( \frac{1}{f} - \cos \alpha \right) (1 + f^2) + (f \cos \alpha + \sin \alpha)(1 + f) \right);$$

$$F_{\text{max}} = \frac{G(1 + f)}{f + \frac{1}{f} + \cos \alpha(f - 1) + \sin \alpha(f + 1)}. \quad \text{При равновесии } F \leq F_{\text{max}}.$$

Ответ: 
$$F \leq \frac{G}{1 + \sin \alpha}; \quad F \leq \frac{G(1 + f)}{f + \frac{1}{f} + \cos \alpha(f - 1) + \sin \alpha(f + 1)}$$

### Задача C2-2007

Составим уравнение равновесия всей конструкции:

$$\sum M_{iB} = 0; \quad 2G_2 \frac{l}{2} - N_A l + G_1 \left( \frac{l}{2} + h \right) = 0.$$

Из рисунка следует, что

$$h = CR \sin 30^\circ - SR \sin 15^\circ;$$

$$CR = RQ \operatorname{tg} 30^\circ = a \operatorname{tg} 30^\circ;$$

$$SR = a \cos 45^\circ;$$

$$\begin{aligned} h &= a(\operatorname{tg} 30^\circ \sin 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 15^\circ) = \\ &= a \left( \operatorname{tg} 30^\circ \sin 30^\circ - \frac{\sin 60^\circ - \sin 30^\circ}{2} \right) = \\ &= a \left( \frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{a(\sqrt{3} - 1)}{4\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Тогда

$$N_A = G_2 + G_1 \left( \frac{1}{2} + \frac{h}{l} \right) = G_2 + G_1 \left( \frac{1}{2} + \frac{a(\sqrt{3} - 1)}{4\sqrt{3}l} \right).$$

Рассмотрим равновесие куба:

$$\sum F_{iy} = 0; \quad -G_1 \cos 30^\circ + N_Q \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow N_Q = G_1;$$

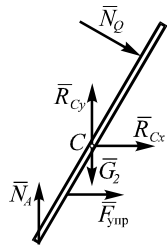
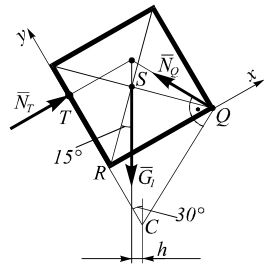
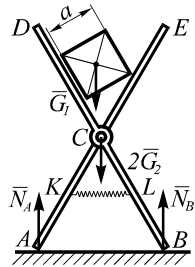
Рассмотрим равновесие стержня  $AE$

$$\sum M_{iC} = 0; \quad -N_A \frac{l}{2} - N_Q CQ + F_{\text{ymp}} \frac{l}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.$$

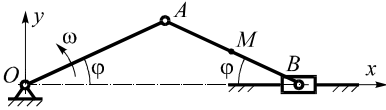
$$CQ = \frac{RQ}{\cos 30^\circ} = \frac{a}{\cos 30^\circ};$$

$$F_{\text{ymp}} = \frac{N_A \frac{l}{2} + \frac{a}{\cos 30^\circ}}{\frac{l\sqrt{3}}{4}} = \frac{G_2 \frac{l}{2} + G_1 \frac{l}{4} + G_1 \frac{a(\sqrt{3} - 1)}{8\sqrt{3}} + G_1 \frac{2a}{\sqrt{3}}}{\frac{l\sqrt{3}}{4}} =$$

$$= G_2 \frac{2}{\sqrt{3}} + G_1 \frac{1}{\sqrt{3}} + G_1 \frac{4a}{8\sqrt{3}l\sqrt{3}} (\sqrt{3} - 1 + 16) = \boxed{\frac{2G_2 + G_1}{\sqrt{3}} + G_1 \frac{a(15 + \sqrt{3})}{6l}}.$$



### Задача К1-2007



Координаты точки M:

$$x_M = OA \cos \varphi + AM \cos \varphi = 1,5OA \cos \varphi;$$

$$y_M = BM \sin \varphi = 0,5OA \sin \varphi.$$

Проекции линейной скорости точки M:

$$v_x = \frac{dx_M}{dt} = 1,5OA(-\sin \varphi)\omega;$$

$$v_y = \frac{dy_M}{dt} = 0,5OA \cos \varphi \omega.$$

Проекции линейного ускорения точки M:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -1,5OA(\dot{\omega} \sin \varphi + \omega^2 \cos \varphi);$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0,5OA(\dot{\omega} \cos \varphi - \omega^2 \sin \varphi).$$

Поскольку векторы  $\bar{v}_M$  и  $\bar{a}_M$  перпендикулярны, то  $\bar{v}_M \cdot \bar{a}_M = 0$ ;

или  $v_x a_x + v_y a_y = 0$ ;

$$-1,5OA \omega \sin \varphi (-1,5OA)(\dot{\omega} \sin \varphi + \omega^2 \cos \varphi) + 0,5OA \omega \cos \varphi 0,5OA(\dot{\omega} \cos \varphi - \omega^2 \sin \varphi) = 0$$

Откуда  $9 \sin \varphi (\dot{\omega} \sin \varphi + \omega^2 \cos \varphi) + \cos \varphi (\dot{\omega} \cos \varphi - \omega^2 \sin \varphi) = 0$ ;

$$9\dot{\omega} \sin^2 \varphi + 9\omega^2 \sin \varphi \cos \varphi + \dot{\omega} \cos^2 \varphi - \omega^2 \sin \varphi \cos \varphi = 0.$$

Отсюда 
$$\dot{\omega} = -\frac{8\omega^2 \sin \varphi \cos \varphi}{9 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi} = -\frac{4\omega^2 \sin 2\varphi}{8 \sin^2 \varphi + 1}.$$

Знак «минус» говорит о том, что угловое ускорение должно быть направлено противоположно угловой скорости.

