

M. N. KARAKULOV, E. V. KARAKULOVA, M. I. BORODULIN
**ANALYSIS OF FORCE INTERACTION
FOR PLUNGER GAS-HYDRAULIC ENGINE ELEMENTS**

The design of the reduction gear with plunger transmission has been examined. The method of determination of output power losses from the gearing of plungers located in the free zone of engagement has been worked out. Theoretical solutions are illustrated by a numerical prototype tool designing example.

Получено 29.04.2009

**ISBN 978-985-468-707-0. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 4. Гомель, 2010**

УДК 624.072.21.7

О. В. КОЗУНОВА, Е. А. СИГАЙ

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЕРЕМЕННОГО МОДУЛЯ ДЕФОРМАЦИИ
В НЕЛИНЕЙНЫХ РАСЧЕТАХ НЕОДНОРОДНОГО ОСНОВАНИЯ**

Рассмотрено неоднородное физически нелинейное упругое основание, на которое передаются нагрузки через линейно-упругую балочную плиту. Неоднородная среда моделируется как слоистое основание. Для каждого слоя выбрана модель упругого слоя (УС) конечной толщины с переменным модулем деформации. Закон нелинейно-упругого деформирования описывается степенной функцией и функцией гиперболический тангенс. Для решения контактной задачи «плита – основание» используется *вариационно-разностный подход* (ВРП): модификация *вариационного способа* статического расчета – в нелинейной постановке и с применением МКР. В силу нелинейности расчет ведется методом упругих решений, который предполагает итерационный процесс. Исследована сходимость итерационного алгоритма.

Из теории упругости известно, что для нелинейных расчетов используется функциональная зависимость в виде закона нелинейно-упругого деформирования [1]. В предлагаемой работе в сравнении исследуются следующие модели законов нелинейно-упругого деформирования: *степенная функция*, встречающаяся в работах П. А. Лукаша, В. Е. Быховцева [2]; *функция гиперболический тангенс*, использованная в расчетах С. В. Босакова, О. В. Козуновой [3–8], а также в известной инженерной программе PLAXIS.

Теория нелинейных расчетов балок и плит на упругом основании и некоторые численные результаты с использованием ВРП были опубликованы в работах [3–8]. Это расчеты двухслойных оснований с учетом и без учета ме-

стных ослаблений; расчеты многослойных оснований со слабым слоем; расчеты слоистых оснований с использованием реальных данных геологических испытаний.

В статье приведены результаты нелинейных расчетов неоднородного упругого основания с использованием закона нелинейно-упругого деформирования в виде *степенной функции* в сравнении с функцией *гиперболический тангенс*, применяемой ранее [3–8]. Сходимость итерационного метода с применением функции гиперболический тангенс исследуется в статье [9].

Постановка задачи. В предлагаемой работе решается контактная задача нелинейной теории упругости (плоская деформация): *линейно-упругая* плита на *физически нелинейном упругом* неоднородном основании, имеющем местное ослабление в несущих слоях. Плита находится под действием произвольной нагрузки (рисунок 1). Параметры плиты: ширина $2l$, высота h , изгибная жесткость EJ .

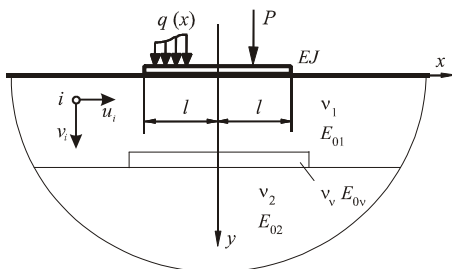


Рисунок 1 – Расчетная модель «плита – основание»

При расчете неоднородное основание заменяется прямоугольной расчетной областью, размеры которой: $2R_0 = 10l$; $H_0 = 4l$, где $H_0 = H_{01} + H_{02}$, $H_{01} = H_{02} = 2l$. Местное ослабление размерами: $2R_v = 3l$; $H_v = 2/3l$, расположено под плитой в верхнем слое основания.

При постановке задачи используются гипотезы и допущения теории упругости: в зоне контакта плиты с упругим основанием возникают только нормальные напряжения (реактивные давления), силы трения пренебрежительно малы; для плиты справедливы гипотезы теории изгиба. *Граничные условия задачи:* на границах принятой расчетной области $u = 0$, $v = 0$; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты.

Основание аппроксимируется симметричной разбивочной сеткой конечных размеров (29×7) с постоянным шагом по осям: $X - \Delta x$, $Y - \Delta y$. В результате получено 203 i -тых узловых точек и 168 j -тых сеточных ячеек. Первые 84 ячейки (1–84) принадлежат верхнему упругому слою, вторые 84 ячейки (85–168) – нижнему. Область биогеинной линзы соответствует 67–74 сеточным ячейкам. Аналогичная аппроксимация упругого основания с разбивочной сеткой и граничными условиями приводится в работах [4, 7].

