

2 **Костенко, Н. И.** Исследование угловой скорости вращения дебалансного вала вибровозбудителя / Н. И. Костенко, Л. М. Осина, Л. И. Сердюк // Вибрации в технике и технологиях. – 2000. – № 1. – С. 48–51.

3 **Пісковий, С. С.** Про вибір параметрів оптимізації момента опору підшипників кочення у вібромашинах / С. С. Пісковий // Галузеве машинобудування, будівництво. Зб. наук. пр. – Вип. 14. – Полтава ПНТУ ім. Ю. Кондратюка – 2004. – С.15–16.

4 **Сердюк, Л. И.** К определению коэффициента сопротивления качению в подшипниках дебалансного вала / Л. И. Сердюк, С. С. Песковой // Вопросы вибрационной технологии. – Ростов н/Д : Издательский центр ДГТУ, 2006. – С. 169–172.

L. I. SERDJUK, S. S. PESKOVOJ

RESEARCH OF LOAD AND ROLLING RESISTANCE IN BEARINGS OF SHAKE-OUT MACHINES UNBALANCE SHAFT EFFECT

In paper the rolling resistance in bearings of vibromachine unbalance shaft definition approach is introduced. Some results of the use of the given approach are presented.

Получено 26.09.2008

ISBN 978-985-468-565-6. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Вып. 3. Гомель, 2009

УДК 624.072.21.7

Е. А. СИГАЙ, А. А. СИЛЬЧЕНКО, О. В. КОЗУНОВА

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

ВАРИАЦИОННО-РАЗНОСТНЫЙ ПОДХОД К НЕЛИНЕЙНОМУ РАСЧЕТУ ФУНДАМЕНТНЫХ ПЛИТ НА СЛОИСТЫХ ОСНОВАНИЯХ

Рассматривается вариационно-разностный подход (плоская деформация) к расчету фундаментных плит на физически нелинейном слоистом грунтовом основании со слабым слоем. Использована модель упругого слоя конечной толщины с секущим модулем деформации, изменяющимся по нелинейному закону. Применен метод упругих решений в области малых упруго-пластических деформаций. Приведены результаты численных расчетов, выполненных с помощью программного пакета Mathematica 6.0.

Слоистое основание: выбор модели и метода расчета. В силу природных особенностей ландшафта Республики Беларусь реальные грунтовые основания сложены как «многослойный пирог». Поэтому их можно рассматривать как неоднородные (*слоистые*) основания. Их неоднородность усиливает

ся наличием в них слабых слоев, у которых прочностные свойства на порядок ниже аналогичных. Поэтому при расчете конструкций на упругом основании первостепенным вопросом является выбор такой модели, которая приближала бы напряженно-деформированное состояние (НДС) этого основания к реальным условиям.

В инженерной практике используются различные механические модели упругого основания [1, 2], краткий обзор которых приведен в публикациях [3, 4]. Выбор модели упругого основания в большинстве случаев зависит от интуиции инженера-проектировщика и представляет довольно сложную задачу. В предлагаемой работе выбрана модель упругого слоя конечной толщины с модулем упругости этого слоя E_k , изменяющимся по нелинейному закону. Коэффициент Пуассона ν_k принимается постоянным.

Фундаменты большинства инженерных сооружений при проектировании и их обследовании рассчитываются как фундаментные плиты на упругом основании [1]. Существующие методы расчета фундаментных плит и оснований базируются на использовании теории линейно деформируемых тел. Методика такого расчета приводится в СНБ 5.01.01-99 [5].

В этой статье рассматривается контактная задача нелинейной теории упругости (плоская деформация): линейно упругая фундаментная плита на нелинейно-упругом слоистом основании. Каждый слой грунта представляется как нелинейно деформируемая однородная среда. В силу нелинейности предлагаемая задача решается с использованием итераций метода упругих решений А. А. Ильюшина [6], численная реализация которого осуществляется методом конечных разностей (МКР) в программном пакете *MATHEMATICA 6.0*.

Постановка задачи. Рассматривается линейно упругая фундаментная плита на физически нелинейном слоистом основании со слабым слоем (рисунок 1, а). Плита находится под действием произвольной нагрузки.