### Задача К2-2007

Векторы скоростей точек A и B могут быть получены двумя способами:

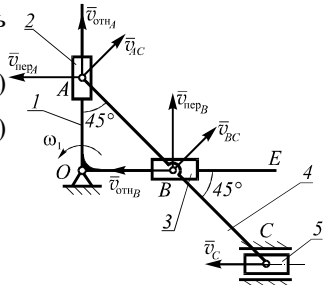
$$\bar{v}_A = \bar{v}_{\text{пер}A} + \bar{v}_{\text{отн}A} = \bar{v}_C + \bar{v}_{AC}; \quad (1)$$

$$\bar{v}_B = \bar{v}_{\text{пер}B} + \bar{v}_{\text{отн}B} = \bar{v}_C + \bar{v}_{BC}, \quad (2)$$

где  $\bar{v}_{\text{пер}A} = \bar{v}_{\text{пер}B} = \omega_1 l$ ;

$$v_{AC} = \omega_4 AC = \omega_4 2\sqrt{2} l; \quad v_{BC} = \omega_4 BC = \omega_4 \sqrt{2} l.$$

Проецируя (2) на ось y, находим:



$$v_{\text{пер}B} = v_{BC} \cos 45^\circ \text{ или } \omega_1 = \omega_4 \sqrt{2} l \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \omega_4 = \omega_1$$

Проецируя (1) на ось  $y$ , находим:

$$v_{\text{отн}A} = v_{AC} \cos 45^\circ = \omega_4 2\sqrt{2} l \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\omega_4 l = 2\omega_1 l .$$

Проекции векторов  $\bar{v}_A$  и  $\bar{v}_B$  на прямую  $AB$  одинаковы, следовательно

$$v_{\text{пер}A} \cos 45^\circ + v_{\text{отн}A} \cos 45^\circ = v_{\text{пер}B} \cos 45^\circ + v_{\text{отн}B} \cos 45^\circ$$

$$\text{Отсюда } \boxed{v_{\text{отн}B} = v_{\text{отн}A} = 2\omega_1 l}$$

Для ускорения точки  $B$  имеем:

$$\begin{aligned} \bar{a}_B &= \bar{a}_{\text{пер}B}^n + \bar{a}_{\text{отн}B}^\tau + \bar{a}_{\text{кор}B} = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau \\ -a_{\text{кор}B} &= -a_{BC}^n \cos 45^\circ - a_{BC}^\tau \cos 45^\circ , \end{aligned}$$

$$\text{где } a_{\text{кор}B} = 2\omega_1 v_{\text{отн}B} = 4\omega_1^2 l ;$$

$$a_{BC}^n = \omega_4^2 BC = \omega_1^2 l \sqrt{2} ; a_{BC}^\tau = \varepsilon_4 BC = \varepsilon_4 l \sqrt{2} .$$

$$\text{Тогда } 4\omega_1^2 l = \omega_1^2 l \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + \varepsilon_4 l \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} ; \varepsilon_4 = 3\omega_1^2 .$$

Для ускорения точки  $A$  можно записать

$$\bar{a}_{\text{кор}B} = \bar{a}_C + \bar{a}_{AC}^n + \bar{a}_{AC}^\tau .$$

Проецируем на ось  $y$ :

$$a_{\text{отн}AC}^\tau - a_{\text{пер}AC}^n = -a_{AC}^\tau \cos 45^\circ - a_{AC}^n \cos 45^\circ ,$$

$$\text{где } a_{\text{пер}A}^n = \omega_1^2 l ; a_{AC}^\tau = \varepsilon_4 AC = \varepsilon_4 2\sqrt{2} l = 6\sqrt{2}\omega_1^2 l ;$$

$$a_{AC}^n = \omega_4^2 AC = \omega_1^2 2\sqrt{2} l ;$$

$$\text{Тогда } a_{\text{отн}A}^\tau = a_{\text{пер}A}^n - a_{AC}^\tau \frac{\sqrt{2}}{2} - a_{AC}^n \frac{\sqrt{2}}{2} = \omega_1^2 l - 6\omega_1^2 l - 2\omega_1^2 l ;$$

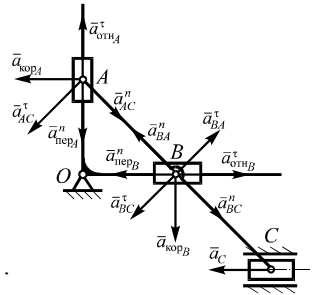
$$\boxed{a_{\text{отн}A}^\tau = -7\omega_1^2 l .}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau , \text{ где } a_{BA}^\tau = \varepsilon_4 BA = 3\sqrt{2}\omega_1^2 l ; a_{BA}^n = \omega_4 BA = a_{BC}^n .$$

Следовательно

$$-a_{\text{кор}A} - a_{BA}^n \cos 45^\circ + a_{BA}^\tau \cos 45^\circ = a_{\text{отн}B} - a_{\text{пер}B}^n ;$$

$$\boxed{a_{\text{отн}B} = -\omega_1^2 l .}$$

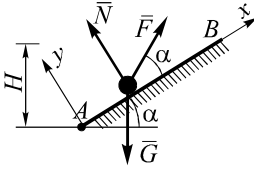


### Задача Д1-2007

Уравнения движения материальной точки:

$$ma_x = F \cos \alpha - G \sin \alpha ; \quad (1)$$

$$ma_y = F \sin \alpha - G \cos \alpha + N . \quad (2)$$



Из уравнения (1) получаем:

$$\frac{dv_x}{dt} = 20t \frac{\sqrt{3}}{2} - 9,8 \frac{1}{2} = 10\sqrt{3}t - 4,9;$$

$$\int_{v_y}^{v_x} dv_x = \int_0^t (10\sqrt{3}t - 4,9) dt;$$

$$v_x - v_0 = 10\sqrt{3} \frac{t^2}{2} - 4,9t;$$

$$v_x = v_0 + 10\sqrt{3} \frac{t^2}{2} - 4,9t;$$

$$\frac{dx}{dt} = 10 + 10\sqrt{3} \frac{t^2}{2} - 4,9t;$$

$$x = 10t + 5\sqrt{3} \frac{t^3}{3} - 4,9 \frac{t^2}{2} .$$

При  $t = 2$  с  $x_1 = 10 \cdot 2 + \frac{5\sqrt{3} \cdot 2^3}{3} - 4,9 \cdot 2 = 33,3$  м;