Узловые точки 12–18 являются контактными, то есть одновременно точками основания и плиты в контактной зоне (рисунок 2). В точках 14–16 внешняя нагрузка на плиту $q(x)$ заменяется сосредоточенными силами $P_i(x) = P_{14}, P_{15}, P_{16}$. С учетом симметрии расчетной модели «плита – основание» в дальнейший расчет вводим значения сил $P_{14} = P_{16} = P, P_{15} = 2P$.

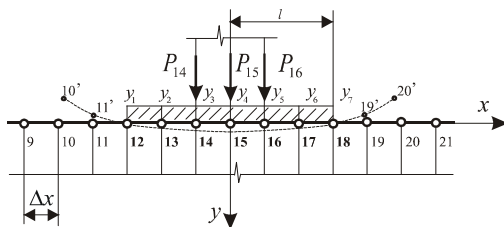


Рисунок 2 – Контактная зона

За неизвестные принимаются: $u_i(x), v_i(y)$ – компоненты вектора перемещения i -той узловой точки основания; $p_y^{(i)}(x, y)$ – реактивные давления (контактные напряжения) в зоне контакта плиты с основанием.

Законы нелинейно-упругого деформирования. Для k -того слоя упругого основания выбирается модель упругого слоя конечной толщины с *переменным модулем деформации* E_k , который изменяется функционально, в неявном виде, и входит в закон нелинейно-упругого деформирования основания. Коэффициент Пуассона упругого слоя ν_k в силу малости своего изменения и согласно рекомендациям [10] принимается постоянным.

Для сложного напряжённого состояния механико-математическая модель в общем виде может быть представлена формулой

$$\sigma_i = E(\epsilon_i) \cdot \epsilon_i, \quad (1)$$

где $E(\epsilon_i)$ – модуль деформации, изменяющийся функционально, в законе нелинейно-упругого деформирования.

Степенная функция.

Для грунтов в настоящее время существует несколько разновидностей закона нелинейно-упругого деформирования. Наиболее простой из них и достаточно хорошо аппроксимирующей экспериментальные зависимости является степенная зависимость, предлагаемая в работе [2]:

$$\sigma_i = A \epsilon_i^m, \quad A > 0, \quad 0 < m < 1, \quad (2)$$

где A и m – экспериментальные параметры; от точности их определения зависит погрешность аппроксимации реального соотношения. Процесс определения параметров A, m длительный и дорогостоящий.

Основываясь на физических постулатах деформирования грунтов, в работе [2] исследованы и математически обоснованы способы определения приближённых значений параметров аппроксимаций. Следует отметить, что полного совпадения графиков деформационных процессов на рабочем интервале нагрузок не будет. В качестве меры их близости выбрано соотношение энергий деформирования при предельной нагрузке [1]:

$$a = \frac{\Pi^e}{\Pi^v} = \frac{\frac{1}{2} \sigma_{i,\text{lim}} \varepsilon_{i,\text{lim}}}{\left(\frac{1}{1+\nu}\right) \sigma_{i,\text{lim}} \varepsilon_{i,\text{lim}}} = \frac{1+\nu}{2}, \quad (3)$$

где Π^e – энергия деформирования при линейном законе деформирования; Π^v – энергия деформирования при нелинейном законе деформирования.

Используя неравенство $0 \leq m \leq 1$, из соотношений (2), с учетом (3) получим следующий диапазон для соотношения a :

$$0,5 \leq a \leq 1. \quad (4)$$

Крайние значения соотношения (4) позволяют получить характеристические описания двух вариантов деформированного состояния сплошной среды: *линейное деформирование* – $\{a = 1, m = 1\}$, при этом $0 < \nu < 0,5$; *пластическое состояние* – $\{a = 0,5, m = 0\}$, в этом случае $\nu = 0,5$.

Методом компьютерного моделирования [2] было проанализировано несколько форм зависимости $m = f(\nu)$. Наилучшие результаты получены для соотношения

$$m = \frac{1-2\nu}{1-\nu}. \quad (5)$$

В таблице 1 представлены значения параметров a и m , вычисленные по формулам (5), (3) соответственно.

Таблица 1 – Зависимость параметров a и m от коэффициента Пуассона

ν	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
m	1	0,89	0,75	0,57	0,33	0
a	1	0,94	0,875	0,786	0,665	0,5

Соотношения величин ν и m полностью соответствуют физическим постулатам деформирования твердых тел: чем твёрже тело, тем меньше коэффициент Пуассона ν и больше экспериментальный параметр m .

