АННА ПЛХОВА
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ МАШИНОЙ ДЛЯ НАМОТКИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛОС

В работе исследуется процесс намотки металлической полосы в рулон. Весь процесс намотки в модели наматывающей машины разделен на пять стадий. Для описания каждой стадии создана математическая модель, проверенная экспериментально. Полученные экспериментальные результаты подтвердили исходные теоретические предположения, которые легли в основу создания математических моделей, а также показали, что точная установка рулона и подающих роликов является необходимым и самым важным условием получения тугого рулона с требуемым внутренним диаметром. Вся модель намоточной машины имеет 9 основных функций, определяющих процесс намотки. Эксперименты доказывают, что синхронизация всех функций с моделью требует автоматического управления или, по крайней мере, частичной механизации.

Получено 15.12.2008

ISBN 978-985-468-565-6. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Вып. 3. Гомель, 2009

УДК 629.114

В. П. САХНО, Л. И. ЗАВЬЯЛОВА, А. В. ТРУШИН
Национальный транспортный университет Украины, Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ МНОГООСНОГО АВТОМОБИЛЯ В СЛУЧАЕ ВЫСОКОЙ РАЗМЕРНОСТИ ВЕКТОРА ЕГО СОСТОЯНИЯ

Описан один из возможных подходов к исследованию устойчивости систем высокого порядка. Рассмотрена задача неголономной механики об устойчивости прямолинейного движения многоосного автомобиля с передней и задней управляемыми осями. Взаимодействие пневматика с дорогой описана в соответствии с гипотезой Келдыша.

Дальнейшее увеличение производительности автомобильных транспортных средств невозможно без преодоления низкого уровня устойчивости их движения. Эксплуатационные свойства многоосных автомобилей изучены далеко не столь подробно, как простых двухосных. Ведущие зарубежные фирмы решают проблему создания многоосных машин качественно нового уровня в основном с помощью интуитивной эмпирики, требующей больших затрат для каждой модели. Решение этой задачи на стадии проектирования предполагает использование важнейших достижений фундаментальных наук. Распространение классических принципов механики на системы с неголономными связями и распределенными параметрами является на сегодня наиболее результативным. Эти методы широко используются в машиностроении.

Успешное решение вопроса об устойчивости движения автомобиля зависит от правильного выбора расчётной схемы, которая наиболее полно отражала бы важнейшие факторы, влияющие на это эксплуатационное свойство, и от точности оценки сил взаимодействия пневматической шины с дорогой.

Исследование многоосного автомобиля как системы нескольких твердых тел, которые соединены голономными и неголономными связями, приводит к изучению сложной механической системы с большим количеством степеней свободы, математическая модель которой имеет высокий порядок. Это значительно осложняет вторую фазу исследования – анализ и решение систем дифференциальных уравнений. Получить какие-либо аналитические соотношения и установить свойства такой модели при произвольных значениях параметров – практически нерешаемая задача. Это обстоятельство определяет острую необходимость в определённых допущениях, без которых проведение аналитических исследований невозможно.

В своей докторской диссертации А. М. Ляпунов при исследовании устойчивости использовал приём, который впоследствии получил название «принцип сведения», позволяющий понизить порядок исследуемой системы дифференциальных уравнений. Дальнейшие уточнения и обобщения этого метода проводились в работах: Н. Г. Четаева, И. Г. Малкина, К. П. Персидского, Г. В. Каменкова, В. И. Зубова, В. А. Плиса и других авторов.

Задача построения областей устойчивости является более важной, но вместе с этим и более сложной по сравнению с установлением самого факта устойчивости положения равновесия динамической системы. Область устойчивости рассматривается как область жизнеобеспечения при функционировании системы, поэтому специалисту необходимо знать размеры этой области. Теория уделяет достойное внимание развитию эффективных методов оценки областей устойчивости. Основной из них – метод функций Ляпунова, дает возможность получать оценки областей устойчивости и в отдельных случаях даже строить все области устойчивости Σ в соответствии с соотношением

$$\Omega, \Sigma = \{x : V(x) < \ell\}, \tag{1}$$

где $V(x)$ – положительно определённая функция Ляпунова, ℓ – критериальная постоянная (положительное число). Основная трудность в использовании соотношения (1) заключается либо в построении функции Ляпунова (метод Зубова), либо в подсчете постоянной ℓ при использовании метода стационарных точек функций Ляпунова, метода минимизации функций Ляпунова на некоторых гиперповерхностях и т. д. Эти известные методы преимущественно применяются к предварительно преобразованным уравнениям (приведенным к диагональному виду и т. д.).