Во втором уравнении  $a_y = 0$  до тех пор, пока  $N \geq 0$ . Находим момент времени  $t_0$ , при котором наступает отрыв точки от плоскости:

$$F \sin \alpha = G \cos \alpha;$$

$$20t \frac{1}{2} = 9,8 \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad t_0 = \frac{9,8\sqrt{3}}{2 \cdot 10} = 0,85 \text{ с.}$$

При  $t > t_0$ ;  $a_y \neq 0$  и (2) переходит в уравнение:

$$m \frac{dv_y}{dt} = 20t \sin \alpha - mg \cos \alpha ;$$

$$\int_0^{v_y} dv_y = \int_{t_0}^t \left( 20t \cdot \frac{1}{2} - 9,8 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) dt ;$$

$$v_y = \left( 10 \frac{t^2}{2} - 9,8 \frac{\sqrt{3}}{2} t \right) - \left( 10 \frac{t_0^2}{2} - 9,8 \frac{\sqrt{3}}{2} t_0 \right) = 5t^2 - 8,49t + 3,6 ;$$



$$\int_0^y dy = \int_{t_0}^t (5t^2 - 8,49t + 3,6) dt ;$$

$$y = \left( \frac{5t^3}{3} - \frac{8,49t^2}{2} + 3,6t \right) - \left( \frac{5t_0^3}{3} - \frac{8,49t_0^2}{2} + 3,6t_0 \right) ;$$

$$y = \frac{5t^3}{3} - 4,24t^2 + 3,6t - 1,01 .$$

При  $t = 2$  с;  $y_1 = \frac{5 \cdot 2^3}{3} - 4,24 \cdot 2^2 + 3,6 \cdot 2 - 1,01 = 2,53$  м;

$$H = x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha = 33,3 \frac{1}{2} + 2,53 \frac{\sqrt{3}}{2} = 18,84 \text{ м.}$$

### Задача Д2-2007

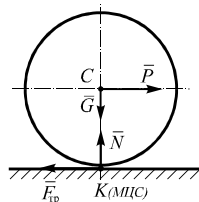
Динамическое уравнение качения колеса

$$I_K \varepsilon = P \cdot r$$

$$I_K = \frac{3}{2} mr^2 ; \quad \varepsilon = \frac{a_c}{r} .$$

Отсюда  $\frac{3}{2} mr^2 \frac{a_c}{r} = P \cdot r ;$

$$P = \frac{3}{2} ma_c .$$



Интегрируя с учетом подстановки выражения ускорения, получаем:

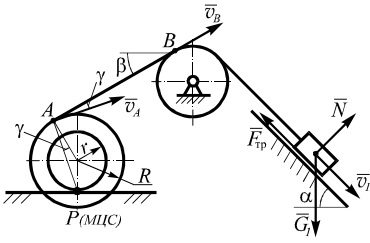
$$\int_{v_0}^{v_c} \frac{dv_c}{v_c^2} = \int_0^t \frac{dt}{r} ; \quad -\frac{1}{v_c} + \frac{1}{v_0} = \frac{t}{r} ;$$

$$v_c - v_0 = \frac{v_c v_0}{r} ; \quad v_c = \frac{v_0}{1 - \frac{v_0 t}{r}} ;$$

Тогда  $a_c = \frac{v_0^2}{r \left( 1 - \frac{v_0 t}{r} \right)^2} = \frac{rv_0^2}{(r - v_0 t)^2} ;$

$$P = \frac{3}{2} m \frac{rv_0^2}{(r - v_0 t)^2} .$$

### Задача Д3-2007



По теореме об изменении кинетической энергии:

$$T - T_0 = \sum A_i^{\text{внеш}} + \sum A_i^{\text{внутр}}.$$

Внутренние связи таковы, что

$$\sum A_i^{\text{внутр}} = 0.$$

Сумма работ внешних сил на заданном перемещении

$$\sum A_i^{\text{внеш}} = G_1 s \sin \alpha - F_{\text{мп}} s = mgs \frac{\sqrt{2}}{2} - fmg \cos \alpha s = (1 - f)mg \frac{\sqrt{2}}{2} s = \frac{3\sqrt{2}}{8} mgs.$$

Внутренние связи таковы, что  $T_0 = 0$ .

Кинетическая энергия системы в конечном положении:

$$T = T_1 + T_2 + T_3;$$

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}; \quad T_2 = \frac{m_2 r_2^2 \omega_2^2}{2} = \frac{m_2^2 r_2^2 v_1^2}{4};$$

$$T_3 = \frac{I_{2P} \omega_3^2}{2}; \quad I_{3P} = m_3 i_{3x}^2 + m_3 r^2 = 1,5m(2r^2 + r^2) = 4,5mr^2; \quad v_A = \omega_3 PA.$$