При предельной нагрузке был получен экспериментальный параметр A , который имеет следующий вид:

$$A = E^m \sigma_{i,\text{lim}}^{1-m} = \left(\frac{E}{\sigma_{i,\text{lim}}} \right)^m \sigma_{i,\text{lim}}. \quad (6)$$

Для каждой экспериментальной зависимости деформаций от напряжений с допустимым приближением можно установить значение предельного напря-

жения $\sigma_{i,\text{lim}}$. Так в работе [2] была получена эмпирическая формула для определения $\sigma_{i,\text{lim}}$, имеющая вид

$$\sigma_{i,\text{lim}} = c + 0,03 \text{tg} \varphi \cdot (0,5 - \nu) \cdot E, \quad (7)$$

где c и φ – удельное сцепление и угол внутреннего трения грунта соответственно.

Таким образом, алгоритм, представленный формулами (2)–(7), позволяет решать задачи по расчёту нелинейных деформаций грунта на основании его нормативных характеристик.

В качестве реальных грунтов исследуем наиболее распространенные в Республике Беларусь – глинистые и песчаные грунты. Механические характеристики этих грунтов приводятся в СНБ 5.01.01-99 [11], и для коэффициента пористости $e = 0,55$ представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Механические характеристики грунтов

Вид грунта	E , МПа	ν	c , МПа	φ , град
Глины ($0 \leq I_l \leq 0,25$)	28	0,30–0,38	0,1	10
Песок средней плотности	40	0,30–0,35	0,007	33

По формуле (7), используя данные таблицы 1, вычисляем предельные нагрузки грунтов. В результате чего получаем следующие значения: глина – $\sigma_{i,\text{lim}} = 0,118 - 0,129$ МПа ; песок – $\sigma_{i,\text{lim}} = 0,124 - 0,163$ МПа .

На рисунках 3 и 4 построены графики зависимости $\sigma_i = A \varepsilon_i^m$ для песка и глины соответственно для нормативного диапазона изменения коэффициента Пуассона.

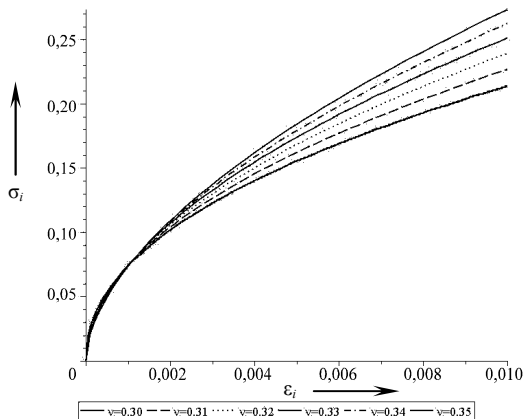


Рисунок 3 – Зависимость $\sigma_i = A \varepsilon_i^m$, ($\nu = 0,3..0,35$) – песок, супесь

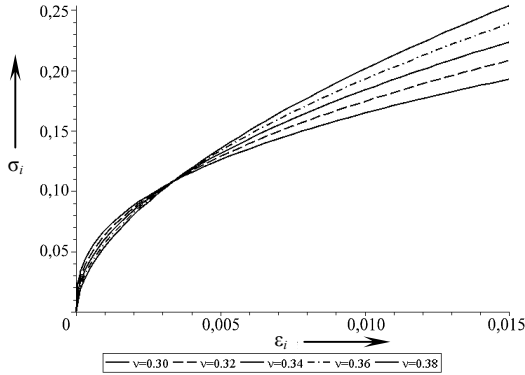


Рисунок 4 – Зависимость $\sigma_i = A\varepsilon_i^m$, ($\nu = 0.3..0.38$) – глина, суглинок

Гиперболический тангенс.

Аналитическая зависимость $\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i)$ в виде функции гиперболический тангенс (рисунок 5) имеет следующий вид:

$$\sigma_i = \sigma_u \operatorname{th} \left(\frac{E_0}{\sigma_u} \varepsilon_i \right), \quad (2)$$

где σ_u – предел прочности упругого основания; E_0 – начальный модуль деформации.

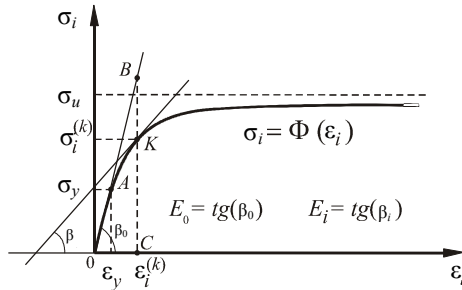


Рисунок 5 – Функция гиперболический тангенс $\sigma_i = \sigma_u \operatorname{th} \left(\frac{E_0}{\sigma_u} \varepsilon_i \right)$

Алгоритм нелинейного расчета. Для решения сформулированной краевой задачи в нелинейной постановке используются слагаемые функционала полной энергии в виде:

а) функционала энергии деформаций упругого основания

$$U_f = \iint_S \left[\frac{E_k \nu_k}{2(1+\nu_k)(1-2\nu_k)} (\varepsilon_x^{(k)} + \varepsilon_y^{(k)})^2 + \frac{E_k}{2(1+\nu_k)} ((\varepsilon_x^{(k)})^2 + (\varepsilon_y^{(k)})^2) + \frac{E_k}{4(1+\nu_k)} (\gamma_{xy}^{(k)})^2 \right] dS, \quad (3)$$

где E_k, ν_k – упругие постоянные в точке K основания;

б) функционала энергии изгиба плиты

$$\Omega_b = \frac{1}{2} EJ \int_{-l}^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx ; \quad (4)$$

в) потенциала работы внешней нагрузки

$$\Pi = - \int_{-l}^l q(x) y(x) dx . \quad (5)$$

Таким образом, величина функционала полной энергии расчетной модели «плита – основание» определяется формулой

$$\Theta = U_f + \Omega_b + \Pi , \quad (6)$$

где каждое из слагаемых справа определяется соотношениями (3–5).

Так как в состоянии статического равновесия функционал полной энергии Θ должен иметь минимум, то неизвестные перемещения $u_i(x), v_i(y)$ будут найдены из условия обращения в нуль производных от полной энергии по каждому из перемещений, то есть

$$\frac{\partial \Theta}{\partial v_i} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial u_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N , \quad (7)$$

где N – число узловых точек основания.

В результате получается система дифференциальных уравнений, порядок которой равен $2N$, т. е. числу неизвестных перемещений.

Реактивные давления в контактной зоне упругой плиты с основанием (т. 12–18 основания) определяем по прогибам плиты y_k (см. рисунок 2). При этом используем известную дифференциальную зависимость

$$p_y^{(i)} - q_k(x) = -EJ \frac{d^4 y_k}{dx^4} , \quad (8)$$

где $p_y^{(i)}$ – реактивное давление в i -той контактной точке основания; $q_k(x)$ – внешняя нагрузка, действующая на плиту в области k -того сечения плиты, $q_k(x) = q_i(x)$.

Для крайних точек плиты вводятся статические граничные условия

$$Q^{(k)} \Big|_{x=\pm l} = -EJ \frac{d^3 y_k}{dx^3} = 0 ; \quad M^{(k)} \Big|_{x=\pm l} = -EJ \frac{d^2 y_k}{dx^2} = 0 . \quad (9)$$

Вертикальные напряжения упругого основания $\sigma_y^{(k)}$ определяем из обобщенного закона Гука для каждой ячейки основания в предположении однородности основания в ее области

$$\sigma_y^{(k)} = \frac{E_k \nu_k}{(1 - 2\nu_k)(1 + \nu_k)} (\epsilon_x^{(k)} + \epsilon_y^{(k)}) + \frac{E_k}{(1 + \nu_k)} (\epsilon_y^{(k)}) . \quad (10)$$

Уравнение (10) в конечно-разностном виде имеет следующий вид:

$$\sigma_y^{(k)} = \frac{E_k}{1 + \nu_k} \cdot \left[\frac{\nu_k}{1 - 2\nu_k} \cdot \left(\frac{1}{2\Delta x} (u_b + u_d - u_a - u_c) + \frac{1}{2\Delta y} \cdot (v_c + v_d - v_a - v_b) \right) + \frac{1}{2\Delta y} \cdot (v_c + v_d - v_a - v_b) \right]. \quad (11)$$

По найденным перемещениям $u_i(x)$, $v_i(y)$ с помощью формулы (11) определяем вертикальное напряжение $\sigma_y^{(k)}$, возникающее в центре k -той ячейки основания. По полученным ординатам строим графики распределения напряжений в вертикальных и горизонтальных срезах основания.

Исследование теоретического условия сходимости. Для упругого однородного основания с учетом его физической нелинейности зависимость $y_i = \Phi(\varepsilon_i)$ выражается в виде [1]

$$\sigma_i = E_0(1 - \omega_i)\varepsilon_i, \quad (12)$$

где $\omega_i = \omega_i(\varepsilon_i)$ – функция пластичности.

После подстановки (2), (6) в (12) функция пластичности для степенной функции принимает следующий вид:

$$\omega_i = 1 - E_0^{m-1} \sigma_{i,\text{lim}}^{1-m} \varepsilon_i^{m-1} = \begin{cases} 0, & \sigma \leq \sigma_y \\ \frac{BC - KC}{BC}, & \sigma > \sigma_y \end{cases}. \quad (13)$$

Метод упругих решений сходится к точному значению деформации, если функция $\omega(\varepsilon_i)$ непрерывна и удовлетворяет условиям [1]:

$$0 \leq \omega_i(\varepsilon_i) \leq \omega_i(\varepsilon_i) + \varepsilon_i \frac{d\omega_i(\varepsilon_i)}{d\varepsilon_i} \leq \lambda \text{ при } \varepsilon_i > \varepsilon_y. \quad (14)$$

где $\lambda < 1 - \text{const}$.