Так как построение скалярной функции Ляпунова для систем высокого порядка затруднительно, то для анализа устойчивости и оценки переходного процесса таких систем может использоваться вектор-функция Ляпунова (ВФЛ), идея которой выдвинута Р. Беллманом [3] и В.М. Матросовым [4]. Метод ВФЛ, который предусматривает использование ЭВМ, считается наиболее эффективным для систем высокого порядка. Способ предусматривает декомпозицию системы, т.е. деление всей системы на m слабо связанных подсистем, каждая из которых, если её рассматривать как изолированную, удовлетворяет условиям экспоненциальной устойчивости в целом и допускает построение скалярной функции Ляпунова (компоненты ВФЛ), дающей достаточные условия экспоненциальной устойчивости, которые, однако, могут быть достаточно далеки от необходимых. Уточнение результатов в этих случаях может быть получено путём конечного итерационного процесса улучшения ВФЛ, предложенного А. С. Земляковым и В. М. Матросовым [5] и основанного на введении иерархии подсистем. При использовании способа Ф. Н. Бейли наибольшие трудности вызывает вопрос о декомпозиции системы. Если декомпозиция сделана неудачно, то способ приводит к ВФЛ, дающей такие достаточные условия экспоненциальной устойчивости, которые могут быть весьма далекими от необходимых.

В связи с этим процессу декомпозиции систем при исследованиях уделяется большое внимание. Обычно сначала динамическую модель системы стремятся составить наиболее полно, учтя при этом особенности системы. Когда дифференциальные уравнения составлены, переходят к изучению взаимосвязи между параметрами системы и выяснению степени их взаимовлияния. После этого слабыми связями пренебрегают и рассматривают дифференциальные уравнения системы по отдельным частям. Для того чтобы это отделение произошло, делаются различные дополнительные предположения: какие-то параметры считаются очень большими или малыми, какие-то элементы рассматривают как абсолютно жесткие или безынерционные и т. д. Вследствие преобразований, проведённых с целью декомпозиции системы, порядок её снижается. Потом система уравнений (после подстановки численных значений параметров) преобразовывается посредством ЭВМ к квазиблочно-диагональному виду [5]. И уже к ней применяется конечный итерационный процесс, основанный на иерархии подсистем, и строится квадратичная вектор-функция Ляпунова.

Устойчивость или неустойчивость невозмущенного движения автомобиля определяется собственными числами матрицы **A**, составленной из коэффициентов уравнений его возмущённого движения. Задачу проверки матрицы **A** на устойчивость усложняет то обстоятельство, что интерес представляет не столько её решение для конкретной матрицы, сколько получение условий, которые дали бы возможность утверждать, что различные представители класса матриц **A**(V) являются устойчивыми.

В данной работе задача нахождения характеристического многочлена для автомобиля с передней и задней управляемыми осями алгоритмизирована путем разбиения матрицы коэффициентов уравнений системы на квадратные блоки второго порядка и приведения ее к квазитреугольному виду с помощью обобщенного алгоритма Гаусса. Это позволяет представить определитель в виде произведения диагональных элементов, а характеристическое уравнение – в виде произведения полиномов более низкого порядка.

В рамках определенных ограничений, оговоренных в работах [1, 2], в данной работе исследуется прямолинейное движение автомобиля с произвольным числом осей и произвольным их размещением по базе. В математической модели учтены: кинематические связи эластичной шины с дорогой, действие гироскопических моментов на управляемых колесах, упругость привода, упругая связь между подвеской с управляемыми колесами и остовом, их инерционные свойства.

Автомобиль рассматривается изолированно как объект регулирования и оценивается по реакциям на "выходе" при определенных сигналах на "входе".

В данной работе исследуется курсовая устойчивость автомобиля при воздействии случайных возмущений со стороны дороги. В качестве критерия оценки принята критическая скорость, при которой движение становится неустойчивым. При исследовании курсовой устойчивости необходимо ответить на вопрос: при каких сочетаниях параметров автомобиля и скорости движения возможно устойчивое движение?

В работе исследуется собственная устойчивость автомобиля, когда влияние водителя исключается.

Дифференциальные уравнения возмущенного движения автомобиля при его малых отклонениях от прямолинейной траектории получены на основе уравнений метода неопределённых множителей Лагранжа [1]. Для описания механизма взаимодействия пневматика с дорогой используется гипотеза Келдыша. Поэтому к известным обобщённым координатам добавляются координаты, описывающие деформации шины: боковая ξ и скручивания φ, которые также предполагаются малыми.