Используя теорему о проекциях скоростей твердого тела, имеем:

$$v_A \cos \gamma = v_B = v_1 \Rightarrow v_A = \frac{v_1}{\cos \gamma}; \quad \omega_3 = \frac{v_A}{PA} = \frac{v_1}{PA \cos \gamma};$$

$$PA^2 = CA^2 + CP^2 - 2CA \cdot CP \cos 150^\circ;$$

$$PA^2 = 3r^2 + r^2 + 2r\sqrt{3} r \frac{\sqrt{3}}{2} = 7r^2 \Rightarrow PA = r\sqrt{7};$$

$$CP^2 = CA^2 + PA^2 - 2CA \cdot PA \cos \gamma;$$

$$\cos \gamma = \frac{CA^2 + CP^2 - PA^2}{2 \cdot CA \cdot PA} = \frac{3r^2 + 7r^2 - r^2}{2r\sqrt{3} \cdot r\sqrt{7}} = \frac{9}{2\sqrt{21}}.$$

$$\text{Подстановка дает } \omega_3 = \frac{v_1 2\sqrt{21}}{r\sqrt{7} \cdot 9} = \frac{2\sqrt{3}v_1}{9r}.$$

$$\text{Тогда } T_3 = \frac{4,5mr^2 \cdot 4 \cdot 3v_1^2}{81r^2} = \frac{2}{3}mv_1^2;$$

$$T = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{4} + \frac{2}{3}mv_1^2 = \frac{13}{12}mv_1^2.$$

Отсюда  $\frac{13}{12}mv_1^2 = \frac{3\sqrt{2}}{8}mgs$ ;  $v_1 = \sqrt{\frac{9\sqrt{2}}{26}gs}$ .

### Задача Д4-2007

Применим Уравнение Лагранжа II рода. В качестве обобщенных координат примем  $s$  и  $\varphi$ :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} \right) - \frac{\partial T}{\partial s} = Q_s; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi. \end{cases}$$

Кинетическую энергию системы найдем, учитывая, что на тела 1, 2 и 3 действуют только вертикальные внешние силы (поэтому нить будет оставаться вертикальной):

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5;$$

$$T_1 = \frac{m_1 v_A^2}{2} + \frac{I_{1A} \omega_1^2}{2} = \frac{m_1 \dot{s}^2}{2} + \frac{m_1 l^2}{12} \frac{\dot{\varphi}^2}{2} = \frac{m_1 \dot{s}^2}{2} + \frac{m_1 l^2 \dot{\varphi}^2}{24};$$

$$T_2 = \frac{m_2 v_D^2}{2} = \frac{2m}{2} \left( \dot{s}^2 + \left( \frac{\dot{\varphi} l}{2} \right)^2 + 2\dot{s} \frac{\dot{\varphi} l}{2} \cos \varphi \right) = m \left( \dot{s}^2 + \frac{\dot{\varphi}^2 l^2}{4} - \dot{s} \dot{\varphi} l \cos \varphi \right);$$

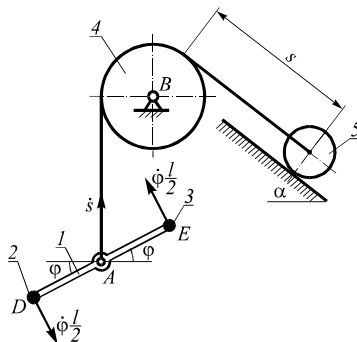
$$T_3 = \frac{m_3 v_E^2}{2} = \frac{m}{2} \left( \dot{s}^2 + \left( \frac{\dot{\varphi} l}{2} \right)^2 + 2\dot{s} \frac{\dot{\varphi} l}{2} \cos \varphi \right) = \frac{m}{2} \left( \dot{s}^2 + \frac{\dot{\varphi}^2 l^2}{4} - \dot{s} \dot{\varphi} l \cos \varphi \right);$$

$$T_4 = \frac{I_{4B} \omega_4^2}{2} = \frac{2mr_4^2}{4} \frac{\dot{s}^2}{r_4^2} = \frac{m\dot{s}^2}{2};$$

$$T_5 = \frac{m_5 v_C^2}{2} + \frac{I_{c5} \omega_5^2}{2} = \frac{m_5 \dot{s}^2}{2} + \frac{m_5 r_5^2 \dot{s}^2}{2 \cdot 2 \cdot r_5^2} = \frac{3}{4} m_5 \dot{s}^2;$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{m_1 \dot{s}^2}{2} + \frac{m_1 l^2 \dot{\varphi}^2}{24} + m\dot{s}^2 + \frac{m\dot{\varphi}^2 l^2}{4} - m\dot{s} \dot{\varphi} l \cos \varphi + \frac{m}{2} \dot{s}^2 + \frac{m\dot{\varphi}^2 l^2}{8} - \\ &- \frac{m}{2} \dot{s} \dot{\varphi} l \cos \varphi + \frac{m\dot{s}^2}{2} + \frac{3}{4} m_5 \dot{s}^2 = 2,5 \frac{m\dot{s}^2}{2} + \frac{5}{12} m\dot{\varphi}^2 l^2 - m\dot{s} \dot{\varphi} l \cos \varphi + \frac{3}{4} m_5 \dot{s}^2. \end{aligned}$$

Тогда производные, входящие в уравнение Лагранжа,



$$\frac{\partial T}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial s} = 2,5m\dot{s} - \frac{m}{2}\dot{\varphi}l \cos \varphi + \frac{3}{2}m_5\dot{s};$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial s} \right) = 2,5m\ddot{s} - \frac{m}{2}l(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) + \frac{3}{2}m_5\ddot{s};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{m}{2}\dot{s}\dot{\varphi}l \sin \varphi; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{5}{6}m\dot{\varphi}l^2 - \frac{m}{2}\dot{s}l \cos \varphi;$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = \frac{5}{6}m\ddot{\varphi}l^2 - \frac{ml}{2}(\ddot{s} \cos \varphi - \dot{s}^2 \sin \varphi).$$

Обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам  $s$  и  $\varphi$

$$Q_s = m_5g \sin \alpha - (m_1 + m_2 + m_3)g = 0,5m_5g - 4mg;$$

$$Q_\varphi = m_2g \frac{l}{2} \cos \varphi - m_1g \frac{l}{2} \cos \varphi = mg \frac{l}{2} \cos \varphi$$

Отсюда имеем:

$$\begin{cases} 2,5m\ddot{s} - \frac{m}{2}l(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) + \frac{3}{2}m_5\ddot{s} = 0,5m_5g - 4mg \\ \frac{5}{6}m\ddot{\varphi}l^2 - \frac{ml}{2}(\ddot{s} \cos \varphi - \dot{s}^2 \sin \varphi) = mg \frac{l}{2} \cos \varphi. \end{cases}$$

По условию  $\dot{s} = 0$ ;  $\dot{\varphi} = 0$ ;  $\cos \varphi = 0,8$ .