Исследуем условие (14) на сходимость итерационного процесса, для этого определим дифференциальную составляющую формулы, а именно:

$$\frac{d\omega_i(\varepsilon_i)}{d\varepsilon_i} = \frac{d}{d\varepsilon_i} (1 - E_0^{m-1} \sigma_{i,\text{lim}}^{1-m} \varepsilon_i^{m-1}) = -(m-1) E_0^{m-1} \sigma_{i,\text{lim}}^{1-m} \varepsilon_i^{m-2} \quad (15)$$

После подстановки (15) в (14) получим

$$\lambda = \omega_i(\varepsilon_i) + \varepsilon_i \frac{d\omega_i(\varepsilon_i)}{d\varepsilon_i} = 1 - m E_0^{m-1} \sigma_{i,\text{lim}}^{1-m} \varepsilon_i^{m-1}. \quad (16)$$

Исследуем полученное соотношение (16). С учетом того, что $\lambda < 1 - \text{const}$, должно выполняться неравенство

$$1 - m E_0^{m-1} \sigma_{i,\text{lim}}^{1-m} \varepsilon_i^{m-1} < 1, \text{ или } -m E_0^{m-1} \sigma_{i,\text{lim}}^{1-m} \varepsilon_i^{m-1} < 0. \quad (17)$$

В данном неравенстве показатель степени функциональной зависимости $\sigma_i = A\varepsilon_i^m$ расположен в интервале $0 < m < 1$, начальный модуль деформации – число положительное ($E_0 > 0$), интенсивность напряжений, а следовательно и предельные напряжения $\sigma_{i, \text{lim}}$ совпадают по знаку с интенсивностью деформаций ε_i . Следовательно, $\sigma_{i, \text{lim}}\varepsilon_i$ – число положительное. Таким образом, при любых значениях ε_i неравенство (17) выполняется.

Численные результаты расчета. Вначале решается задача в линейной постановке. По вычисленным значениям перемещений i -той узловой точки $u_i(x), v_i(y)$ определяется интенсивность деформаций и интенсивность напряжений в центрах ячеек.

Имея значения напряжений и перемещений, полученных в результате решения задачи в первом приближении, определяется касательный модуль деформации для каждой ячейки и задача решается во втором и последующих приближениях. Итерационный процесс заканчивается, как только разница между последующим и предыдущим приближением исследуемой функции будет соответствовать требуемой точности решения задачи.

При решении задачи использовались следующие параметры:

1-й слой основания (песок средней плотности) – $\sigma_{y1} = 0,2$ МПа; $\nu_1 = 0,3$; $E_{01} = 25$ МПа; $c = 2$ кПа; 2-й слой основания (суглинок) – $\sigma_{y2} = 0,25$ МПа; $\nu_2 = 0,33$; $E_{02} = 30$ МПа; $c = 1$ кПа; биогенные включения (торф) – $\sigma_{yv} = 0,05$ МПа; $\nu_2 = 0,35$; $E_{02} = 6$ МПа железобетонная плита (бетон марки С25/10) – $P = 90\,000$ Н; $l = 1,2$ м, $h = 0,5$ м; $E_6 = 2,35 \cdot 10^{10}$ Па.

На рисунках 6–8 приведены результаты линейного и нелинейного расчетов: осадки основания и плиты, реактивные давления в контактной зоне плиты и вертикальные напряжения в верхнем слое основания под плитой для первых трех приближений. Первое приближение – «линейный расчет» (нулевая итерация), второе и третье – соответственно первая и вторая итерации.

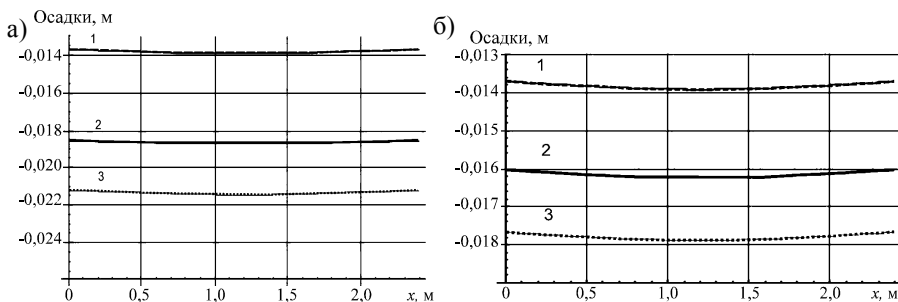


Рисунок 6 – Осадки основания и плиты в контактной зоне: 1 – «линейный расчет», 2 – первая итерация; 3 – вторая итерация;
а – степенная функция; б – функция гиперболический тангенс