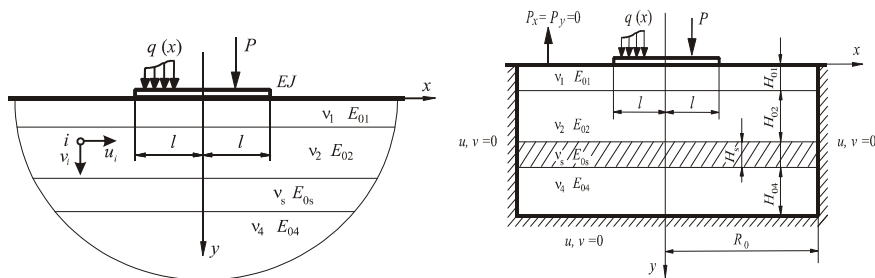


Рисунок 1 – Фундаментная плита на слоистом основании

Параметры плиты: ширина $2l$, высота h , изгибная жесткость EJ . При расчете слоистое основание заменяется прямоугольной расчетной областью (рису-

нок 1, б), размеры которой: по оси $X - 2R_0=10l$; по оси $Y - H_0=4l$, где $H_0 = \sum H_{0k}$, k – номер упругого слоя.

Основание аппроксимируется симметричной разбивочной сеткой (рисунок 2) конечных размеров с постоянным шагом по осям. В результате получено 203 i -тые узловые точки (135 внутренние, 41 контурная и 27 поверхностные) и 168 j -тых сеточных ячеек. Первые 28 ячеек (1–28) принадлежат верхнему несущему слою, следующие 56 ячеек (29–84) – среднему. Слабый слой соответствует 85–112 сеточным ячейкам, нижний слой – 113–168 ячейкам.

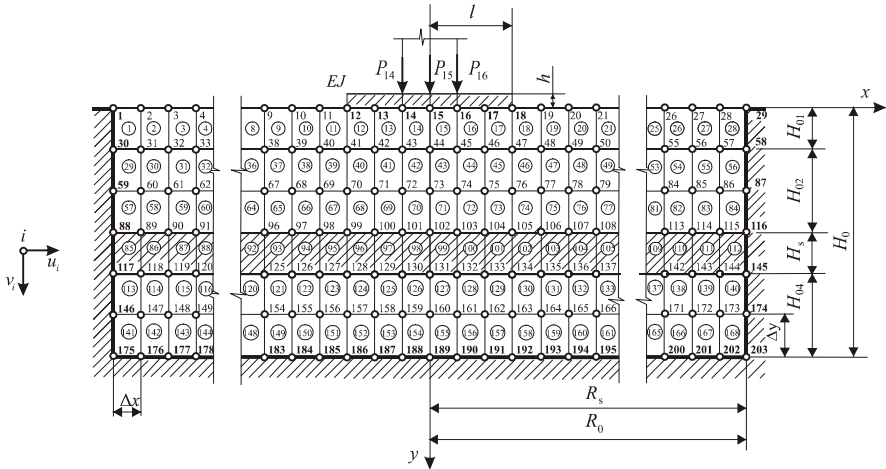


Рисунок 2 – Разбивочная сетка расчетной области

За неизвестные принимаем: $u_i(x)$, $v_i(y)$ – компоненты вектора перемещения i -той узловой точки основания, направленные вдоль осей x и y соответственно; $p_y^{(i)}(x, y)$ – реактивные давления в зоне контакта фундаментной плиты с основанием.

Граничные условия задачи на границах принятой расчетной области перемещения в направлениях осей x и y принимаются равными нулю; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты $v_i = y_k$.

На контакте плиты с упругим основанием возникают только нормальные реактивные давления, силами трения пренебрегаем. Для плиты справедливы гипотезы теории изгиба.

Алгоритм расчета в нелинейной постановке. Зависимость между интенсивностями напряжений и деформаций (рисунок 3) для нелинейного слоистого основания согласно [7] имеет следующий вид:

$$\sigma_i^{(k)} = \sigma_{yk} \operatorname{th} \left(\frac{E_{0k}}{\sigma_{yk}} \varepsilon_i^{(k)} \right), \quad (1)$$

где σ_{yk} , E_{0k} – предел текучести и начальный модуль деформации k -того слоя основания. Если основание неоднородно, то каждый упругий слой имеет свои значения σ_{yk} , E_{0k} . Коэффициент Пуассона ν_k также различен для соответствующих упругих слоев, но в пределах одного слоя величина постоянная.

Кроме того, уже на стадии постановки краевой задачи необходим учет упругих параметров слабого слоя для корректного написания сеточных уравнений. Слабый слой имеет характеристики прочности на порядок ниже характеристик несущих слоев грунта. В расчете они обозначены σ_{ys} , E_{0s} .