Тогда

$$\begin{cases} 2,5m\ddot{s} - \frac{m}{2}l\ddot{\varphi} \cdot 0,8 + \frac{3}{2}m_5\ddot{s} = 0,5m_5g - 4mg \\ \frac{5}{6}m\ddot{\varphi}l^2 - \frac{ml}{2}\ddot{s} \cdot 0,8 = mg \frac{l}{2} \cos \varphi. \end{cases}$$

Возможны два случая:

1) если  $\ddot{s} = \ddot{\varphi}r$ , тогда из (2)  $\frac{5}{6}m\ddot{\varphi}l^2 - \frac{ml}{2}r\ddot{\varphi} \frac{4}{5} = mg \frac{l}{2} \cdot 0,8$ ;

$$\ddot{\varphi} = \frac{g \frac{l}{2} \frac{4}{5}}{5l^2 - 0,4lr} = \frac{0,4gl}{5l^2 - 0,4lr} = \frac{0,4g}{5l - 0,4r}.$$

Подставим в (1)

$$2,5mr\ddot{\varphi} - \frac{m}{2}l\ddot{\varphi} \cdot 0,8 + \frac{3}{2}m_5r\ddot{\varphi} = 0,5m_5g - 4mg;$$

$$2,5mr \cdot 0,4g - \frac{m}{2}l \cdot 0,8 \cdot 0,4g + 1,5m_5r \cdot 0,4g = (0,5m_5g - 4mg)(5l - 0,4r);$$

$$mgr - 0,16mgl + 0,6m_5gr = 0,5m_5g(5l - 0,4r) - 4mg(5l - 0,4r);$$

$$m_5 = \frac{mgr - 0,16mgl + 4mg(5l - 0,4r)}{2,5gl - 0,2gr - 0,6gr} = \frac{m[(20l - 0,16l) + (r - 1,6r)]}{2,5l - 0,8r},$$

$$m_5 = m \frac{19,84l - 0,6r}{2,5l - 0,8r}.$$

2) если  $\ddot{s} = -\ddot{\phi}r$ , тогда  $\ddot{\phi} = \frac{0,4g}{5l + 0,4r}$ .

$$mgr - 0,16mgl - 0,6m_5gr = 0,5m_5g(5l + 0,4r) - 4mg(5l + 0,4r);$$

$$m_5 = m \frac{19,84l + 0,6r}{2,5l + 0,8r}.$$

#### 4 ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

1.  $50 \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{50}{\sqrt{6}} = 55,78 \text{ Н.}$     2.  $S = \frac{200}{\sqrt{3}} = 115,5 \text{ Н.}$     3.  $R = \frac{F \sin \gamma}{2 \cos(\alpha - \beta)}$ .
4.  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 0,36$ ;  $\alpha = 40^\circ$ .    5.  $15\sqrt{2} = 21,2 \text{ Н.}$     6.  $R = \sqrt{G_1^2 \cos^2 \alpha + G_4^2}$ .
7.  $(G_1 \sin \alpha + fG_1 \cos \alpha) \frac{r_2}{r_1}$ .    8.  $\frac{|P - Q \sin \alpha|}{2 \cos \alpha}$ .    9. 1,35.    10. Бесконечно малая сила, отличная от нуля.    11.  $y = \frac{8}{x}$ .    12. 8,4 м.    13. 85,3 рад.    14.  $-\frac{r_3}{r_2(t-1)^2}$ .
15.  $OA \cos \varphi$ .    16.  $\sqrt{2,7^2 + 0,45^2} = 2,74$ .    17.  $2\sqrt{3} = 3,46$ .    18.  $60\sqrt{3} = 104$ .
19. 100.    20. 18,66 см.    21. 6000 Н.    22.  $\frac{v_0^2}{g \operatorname{tg} \alpha}$  с.    23.  $2mv_0 \sin \alpha$ .    24. Можно найти из уравнения:  $v + \frac{mg}{\alpha} \ln \left( 1 - \frac{\alpha v}{mg} \right) = -\frac{\alpha s}{m}$ .    25.  $v = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)}$ .
26.  $s = \left( v_0 - \frac{b}{mk} \right) \frac{\ln \left( 1 - \frac{v_0 km}{b} \right)}{-k} - \frac{b}{mk^2} \left( 1 - \frac{v_0 km}{b} \right)$ .    27. 0,3.    28. б).
29.  $\frac{1}{12} \text{ м} = 8,33 \text{ см.}$     30.  $-2\pi mg \left( \mu + \frac{\delta a}{R} \right)$ .