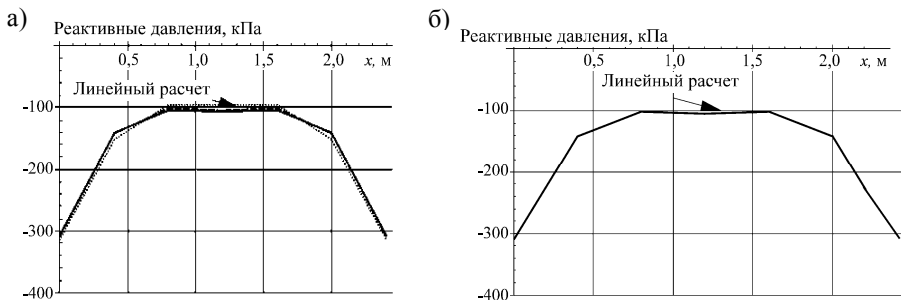


Рисунок 7 – Эпюра реактивных давлений в контактной зоне: – «линейный расчет», --- – первая итерация, — – вторая итерация:
а – степенная функция; б – функция гиперболический тангенс

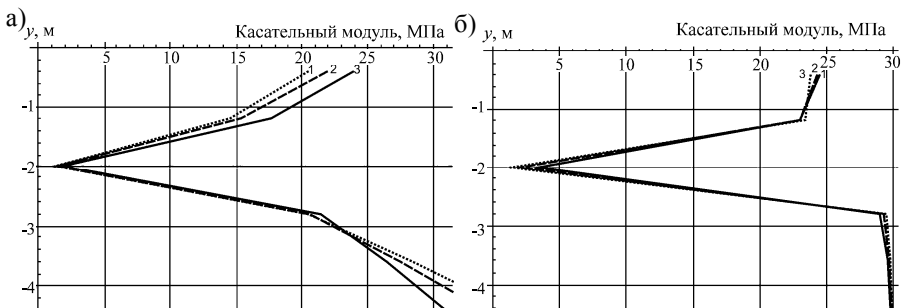


Рисунок 8 – Касательный модуль деформации (вертикальный срез 15–155):
1 – «линейный расчет»; 2 – первая итерация; 3 – вторая итерация:
а – степенная функция; б – функция гиперболический тангенс

На рисунках 9–10 в сравнении показано распределение вертикальных напряжений в упругих слоях основания по ширине расчетной области (вторая итерация). С ростом глубины основания происходит трансформация эпюры вертикальных напряжений от выпуклой вверх (седлообразной) до выпуклой вниз (параболической), что подтверждается экспериментами [8], а также результатами теоретических расчетов с использованием предлагаемого подхода.

Графики на рисунках 9–10 демонстрируют наличие *распределительной способности грунта* (деформации и напряжения возникают не только под нагруженными участками, но и в соседствующих с ними участках). Эта способность полностью соответствует гипотезе упругого полупространства, подтверждается экспериментами и всем строительным опытом.

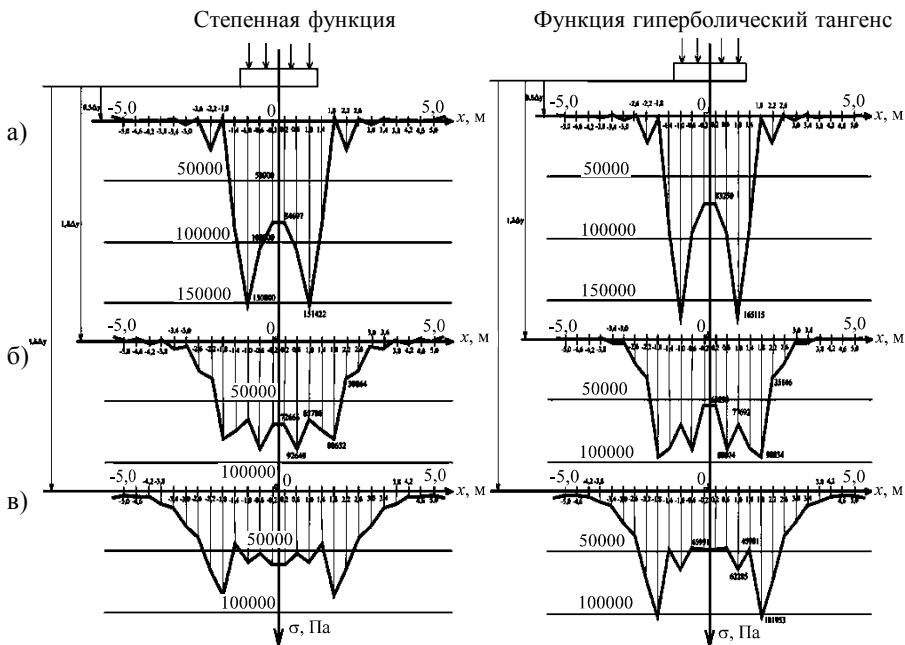


Рисунок 9 – Эпюры напряжений σ_y^k в верхнем слое основания по ширине расчетной области (горизонтальные срезы) на глубине: а – $h=\Delta y/2$; б – $h=3\Delta y/2$; в – $h=5\Delta y/2$