При исследовании устойчивости управляемого, но некорректируемого движения интерес представляет поведение линейной скорости бокового смещения $\dot{x}$ и скорости изменения курсового угла $\dot{\theta}$, на которые водитель не может оказывать непосредственного влияния при управлении, и поэтому их потеря устойчивости особенно опасна.

Уравнения возмущённого движения автомобиля с передней и задней управляемыми осями в малой окрестности равномерного прямолинейного движения имеют вид [1]:

$$MV(\dot{u}-w)-\sum_{i=1}^{k}a_i\xi_i-N(\sigma_1\psi_1+\sigma_{зд}\psi_{зд})=0;$$

$$(I_1+I_2+I_{2зд})\dot{w}+I_2\ddot{v}_1+I_{2зд}\ddot{\vartheta}_{зд}+\omega(I_4\dot{\psi}_1+I_{4зд}\dot{\psi}_{зд})-$$
$$-\sum_{i=1}^{k}(a_i l_i\xi_i+b_i\varphi_i)-N(\sigma_1 l_1\psi_1+\sigma_{зд}l_{зд}\psi_{зд})=0;$$

$$I_2\ddot{\nu}_1 + h_1\dot{\nu}_1 + k_1\nu_1 + I_2\dot{w} + 2I_4\omega\dot{\psi}_1 - b_1\varphi_1 = 0;$$

$$I_{2зд}\ddot{\nu}_{зд} + h_1\dot{\nu}_{зд} + k_1\nu_{зд} + I_{2зд}\dot{w} + 2I_{4зд}\omega\dot{\psi}_{зд} - b_{зд}\varphi_{зд} = 0;$$

$$I_3\ddot{\psi}_1 - 2I_4\omega\dot{\nu}_1 - I_4\omega w + h_2\dot{\psi}_1 + k_2\psi_1 + (a_1 r + 0.5\sigma_1 N)\xi_1 + N(\sigma_1 r + \rho_1)\psi_1 = 0;$$

$$I_{3зд}\ddot{\psi}_{зд} - 2I_{4зд}\omega\dot{\nu}_{зд} - I_{4зд}\omega w + h_2\dot{\psi}_{зд} + k_2\psi_{зд} + (a_{зд}r + 0.5\sigma_{зд}N)\xi_{зд} + N(\sigma_{зд}r + \rho_{зд})\psi_{зд} = 0;$$

$$vu + l_1 w + 0{,}5\dot{\xi}_1 + V\nu_1 + 0{,}5V\varphi_1 - r\dot{\psi}_1 = 0;$$

$$vu + l_{1зд}w + 0{,}5\dot{\xi}_{зд} + V\nu_{зд} + 0{,}5V\varphi_{зд} - r\dot{\psi}_{зд} = 0;$$

$$w + \dot{\nu}_{зд} + 0{,}5\dot{\varphi}_{зд} - 0{,}5\alpha_{зд}V\xi_{зд} + 0{,}5\beta_{зд}V\varphi_{зд} + \gamma_{зд}V\psi_{зд} = 0;$$

$$vu + l_i w + 0{,}5\dot{\xi}_i + 0{,}5\varphi_i = 0;$$

$$w + 0{,}5\dot{\varphi}_i - 0{,}5\alpha_i V\xi_i + 0{,}5\beta_i V\varphi_i = 0,\ i = 2, 3, ..., k, \qquad (2)$$

где M – масса автомобиля; V – скорость движения, k – количество колесных осей; I_1 – момент инерции автомобиля без передних колес относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс; $I_2, I_{2зд}$ – моменты инерции соответственно передних и задних колес относительно вертикального диаметра; I_4, $I_{4зд}$ – осевые моменты инерции передних и задних колес; k_1 – коэффициент жесткости рулевого устройства; $l_1, l_2, ..., l_k$ – расстояние от центра масс автомобиля середины до соответствующей оси; α, β, – кинематические коэффициенты, связанные с линией качения колеса; a_i, b_i – коэффициенты упругости, связанные с боковой деформацией колеса и деформацией скручивания, $\omega = \dot{\theta},\ u = \dot{x} \cdot V^{-1} + \theta$.