### 5 Результаты теоретического конкурса (личный зачет)

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Путин Никита Андреевич	ПГУ	3,5	2	5,5	7,5	3,5	6	6,5	6,5	41	1
Тихонов Александр Юрьевич	УГНТУ	2	0,5	6	8	2,5	6	6,5	6	37,5	2
Шуваев Николай Васильевич	ПГУ	1,5		6	8	5	5,5	4	5	35	3
Валеев Анвар Рашитович	УГНТУ	1,5	5	5,5	1,5	4	6	5	5	33,5	4
Хакимов Булат Рафисович	КазГТУ	2	2	5,5	6	4,5	6	7	0	33	5
Керимов Руслан Акимович	ВОЕНМЕХ	2	5	6	0,5	4	6	3	5,5	32	6
Шардин Михаил Алексеевич	ПГУ	1,5	1,5	6	6,5	2	0,5	6,5	5,5	30	7
Нгуен Фан Ань	БНТУ	2,5	1	6	1,5	2,5	6	4	3,5	27	8
Романченко Виталий Борисович	НТУУ(КПИ)	2			7	2	6	2,5	6,5	26	9
Тарасова Елена Сергеевна	КурГТУ	2	6	0,5	3,5	2,5	3	2	4	23,5	10
Бекчурин Владислав Витальевич	УГТУ	1,5	2	6	0,5	2,5	2,5	3	3,5	21,5	11
Амирханов Ильнур Ришатович	УГНТУ	1	6	5,5		2,5	2	2,5		19,5	12
Буренок Николай Николаевич	БелГУТ	2	5	4	1	4,5	2	1		19,5	12
Копытов Никита Павлович	УГТУ	2	2	5,5	4,5	3,5	2	0		19,5	12
Шаймарданов Марсель Марсович	УГТУ	2	0	6	0	2,5	2	4	3	19,5	12
Петрачков Сергей Александрович	БелГУТ	2	2	4,5	3,5	1	0,5	2,5	3	19	13
Третьякова Антониде Николаевна	ПГТУ	2,5	1,5	0,5	1	2,5	0	5	6	19	13
Анферов Сергей Дмитриевич	ПГТУ	1,5		5		3,5	2,5		4	16,5	14
Коржук Дмитрий Андреевич	ЮУрГУ	0,5	1,5	0,5		5	5,5	3,5		16,5	14
Кочнев Павел Валентинович	ЮУрГУ	2		0,5	5	2,5	0	3,5	2	15,5	15
Воронцов Игорь Андреевич	КурГТУ	3	1	0,5		2,5	5	1,5	1,5	15	16
Ибрагимов Анвар Рашитович	КазГТУ	1,5	2	0,5	1	1,5	4	4		14,5	17
Ашарчук Антон Васильевич	ВОЕНМЕХ	2	2	0,5	0	3,5	3	3		14	18
Шатило Валерия Викторовна	БелГУТ	2	1	6	0,5	0,5	0	4		14	18

Бык Владимир Владимирович	БелГУТ	2		6	3,5	1	0,5			13	19
Звонков Илья Николаевич	УГТУ	3,5	3	0,5		3,5	0	2,5		13	19
Ширко Игорь Владимирович	БНТУ	2	0	3	0	0,5	4	2,5		12	20
Тихонов Алексей Львович	КазГТУ	2	1	0,5		2	3,5	2,5		11,5	21
Бояренко Константин Александрович	КИИ	2	0,5	1	0,5	0,5	2	0,5	3,5	10,5	22
Валяхметов Фанис Фанусович	КазГТУ	2	0,5	0,5		0,5	1,5	4	1	10	23
Чижевский Виталий Владимирович	ВОЕНМЕХ	2	3	1,5	0	0,5	2	0,5	0,5	10	23
Берденников Николай Сергеевич	ВОЕНМЕХ	2		0		2,5	2	1	2	9,5	24
Парфиевич Андрей Николаевич	БрГТУ	0,5	3			0,5	3	2,5		9,5	24
Кудласевич Сергей Валерьевич	ГГТУ	2	2	0	0,5	0,5	0	4	0	9	25
Деревягин Сергей Владимирович	БрянГТУ	2	1	0,5		2,5		2		8	26
Желдак Виталий Анатольевич	БелГУТ	2	0,5	0,5	0,5	2,5	2			8	26
Корольчук Роман Васильевич	БрГТУ	1,5	2	0		0,5		4		8	26
Прожижко Анна Григорьевна	БрГТУ	2	1	0	0,5	1,5	3	0		8	26
Вегера Александр Владимирович	МГПУ	2	1	0	1	2,5	0	1	0	7,5	27
Кузнецова Марина Григорьевна	БелГУТ	0,5	1	1		2,5	0	0,5	2	7,5	27
Демина Екатерина Леонидовна	ЮУрГУ	2		0,5	3,5		0,5			6,5	28
Заверженец Павел Георгиевич	БрГТУ	0,5		0		0,5	2,5	3		6,5	28
Мулюков Михаил Вадимович	ПГТУ	2	0	1				2	1,5	6,5	28
Олех Александр Федорович	БрГТУ	2						2	2,5	6,5	28
Рапович Сергей Александрович	БНТУ	1,5		0,5		2,5		2		6,5	28
Климович Михаил Петрович	БрГТУ	0,5	0,5			2	2,5	0		5,5	29
Семеняко Виталий Юрьевич	БРУ	1,5		0		3			1	5,5	29
Кононенко Екатерина Валерьевна	БелГУТ	0		0,5		0,5	1,5	2,5		5	30
Адамцевич Вадим Анатольевич	БНТУ	0,5	0,5	0		2,5	1			4,5	31
Болкунец Вадим Владимирович	КИИ	2				2,5	0			4,5	31
Гайсенко Артем Игоревич	ГГТУ	1,5	0	0,5	0	0	0	2	0,5	4,5	31
Кузьма Павел Мечиславович	БНТУ	1,5				1	0	2		4,5	31