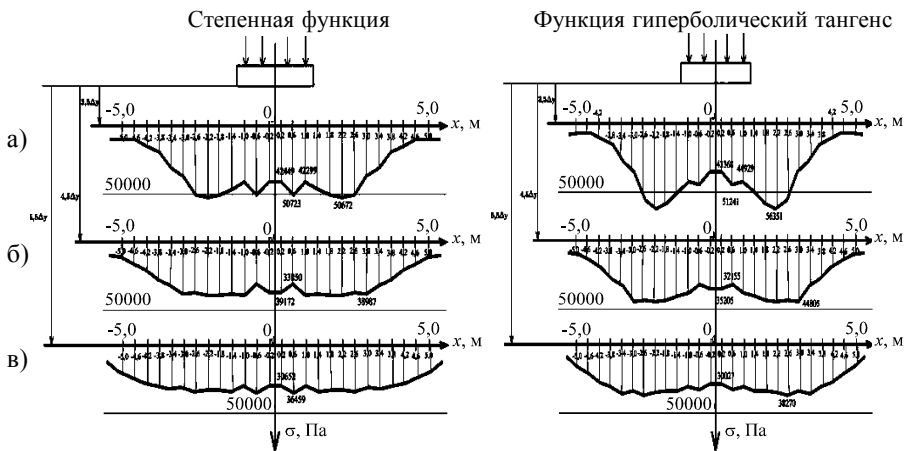


Рисунок 10 – Эпюры напряжений σ_y^k в верхнем слое основания по ширине расчетной области (горизонтальные срезы) на глубине: а – $h=7\Delta y/2$; б – $h=9\Delta y/2$; в – $h=11\Delta y/2$

Распределение вертикальных напряжений (рисунок 11) по глубине расчетной области подтверждает то, что с ростом глубины основания значения напряжений уменьшаются. Но скорость изменения напряжений для различных вертикальных срезов различна: самым «спокойным» замечен внутренний срез (15...155) – в 2,4 раза уменьшаются напряжения, самым «динамичным» – срез под краем плиты (17...157) (в 5,5 раз). Несмотря на числовые различия, эпюры напряжений в этих срезах имеют похожую геометрию, что не характерно для эпюры напряжений в срезе за плитой (18...158).

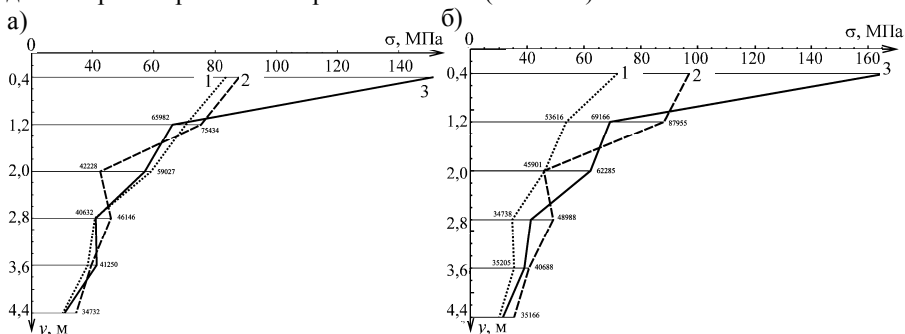


Рисунок 11 – Эпюра напряжений σ_y^k по глубине расчетной области (вторая итерация), вертикальные срезы: 1 – (15–155); 2 – (18–158); 3 – (17–157); а – степенная функция; б – гиперболический тангенс

Для сравнения результатов нелинейных расчетов (таблица 3) вводится показатель, рассчитываемый по формуле

$$\Delta_f = \frac{f_{\max}^{(s,t)} - f_{\min}^{(s,t)}}{f_{\min}^{(s,t)}} \cdot 100 \%, \quad (18)$$

где Δ_f – относительная разница в значениях величины f , вычисленной в каждом из расчетов; $f_{\max}^{(s,t)}$, $f_{\min}^{(s,t)}$ – максимальное и минимальное значения величины f соответственно; f_s – значение получено для слоистого основания с использованием степенной функции; f_t – значение получено для слоистого основания с использованием функции гиперболический тангенс.

Сравнение результатов нелинейных расчетов неоднородного основания с использованием разных моделей законов нелинейно-упругого деформирования показало, что влияние вида функциональной зависимости неоднозначно: наблюдается превосходство степенной функции в расчете вертикальных напряжений в точках неоднородной среды и реактивных давлений в зоне контакта. Однако при расчете деформаций и осадок преимущество имеет функция гиперболический тангенс. В силу того, что нелинейные расчеты ведутся по деформационной модели для пластичных грунтов, предпочтительнее использовать функцию гиперболический тангенс, а для песчаных – возможно использование степенной функции.