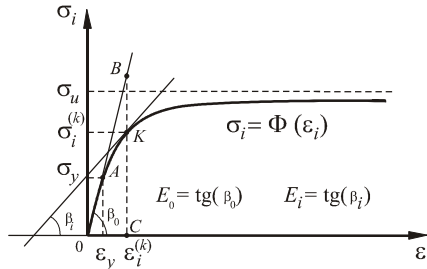


Рисунок 3 – Зависимость $\sigma_i(\varepsilon_i)$ для упругого слоя основания

Нелинейный расчет системы «плита – основание» методом упругих решений [6] предполагает итерационный процесс. Сходимость итерационного процесса теоретически исследуется в работе [8]. При каждой итерации модуль деформации в i -той точке основания изменяется, поэтому при вычислениях используется касательный модуль деформации, который в соответствии с формулой (1)

$$E_i^{(n)} = \operatorname{tg} \beta_i = \frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} = \frac{E_{0i}}{\operatorname{ch}^2 \left(\frac{E_{0i}}{\sigma_{yi}} e_i^{(n-1)} \right)}, \quad (2)$$

где n – номер последующей итерации, с учетом того, что в первом приближении $n = 1$. То есть, зависимость $\sigma_i(\varepsilon_i)$ отождествляется аналогичной при простом сжатии, а диаграмма $\sigma_i(\varepsilon_i)$ приближается к диаграмме упругопластического тела.

Для решения сформулированной задачи в нелинейной постановке используется функционал полной энергии, значение которого получено суммированием функционала энергии деформаций упругого основания U_f , функционала энергии изгиба плиты Ω_b и потенциала работы внешней нагрузки Π и имеет вид

$$\mathcal{E} = U_f + \Omega_b + \Pi, \quad (3)$$

где каждое из слагаемых справа определяется соотношениями теории упругости [6]. Их дифференциальный и конечно-разностный вид приведены в работах [4, 5].

Так как в состоянии статического равновесия функционал полной энергии \mathcal{E} должен иметь минимум, то неизвестные перемещения $u_i(x)$, $v_i(y)$ будут найдены из условия обращения в нуль производных от полной энергии по каждому из перемещений, то есть

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial v_i} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial u_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (4)$$

где N – число узловых точек основания. В ходе преобразований (4) получается система дифференциальных уравнений, порядок которой равен $2N$, т. е. числу неизвестных перемещений.

Результаты расчета. Имея значения напряжений и перемещений, полученных в результате линейного решения задачи (в первом приближении), определяется касательный модуль деформации (2) для каждой сеточной ячейки и задача решается во втором и последующих приближениях. Итерационный процесс заканчивается, как только разница между последующим и предыдущим приближением исследуемой функции будет соответствовать требуемой точности решения задачи.

Практическим критерием сходимости служит следующее условие:

$$\delta_f = \frac{f_{\max}^{(n)} - f_{\max}^{(n-1)}}{f_{\max}^{(n)}} \cdot 100 \% \leq \xi = 3 \%, \quad (5)$$

где $f_{\max}^{(n)}$, $f_{\max}^{(n-1)}$ – максимальные значения исследуемой функции, (n) и $(n-1)$ итераций.

Для реализации указанного подхода составлена программа на языке Mathematica 6.0 и проведена ее числовая апробация для многослойных оснований с учетом слабого слоя. При численном расчете использовались следующие упругие параметры системы «плита – основание»: 1-й *несущий слой* (песок мелкий прочный) – $\sigma_{y1} = 0,25$ МПа; $\nu_1 = 0,33$; $E_{01} = 30$ МПа; 2-й *несущий слой* (супесь мореная прочная) – $\sigma_{y2} = 0,22$ МПа; $\nu_1 = 0,30$; $E_{02} = 21$ МПа; 3-й *слабый слой* (песок мелкий средней прочности) – $\sigma_{ys} = 0,20$ МПа; $\nu_s = 0,32$; $E_{0s} = 21$ МПа; 4-й *несущий слой* (супесь мореная прочная) – $\sigma_{y4} = 0,22$ МПа; $\nu_4 = 0,30$; $E_{01} = 21$ МПа, железобетонная плита (бетон марки В15) – $P = 90\,000$ Н; $l = 1,2$ м, $h = 0,5$ м; $E_6 = 2,35 \cdot 10^{10}$ Па.

Сходимость итерационного алгоритма

На рисунках 4, 5 приведены результаты расчета осадок основания и плиты и распределение реактивных давлений в контактной зоне плиты для первых трех приближений. Из графиков следует, что итерационный процесс сходится быстро: а) при расчете осадок поправка в критерии сходимости $\delta_v = 0,50$ %; б) реактивные давления имеют самую малую поправку в критерии сходимости $\delta_p = 0,0076$ %, практически полностью совпадают результаты «линейного расчета» и последующих итераций.

Выводы. В работе предложен новый подход для расчета фундаментных плит на физически нелинейном слоистом основании со слабым слоем, который позволяет полностью найти НДС основания, исследовать контактную зону, вычислить внутренние усилия и осадки плиты.