Продолжение таблицы

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Лаптев Дмитрий Иванович	БРУ	2	0	0	1	0	0	1	0,5	4,5	31
Мокрушин Дмитрий Владимирович	ПГУ	2	0	0,5	1,5	0,5				4,5	31
Радько Александр Иванович	ВАРБ	2		0	0	2,5				4,5	31
Богацкий Владимир Дмитриевич	ГГТУ	2			0,5	0	0	1,5		4	32
Григаркевич Сергей Михайлович	БарГУ	2				0,5	0	0,5	1	4	32
Кудрицкий Александр Сергеевич	БарГУ	1	0	0		1	0	2		4	32
Кучейко Сергей Михайлович	КИИ	1	0,5			0,5	0	2		4	32
Невмержицкий Василий Николаевич	ГГТУ	1,5	0,5	0		0,5	0	1	0,5	4	32
Раковец Сергей Леонидович	КИИ	2		0		0	0	2		4	32
Алексеев Андрей Геннадьевич	ГГТУ	1,5			0,5	0		1,5	0	3,5	33
Бабареко Петр Владимирович	БГТУ	1,5		0			0	2		3,5	33
Терещенко Артем Николаевич	МГПУ	1	0		0	2,5				3,5	33
Чунихин Николай Николаевич	КурГТУ	2	0,5	0	0	1				3,5	33
Бойко Дмитрий Александрович	ГГТУ	1		0		0	0	2		3	34
Довгилевич Евгений Евгеньевич	БарГУ	1				0		2		3	34
Ежов Михаил Владимирович	БГАТУ	1		0		0	2	0		3	34
Савенков Алексей Александрович	БРУ	1,5	0			0	0	0,5	1	3	34
Гмырак Алексей Сергеевич	БГТУ	1		0	0,5	0	0	1		2,5	35
Калинин Вячеслав Николаевич	ГГТУ	0,5				0	0,5	1,5		2,5	35
Клабук Антон Сергеевич	БелГУТ	2	0,5			0				2,5	35
Соботковский Иван Викторович	БРУ	0,5	0,5	0		1	0	0,5		2,5	35
Александрович Евгений Яковлевич	БГАТУ	0,5				1,5				2	36
Бушин Александр Викторович	КурГТУ		0	0	0,5	0	0	0,5	1	2	36
Колядко Жанна Владимировна	МГПУ	1	0			1	0	0		2	36



Курпин Андрей Александрович	МГПУ	1,5				0,5				2	36
Шлыкова Ирина Андреевна	НТУУ(КПИ)	0	0	0,5	0,5	0	0	0,5	0,5	2	36
Климович Александр Петрович	БГАТУ	0				0		1,5		1,5	37
Ковальчук Денис Александрович	ВАРБ	1,5	0	0		0		0		1,5	37
Медведева Мария Владимировна	БНТУ	0,5			0	0,5		0,5		1,5	37
Павлюченко Юлия Александровна	БарГУ	0,5	0	0	0	0,5	0	0,5		1,5	37
Сидорук Виктор Иванович	КИИ	0,5		0	0,5	0,5		0		1,5	37
Худенко Сергей Николаевич	ВАРБ	0,5	0,5			0,5	0			1,5	37
Девятников Николай Евгеньевич	МГВАК	1				0	0			1	38
Лахманенко Оксана Сергеевна	БРУ	0,5			0	0,5	0			1	38
Линник Дмитрий Александрович	ГрГУ	0	0					1		1	38
Лиша Андрей Александрович	БГАТУ	0	0			0,5	0	0,5		1	38
Минченко Сергей Васильевич	МГУП	0,5				0,5		0		1	38
Страленя Павел Михайлович	КИИ	0,5	0	0	0	0	0	0,5		1	38
Гостик Сергей Александрович	ГрГУ	0,5		0						0,5	39
Довгоспиный Евгений Игоревич	МГВАК	0,5								0,5	39
Кошман Вячеслав Леонидович	БГТУ	0,5	0			0	0			0,5	39
Попов Сергей Александрович	БГАТУ	0			0,5	0		0		0,5	39
Саук Дмитрий Ростиславович	ВАРБ	0,5		0		0	0	0		0,5	39
Толстыко Сергей Анатольевич	ВАРБ	0,5				0	0		0	0,5	39
Черняк Павел Владимирович	ВАРБ	0	0	0		0	0,5	0		0,5	39
Борисенко Дмитрий Александрович	МГПУ	0				0	0			0	40
Глубокий Денис Станиславович	ГрГУ	0		0		0				0	40
Гульчак Ольга Николаевна	МГПУ	0	0					0		0	40
Денисевич Игорь Петрович	ГрГУ	0				0	0			0	40
Кухаренко Константин Викторович	МГВАК	0				0				0	40
Шемрук Александр Николаевич	БГАТУ	0	0	0	0			0		0	40
Щербунов Дмитрий Юрьевич	МГВАК	0				0				0	40

## 6 Результаты теоретического конкурса (командный зачет)

Команда	Сумма баллов	Место
ПГУ	<b>106</b>	<b>1</b>
УГНТУ	<b>90,5</b>	<b>2</b>
УГТУ	<b>60,5</b>	<b>3</b>
КазГТУ	59	4
ВОЕНМЕХ	56	5
БелГУТ	52,5	6
БНТУ	45,5	7
ПГТУ	42	8–9
КурГТУ	42	8–9
ЮУрГУ	113,5	10
НТУУ(КПИ)	28	11
БрГТУ	25,5	12
КИИ	19	13
ГГТУ	17,5	14
МГПУ	13	15–16
БРУ	13	15–16
БГТУ	11,5	17
БарГУ	11	18
БрянГТУ	8	19
ВАРБ	7,5	20
БГАТУ	6,5	21
МГВАК	1,5	22–23
ГрГУ	1,5	22–23
МГУП	1	24

## 7 Руководители команд – участниц олимпиады:

Веремейчик Андрей Иванович – Брестский государственный технический университет (БрГТУ).

Дремчук Владимир Алексеевич – Барановичский государственный университет (БарГУ).

Зотов Алексей Николаевич – Уфимский государственный нефтяной технический университет (УГНТУ).

Илихменев Андрей Львович – Балтийский государственный технический университет (ВОЕНМЕХ).

Камлюк Андрей Николаевич – Белорусский государственный технологический университет (БГТУ).

Кисель Инна Васильевна – Минский государственный высший авиационный колледж (МГВАК).

Кракова Ирина Евгеньевна – Белорусский государственный университет транспорта (БелГУТ).

Кроль Дмитрий Григорьевич – Гомельский государственный технический университет (ГГТУ).

Леванович Николай Андреевич – Белорусско-Российский университет (БРУ).

Лулехина Ирина Владимировна – Курский государственный технический университет (КурГТУ).

Лысиков Николай Николаевич – Брянский государственный технический университет (БрянГТУ).

Муштари Айрат Ильдарович – Казанский государственный технологический университет КазГТУ.

Навныко Валерий Николаевич – Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина (МГПУ).