Таблица 3 – Сравнение результатов нелинейных расчетов неоднородного основания

Модель основания	v_{\max} , М	$\sigma_{y\max}$, Па	$\epsilon_{l\max}$	$P_{y\max}$, Па	Вертикальный срез $j = 15 \dots 155$	
					$E_{1\max}$, МПа	$E_{2\max}$, МПа
Слоистое основание с использованием степенной функции (f_s)	0,021444	151518	0,0051834	332679	23,7793	29,6913
Слоистое основание с использованием функции th (f_t)	0,0178909	166701	0,0037827	340697	23,8752	29,8635
Показатель Δf	19,84 %	10,02 %	37,03 %	23,81 %	0,41 %	0,58 %

В связи с применением математического программного пакета при решении контактной задачи было установлено, что конечно-разностные аппроксимации предпочтительнее сочетать именно с вариационной постановкой задачи. Это позволяет удобно алгоритмизировать все этапы расчета, избежать вывода дифференциальных уравнений в сложных случаях, упрощает формулировку граничных условий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М.: Высш. шк. 1990. – 398 с.
- 2 Быховцев, В. Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твердых тел / В. Е. Быховцев. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скарны, 2007. – 219 с.
- 3 Босаков, С. В. Вариационно-разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно-упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета. Ч. 1 / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – № 1. – С. 5–13.
- 4 Козунова, О. В. Нелинейный расчет балочных плит на слоистых основаниях с биогенными включениями / О. В. Козунова // Геотехника Беларуси: теория и практика. – Минск: БНТУ, 2008. – С. 37–65.
- 5 Босаков, С. В. Вариационно-разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно-упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Результаты расчета. Ч. 2 / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – № 2. – С. 15–19.
- 6 Босаков, С. В. Нелинейный расчет фундаментных плит на многослойном основании со слабым слоем / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь. – Полоцк: ПГУ, 2008. – С. 175–184.
- 7 Козунова, О. В. Влияние биогенных включений на результаты нелинейных расчетов фундаментных плит на грунтовых основаниях / О. В. Козунова // Актуальные научно-технические проблемы современной геотехники. – СПб: СПбГАСУ, 2009. – Т. 2. – С. 165–172.

8 Сига́й, Е. А. Вариационно-разностный подход к нелинейному расчету фундаментных плит на слоистых основаниях / Е. А. Сига́й, А. А. Сильченко, О. В. Козунова // междунар. сб. науч. тр. Вып. 3 «Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки». – Гомель: БелГУТ, 2009. – С. 113–119.

9 Козунова, О. В. Применение МКР в нелинейных расчетах балок на однородном упругом слое / О. В. Козунова // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. – Ровно: 2008. – Вып.17 – С. 373–381.

10 Симвулиди, И. А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании / И. А. Симвулиди. – М.: Высш. шк., 1973. – 480 с.

11 СНБ 5.01.01-99. Основания и фундаменты зданий и сооружений – Минск.: Мин-во арх. и стр-ва Республики Беларусь, 1999. – 36 с.

O. V. KOZUNOVA, E. A. SIGAI

THE USE OF VARIABLE MODULUS OF DEFORMATION IN NONLINEAR COMPUTATIONS OF HETEROGENEOUS FOUNDATION

There is the examination of a heterogeneous physically nonlinear elastic foundation the load on which is transmitted through a linear-elastic beam slab. Nonuniform medium is designed as a layered foundation. For each layer there is a model of an elastic layer (EL) of finite thickness with variable modulus of deformation. The law of nonlinear-elastic deformation is described by a power function and hyperbolic tangent function. To solve Hertzian “slab-foundation” problem the variational-difference approach (VDA) is used: the modification of the variational method of static calculation – in a nonlinear formulation and application of FDM. Because of nonlinearity the calculation is carried out by the method of elastic solutions which involves the iterative process. The convergence of the iteration algorithm is being examined.

Получено 10.02.2010

**ISBN 978-985-468-707-0. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 4. Гомель, 2010**

УДК 539.419

Г. М. КУЗЁМКИНА, А. О. ШИМАНОВСКИЙ, Ю. М. ПЛЕСКАЧЕВСКИЙ
Белорусский государственный университет транспорта

КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНОГО НАГРУЖЕНИЯ АРМИРОВАННОЙ БАЛКИ

Рассмотрены особенности деформирования армированной несущей балки при изгибе с кручением. Исследовано влияние трения между арматурой и матрицей композита на напряженно-деформированное состояние конструкции и параметры образующихся внутри нее зазоров.