Первые три уравнения описывают малые колебания автомобиля в окрестности установившихся значений обобщенных координат w, u, θ, остальные – уравнения неголономных связей, накладываемых на колёса автомобиля со стороны дороги. Обобщенными координатами автомобиля на m упругих колесах являются параметры деформации пневматика ξ_i, φ_i ($i = 1, 2, ..., m$), которые также считаются малыми.

Чтобы сделать вывод о поведении системы в переходном режиме, нужно проанализировать корни характеристического уравнения:

$$\det[\lambda E - \mathbf{A}] = 0\ . \qquad (3)$$

Согласно теореме Ляпунова, для асимптотической устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения (3) имели отрицательные действительные части.

Главной трудностью при вычислении определителя матрицы **A** является её высокий порядок, который будет повышаться по мере увеличения числа осей автомобиля. Каждая новая ось добавляет два уравнения неголономных связей, что эквивалентно присоединению к матрице коэффициентов двух строк и столбцов.

В работе предлагается алгоритмизовать эту задачу путем разбиения матрицы **A** на квадратные блоки второго порядка и приведения ее к квазитреугольному виду, так как согласно известной теореме матричной алгебры определитель квазитреугольной матрицы **A** с квадратными диагональными блоками равняется произведению определителей диагональных блоков:

$$|\mathbf{A}| = |\mathbf{A}_{11}| \cdot |\mathbf{A}_{22}| \cdot \ldots \cdot |\mathbf{A}_{nn}|. \tag{4}$$

Для приведения матрицы **A** размерности $n \times n$ превращением подобия к верхней квазитреугольной форме используется обобщенный алгоритм Гаусса: если в блочной матрице **A** к α-й блочной строке (столбца) добавить β-тую блочную строку (столбцу), предварительно умножив его слева (справа) на прямоугольную матрицу **X** соответствующих размеров, то при этом преобразовании не изменится ранг матрицы **A**, а в том случае, когда матрица **A** – квадратная, также и ее определитель. Таким образом, сохраняются собственные значения матрицы **A**.

Матрица устойчивости, соответствующая уравнениям (2), имеет вид (5).

$$\left|\begin{array}{cc|cc|c|c|c|c|cc|cc|c|cc|c|c}
\frac{p}{2} & \frac{V}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{-a_2V}{2} & \frac{B_2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & \frac{p}{2} & \frac{V}{2} & V & -rp & 0 & l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{-a_1V}{2} & \frac{B_1}{2} & p & \gamma_1 V & 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
-a_2 & 0 & -a_1 & 0 & 0 & -\sigma_1 N & MpV & MV & -a_3 & 0 & -a_4 & 0 & \ldots & -a_з & 0 & 0 & -\sigma_з N_з \\
-a_2 l_2 & -b_2 & -a_1 l_1 & -b_1 & I_2 p^2 & X_2 & 0 & I_0 p & -a_3 l_3 & -b_3 & -a_4 l_4 & -b_4 & \ldots & -a_з l_з & -b_з & I_{з2} p^2 & X_з \\
\hline
0 & 0 & A_1 & 0 & -E_1 & D & 0 & -I_4\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -b_1 & E & E_1 & 0 & I_2 p & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V & l_3 & \frac{p}{2} & \frac{V}{2} & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & \frac{-a_3V}{2} & \frac{B_3}{2} & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V & l_4 & 0 & 0 & \frac{p}{2} & \frac{V}{2} & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 0 & \frac{-a_4V}{2} & \frac{B_4}{2} & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V & l_з & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \frac{p}{2} & \frac{V}{2} & V & -rp \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \frac{-a_зV}{2} & \frac{B_з}{2} & p & \gamma_з V \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{4з}\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & A_з & 0 & -E_1 & D_з \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{2з} p & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & -b_з & E_з & E_1
\end{array}\right| \tag{5}$$

В (5) введены такие обозначения:

$$X_2 = I_4\omega p - \sigma_1 N l_1;\quad B_i = p + \beta_i V;\quad D = I_3 p^2 + h_2 p + k_2 + (\sigma_1 r + \rho);$$

$E = I_2 p^2 + h_1 p + k_1$; $\quad A_1 = a_1 r + 0{,}5\sigma_1 N$ (величины с индексом “з” имеют те же самые выражения и относятся к задней оси).

Увеличение осей автомобиля на единицу соответствует увеличению количества уравнений в (2) на две единицы. Это эквивалентно присоединению к матрице устойчивости двухосного автомобиля двух строк блоков 2×2, элементы которых определяются характеристиками добавленной оси. Как следует из (2), ни одно из присоединенных уравнений не содержит обобщенных координат, которые относятся к управляемым осям и деформациям пневматиков предыдущих осей. Это означает, что соответствующие блоки в матрице **A** будут нулевыми.