Вычисления показали, что:

а) применение вариационного подхода в решении контактной задачи вместе с физическими итерациями по А. А. Ильюшину приводит к быстрой сходимости расчета (максимум – три итерации), особенно в напряжениях;

Осадки, м

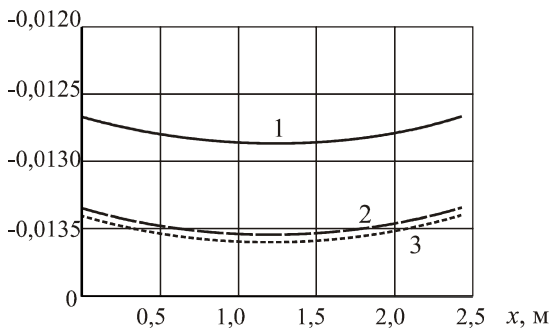


Рисунок 4 – Осадки основания и плиты в контактной зоне: 1 – «линейный расчет», 2 – первая итерация, 3 – вторая итерация

Реактивные давления, МПа

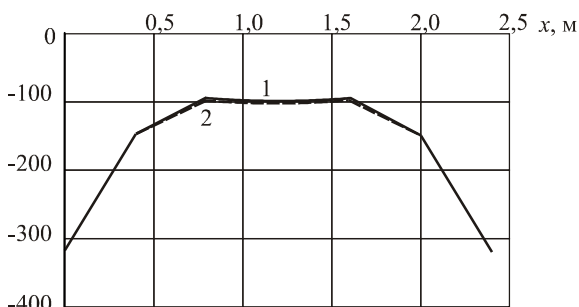


Рисунок 5 – Эпюры реактивных давлений в контактной зоне: 1 – «линейный расчет», 2 – первая итерация

б) наличие распределительной способности грунта очевидна и неоспорима, поэтому в инженерных расчетах необходим учет этой способности, особенно в условиях плотной застройки города;

в) характер и вид эпюр внутренних усилий в сечениях линейно упругой фундаментной плиты полностью соответствует гипотезам и допущениям теории упругости;

г) в результате нелинейного расчета слоистого основания получены осадки системы «плита – основание», которые на 29,7 % меньше, чем аналогичные, вычисленные методом послойного суммирования по нормативной методике СНБ [5]. Так как расчет ведется по второй группе предельных состояний – по деформациям, то это сравнение является определяющим, и свидетельствует о возможном запасе по деформациям.

Вариационно-разностный подход позволяет уточнить и более полно описать деформационное и напряженное состояние инженерной системы «плита – основание», а также исследовать НДС во всех точках расчетной области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Горбунов-Посадов, Н. И.** Расчет конструкций на упругом основании / Н. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. – М. : Стройиздат, 1984. – 679 с.

2 **Федоровский, В. Г.** Прогноз осадок фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит / В. Г. Федоровский, С. Г. Безволев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2000. – № 4. – С. 10–18.

3 **Босаков, С. В.** Вариационно-разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – (в печати).

4 **Козунова, О. В.** Нелинейный расчет балочных плит на слоистых основаниях с биогеинными включениями / О. В. Козунова // Геотехника Беларуси: теория и практика. – Минск : БНТУ, 2008. – С. 37–65.

5 СНБ 5.01.01-99 «Основания и фундаменты зданий и сооружений». – Минск : Мин-во арх. и стр-ва Республики Беларусь, 1999. – 36 с.

6 **Александров, А. В.** Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высшая школа, 1990. – 398 с.

7 **Босаков, С. В.** Расчет балки на упругой физически нелинейной полуплоскости / С. В. Босаков, О. В. Машкова (Козунова) // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь. – Гомель : БелГУТ, 2005. – С. 40–43.

8 **Козунова, О. В.** Применение МКР в нелинейных расчетах балок на однородном упругом слое / О. В. Козунова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. – Ровно, Украина, 2008. – Вып.17 – С. 373–381.

E. A. SIGAJ, A. A. SILCHENKO, O. V. KOZUNOVA

THE VARIATIONAL-DIFFERENTIAL APPROACH TO NONLINEAR CALCULATION OF FOUNDATION PLATES ON THE LAMINATED GROUNDS

The calculation variational-differencial approach (plane deformation) to the calculation of foundation plates on physically nonlinear laminated foundation with a weak layer is being considered. The model of elastic finite thickness layer with secant modulus of deformation changing by non-linear law has been used. The method of elastic solutions in the field of small elastic-plastic deformations has been applied. The results of numerical calculations done with Mathematica 6.0 Programming Tool Set are presented.

Получено 28.11.2008