Орешко Элеонора Александровна – Командно-инженерный институт МЧС (КИИ).

Осипенко Михаил Анатольевич – Пермский государственный технический университет (ПГТУ).

Остапенко Елена Николаевна – Пермский государственный университет (ПГУ).

Ракова Нина Леонидовна – Белорусский государственный аграрный технический университет (БГАТУ).

Рощева Татьяна Анатольевна – Уральский государственный технический университет-УПИ (УГТУ-УПИ).

Скляр Ольга Николаевна – Белорусский национальный технический университет (БНТУ).

Стома Александр Сергеевич – Военная академия РБ (ВАРБ).

Чкалов Алексей Валериевич – Национальный технический университет Украины «КПИ» (НТУУ (КПИ)).

Щевелёва Мария Петровна – Южно-Уральский государственный университет (ЮУрГУ).

В олимпиаде также самостоятельно принимали участие студенты вузов

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы (ГрГУ);

Могилевский государственный университет продовольствия (МГУП).

## 8 Результаты конкурса «Брейн-ринг»

Поря- док сдачи	Команда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Баллы	Место	
6	УГНТУ	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	25	1	
25	ВОЕНМЕХ	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	18	2	
1	БелГУТ-1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	17	3	
13	БНТУ-1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	17	3	
23	ПГУ-1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	17	3
28	Россия	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	17	3	
5	ПГТУ	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	16	4	
33	УГТУ-УПИ	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	16	4	
19	Курск	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	15	5	
4	БелГУТ-2	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	14	6	
31	БРУ	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	14	6	
15	КХТИ	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	13	7	
11	БрГТУ-2	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	12	8	
27	НТУУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	12	8	
14	КИИ-1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	11	9
30	БНТУ	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	11	9	
32	ЮУрГУ	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	11	9	
20	БарГУ	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	10	10	

24	ВАРБ-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	9	11
17	ГГТУ-2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8	12
12	МГПУ	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	7	13	
26	КИИ-2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	14	
3	Могилев	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	15	
8	БрГТУ-1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5	15	
9	БГТУ	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	15	
7	ГГТУ-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	16	
18	МГПУ-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	4	16
2	ГрГУ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	17
10	БГАТУ	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	17
29	ПГУ-2	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	17
16	МГВАК	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2	18	
22	ВАРБ-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	18
21	Сборная	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	19
<i>Примечание – При равенстве баллов более высокое место присуждалось команде, раньше сдавшей работу.</i>																																				

## **9 Составы команд конкурса «Брейн-ринг» (по порядку занятых мест)**

- 1 УГНТУ – Тихонов А.Ю., Валеев А.Р., Амирханов И.Р.
- 2 ВОЕНМЕХ – Керимов Р.А., Ашарчук А.В., Чижевский В.В.
- 3 БелГУТ-1 – Петрачков С.А., Буренко Н.Н., Шатило В.В.
- 4 БНТУ-1 – Ширко И.В., Кузьма П.М., Нгуен Ф.А.
- 5 ПГУ-1 – Путин Н.А., Шуваев Н.В., Шардин М.А.
- 6 Сборная вузов России – Берденников Н.С., Ибрагимов А.Р., Звонков И.Н.
- 7 ПГТУ – Третьякова А.Н., Мулюков М.В., Анферов С.Д.
- 8 УГТУ-УПИ – Шаймарданов М.М., Бекчурин В.В., Копытов Н.П.
- 9 КГТУ – Воронцов И.А., Тарасова Е.С., Чунихин Н.Н.
- 10 БелГУТ-2 – Желдак В.А., Кузнецова М.Г., Бык В.В.
- 11 БРУ – Савенков А.А., Лаптев Д.И., Семеняко В.Ю.
- 12 КХТИ – Валяхметов Ф.Ф., Тихонов А.Л., Хакимов Б.Р.
- 13 БрГТУ-2 – Корольчук Р.В., Парфиевич А.Н., Заверженец П.Г.
- 14 НТУУ – Романченко В.Б., Шлыкова И.А.
- 15 КИИ-1 – Бояренко К.А., Балкунец В.В., Кучейко С.М.
- 16 БНТУ – Рапович С.А., Хмелевский В.А., Адамцевич В.А.
- 17 ЮУрГУ – Коржук Д.А., Кочнев П.В., Демина Е.Л.
- 18 БарГУ – Кудрицкий С.А., Григаркевич С.М., Довгилович Е.Е.
- 19 ВАРБ-2 – Худенко С.Н., Радко А.И., Черняк П.В.
- 20 ГГТУ-2 – Гайсенко А.И., Кудласевич С.В., Калинин В.Н.
- 21 МГПУ – Вегера А.В., Курпин А.А., Терещенко А.Н.
- 22 КИИ-2 – Страленя П.М., Раковец С.Л., Сидорук В.И.
- 23 Сборная вузов Могилева – Минченко С.В., Сobotковский И.В., Лахманенко О.С.
- 24 БрГТУ-1 – Климович М.П., Олех А.Ф., Прожижко А.Г.
- 25 БГТУ – Гурницкий В.В., Гмырак А.С., Бабареко П.В.
- 26 ГГТУ-1 – Богацкий В.Д., Невмержицкий В.Н., Алексеев А.Г.
- 27 МГПУ-2 – Борисенко Д.А., Колядко Ж.В., Гульчак О.Н.
- 28 ГрГУ – Линник Д.А., Денисевич И.П., Глубокий Д.С.
- 29 БГАТУ – Александрович Е.Я., Лиша А.А., Попов С.А.
- 30 ПГУ-2 – Мокрушин Д.В.
- 31 МГВАК – Довгоспинный Е.И., Девятников Н.Е., Щербунов Д.Ю.
- 32 ВАРБ-1 – Ковальчук Д.А., Толстыко С.А., Саук Д.Р.
- 33 Сборная вузов – Кухаренко К.В., Павлюченко Ю.А., Бушин А.В.