Разбив (5) на квадратные блоки второго порядка и применив к ним преобразование Гаусса, приведем эту клеточную матрицу к квазитреугольному виду:

$$\left|\begin{array}{cccccc|ccccccccccc}
\frac{p}{2} & \frac{V}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & V & l_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{-a_2V}{2} & \frac{B_2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{p}{2} & \frac{V}{2} & V & -rp & V & l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \frac{-a_1V}{2} & \frac{B_1}{2} & p & \gamma_1 V & 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & Q_1 & Q_2 & T_1 & T_2 & -a_3 & 0 & -a_4 & 0 & \ldots & -a_{\text{з}} & 0 & 0 & -\sigma_{\text{з}} N \\
0 & 0 & 0 & 0 & Q_3 & Q_4 & T_3 & T_4 & -a_3 l_3 & -b_3 & -a_4 l_4 & -b_4 & \ldots & -a_{\text{з}} l_{\text{з}} & -b_{\text{з}} & I_{2\text{з}} p^2 & X_{\text{з}} \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 & R_2 & A_3 & C_3 & A_4 & C_4 & \ldots & A_{\text{з}} & C_{\text{з}} & F_{\text{з}} & L_{\text{з}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_3 & R_4 & A_3^1 & C_3^1 & A_4^1 & C_4^1 & \ldots & A_{\text{з}}^1 & C_{\text{з}}^1 & F_{\text{з}}^1 & L_{\text{з}}^1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V & l_3 & \frac{p}{2} & \frac{V}{2} & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & \frac{-a_3V}{2} & \frac{B_3}{2} & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V & l_4 & 0 & 0 & \frac{p}{2} & \frac{V}{2} & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 0 & \frac{-a_4V}{2} & \frac{B_4}{2} & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V & l_{\text{з}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \frac{p}{2} & \frac{V}{2} & V & -rp \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \frac{-a_{\text{з}}V}{2} & \frac{b_{\text{з}}}{2} & p & \gamma_{\text{з}} V \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_4\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & A_{\text{з}} & 0 & -2I_{4\text{з}}\omega p & D_{\text{з}} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{2\text{з}} p & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & -b_{\text{з}} & E_{\text{з}} & 2I_{4\text{з}}\omega p
\end{array}\right| \qquad (6)$$

Появляется возможность упростить вычисление определителя этой матрицы, представив его как произведение определителей диагональных элементов.

В (5) и (6) введены следующие обозначения:

$$Q_1 = 2I_4\omega p - \frac{A_1}{|A_{22}|}\beta_1 V^2, \quad Q_2 = D + \frac{A_1}{|A_{22}|}\left(\gamma_1 V^2 + B_1 rp\right),$$

$$Q_3 = E + \frac{b_1}{|A_{22}|}\left(p^2 + \alpha_1 V^2\right); \quad Q_4 = 2I_4\omega p + \frac{b_1}{|A_{22}|}(\gamma_1 - \alpha_1 r)p,$$

$$|A_{11}| = B_1 p + \alpha_1 V^2, \ |A_{33}| = Q_1 Q_4 - Q_2 Q_3,$$

$$|A_{11}| = B_2 p + \alpha_2 V^2, \quad T_1 = -\frac{A_1}{|A_{22}|B_1 V}, \ T_2 = \frac{\alpha_1}{|A_{22}|} b_1 V^2,$$

$$T_3 = -I_4\omega + \frac{A_1}{|A_{22}|}(V - B_1 l_1), \ T_4 = I_2 p + \frac{b_1}{|A_{22}|}(p + \alpha_1 l_1 V), \ K_1 = \frac{a_1}{|A_{22}|}\beta_1 V,$$

$$K_2 = I_2 p^2 + \frac{1}{|A_{22}|}\left[a_1\beta_1 l_1 V^2 + b_1\left(\alpha_1 V^2 + p^2\right)\right], \quad K_3 = -\sigma_1 N - \frac{a_1}{|A_{22}|}\left(\gamma_1 V^2 + B_1 rp\right),$$

$$K_4 = I_4\omega p - \sigma_1 N l_1 - \frac{1}{|A_{33}|}\left[a_1 l_1\left(B_1 rp + \gamma_1 V^2\right) + b_1 pV(\gamma_1 - \alpha_1 r)\right],$$

$$R_1 = MpV + \frac{a_1}{|A_{22}|}B_1 V + \frac{a_2}{|A_{11}|}B_2 V - \frac{1}{|A_{33}|}\left[T_1(K_1 Q_4 - K_3 Q_3) + T_2(K_3 Q_1 - K_1 Q_2)\right],$$

$$R_2 = -MV + \frac{a_2}{|A_{11}|}(B_2 l_2 - V) + \frac{a_1}{|A_{22}|}(B_1 l_1 - V) - \frac{1}{|A_{33}|}\left[T_3(K_1 Q_4 - K_3 Q_3) + T_4(K_3 Q_1 - K_1 Q_2)\right],$$

$$R_3 = \frac{V}{|A_{11}|}(a_2 B_2 l_2 + b_2\alpha_2 V) + \frac{V}{|A_{22}|}(a_1 B_1 l_1 + b_1\alpha_1 V) - \frac{1}{|A_{33}|}\left[T_1(K_2 Q_4 - K_4 Q_3) + T_2(K_4 Q_1 - K_2 Q_2)\right],$$

$$R_4 = (I_1 + I_2)p + \frac{1}{|A_{22}|}\left[\left(a_2 B_2 l_2 + b_2\alpha_2 V^2\right)l_2 + b_2 p - a_2\right].$$

Определитель матрицы (6) можно представить в виде произведения определителей более низкого порядка:

Произведение матриц в терминах блоков, полученное при соответствующем разбиении матрицы, формально совпадает с произведением этих матриц в терминах скалярных элементов. Учитывая также, что определитель треугольной матрицы равняется произведению элементов ее главной диагонали, можно записать его в виде произведений определителей второго порядка, а характеристическое уравнение в виде полиномов, имеющих более низкий порядок.

Так как для квадратных матриц одинаковых размеров определитель произведения равняется произведению определителей факторов, то (4) удается записать в виде произведения полиномов:

$$P_{6л}(P_{10} - P_6) - \frac{P_6}{ab(k-2)} \cdot P_4 = 0. \quad (7)$$

где P_i – полиномы соответствующих степеней. Таким образом, вычисление определителя существенно облегчается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Сахно, В. П.** Математические модели в задаче исследования устойчивости прямолинейного движения многоосного автомобиля / В. П. Сахно, Л. И. Завьялова, Е. Л. Барилович // Metody obliezenjowe i badawezew rozwozu systemow pojazdow samochowych i maszyn roboczych samojezdnych: materialy 4 sympozjum. – Rzeszov, 1996. – С. 177–184.

2 **Сахно, В. П.** Оценка влияния схем рулевого управления на устойчивость прямолинейного движения многоосного автомобиля / В. П. Сахно, Л. І. Зав'ялова, Є. Л. Барилович // Праці Західного наукового центру, "Проектування, виробництво та експлуатація автотранспортних засобів і автопоїздів (Нові технології, конструкції, рекомендації), Львів. – 1998. – С. 152–153.

3 **Малкин, И. Г.** Теория устойчивости движения / И. Г. Малкин. 2-е изд. – М. : Наука, 1966. – 532 с.

4 **Bellman R.** Vector Lyapunov function / R. Bellman // J. Soc. Industr. and Appl. Math., Ser. A. – 1962. – Vol. 1. – № 1. – P. 32–34.

5 **Матросов, В. М.** Развитие метода функций Ляпунова / В. М. Матросов // Труды КАИ, матем. и механ. Вып. 97, 1968. – С. 44–57.

6 **Bailey, F. N.** The application of Lyapunov's second method to interconnected systems / F. N. Bailey // J. Soc. Industr. and Appl. Math., Ser. A. – 1966. – Vol. 3. – № 3. – P. 443–462.

7 **Земляков, А. С.** О способах построения квадратичных вектор-функций Ляпунова для нелинейных систем / А. С. Земляков, В. М. Матросов // Сб. тр. школы-семинара по оптимальному и адаптивному управлению. – Саратов, 1972. – С. 23–31.

V. P. SAHNO, L. I. ZAVJALOVA, A. V. TRUSHIN

STABILITY OF MULTI-AXLES CAR MOTION RESEARCH IN CASE OF ITS HIGH DIMENSION VECTOR STATE

One of possible approaches to research of stability of systems of the tall order circumscribed. The problem of notholonomic mechanics about stability of rectilinear motion the multi-axles automobile with fast-head and back controlled axes surveyed. Interacting the pneumatics with road circumscribed according to a Keldysh hypothesis.

Получено 27.09.2008