СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Сидоров, Г. Ф.** К основанию кинетоцентрической теории движения колесных машин / Г. Ф. Сидоров // Вестник Академии военных наук. – М.: Воениздат, 2010. – Вып. 1 (30). – С. 204–207.

2 **Кильчевский, Н. А.** Курс теоретической механики: в 2 т. / Н. А. Кильчевский. – М.: Наука, 1977. – Т. 2: Динамика системы. Аналитическая механика. Элементы теории потенциала. – 544 с.

3 **Сидоров, Г. Ф.** К вопросу о касательных силах в контакте колеса с дорогой / Г. Ф. Сидоров // Повышение эффективности колесных и гусеничных машин многоцелевого назначения: Науч. вестн. Челяб. ВВАКИУ. – 2010. – № 26. – С. 199–203.

4 **Феодосьев, В. И.** Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 590 с.

G. F. SIDOROV, E. O. POZDNYSHEV

DISCLOSURE OF STATIC INDETERMINACY BY PARTIAL STIFFNESS METHOD

In the normal (principal) coordinates the problem of the statics of systems modelled according to the scheme of the absolutely rigid body placed in the space of the imposed spring linkage subject to the initial size principle has been solved. The reference point for the system of normal coordinates is called the kinetic centre of this mechanical system due to the fact that it is regarded as the con-centre of the entire system of body support with the relevant kinetic properties of the system. The latter opens the possibility to solve the problems of the discrete and continuous disclosure of static indeterminacy based on the principle of superposition by the partial-stiffness method without using the systems of equations.

Получено 27.04.2010

ISBN 978-985-468-924-1. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Вып. 5. Гомель, 2011

УДК 531.132

В. К. ТАРАСОВ, Ю. П. СМИРНОВ
Тульский государственный университет, Россия

РАЗЛИЧНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЦС ЗВЕНЬЕВ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ

Рассмотрены методы определения МЦС с использованием теорем Арнольда, а также метод разложения движений и метод остановки. Приведено решение двух задач с применением этих методов.

Одним из наиболее эффективных методов решения задач, связанных с определением скоростей точек звеньев плоских механизмов является определение МЦС звеньев механизма. При этом необходимо отметить, что элементарно МЦС определяется только в самых простейших случаях. В системах со сложными геометрическими связями найти МЦС далеко не просто. Например, в механизме, схема которого приведена на рисунке 1, МЦС звена *AB* определяется сразу, а вот где в данный момент находится МЦС звена *CD*, даже ориентировочно указать сложно. Для таких случаев существуют специальные методы.

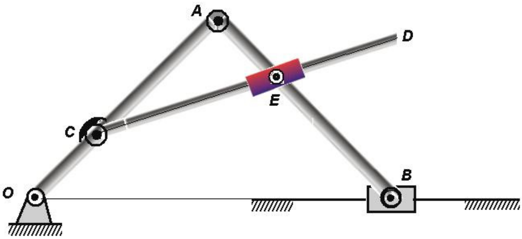

Рисунок 1 – Кривошипно-шатунный механизм с присоединённой диадой

Эти методы можно условно разделить на три группы: метод разложения движения; обращения движения, или метод остановки, и теоремы Арнольда [1, 2].

Для иллюстрации рассмотрим самый простой пример. Найдем МЦС ползуна кривошипно-кулисного механизма (рисунок 2).

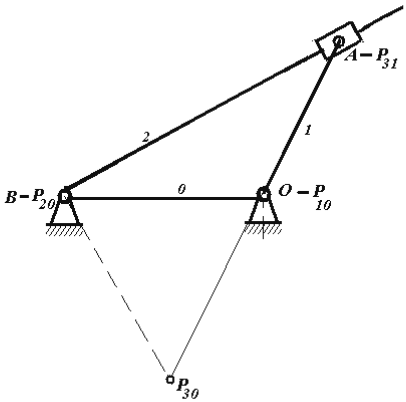

Рисунок 2 – Схема кривошипно-кулисного механизма

Звенья механизма обозначим цифрами. Неподвижное основание – нулевое звено, кривошип – первое, кулиса – второе, ползун – третье. Как известно, положение МЦС не зависит ни от направления вращения, ни от угловой скорости звена механизма. Поэтому для такого простого механизма центры скоростей звеньев можно определить, не изображая на схеме векторы скоростей точек.

Сначала используем метод разложения движений. Разложим движение ползуна на два вращения. Переносное вращение вместе с кривошипом и относительное вращение относительно кривошипа. В этом случае точка *O* – центр переносного вращения, а точка *A* – центр относительного вращения. Так как центры абсолютного, относительного и переносного вращений лежат на одной прямой (вторая теорема Арнольда [1]), то МЦС ползуна лежит на продолжении прямой ОА. Затем разложим движение ползуна на переносное вращательное вместе с кулисой и относительное поступательное относительно кулисы. Но в этом случае абсолютная скорость центра переносного вращение параллельна относительной скорости, т. е. параллельна *AB*. Таким образом, МЦС ползуна расположен на пересечении прямой *OA* и перпендикуляра к *AB* из точки *B*.

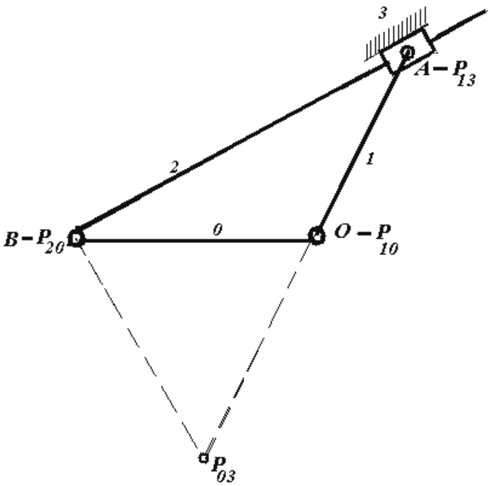

Рисунок 3 – Кривошипно-шатунный механизм, полученный в результате обращения кривошипно-кулисного механизма

Далее применим метод остановки. Сделаем ползун неподвижным звеном. Для того чтобы не изменились относительные движения звеньев, неподвижные шарниры в точках O и B делаем подвижными. При этом получаем кривошипно-шатунный механизм, в котором AO – кривошип, OB – шатун, AB – ползун (рисунок 3).

То, что МЦС шатуна OB находится в точке P_{03}, не требует пояснений [3]. На основании принципа относительности движения МЦС нулевого звена относительно третьего и МЦС третьего звена относительно нулевого расположены в одной точке (первая теорема Арнольда).

Приступим к определению МЦС звеньев более сложного механизма. В механизме, изображенном на рисунке 1, длина шатуна равна длине кривошипа и угол между ними в данный момент равен 90°. С кривошипом в точке C шарнирно связано звено CD, которое может двигаться поступательно вдоль цилиндра E, который шарнирно связан с шатуном: $OC = AE = 1/3\ OA$. Найти мгновенный центр скоростей звена CD.

Задача может быть решена различными методами.

Решение 1. Пусть кривошип вращается против часовой стрелки с угловой скоростью ω. Мгновенный центр скоростей второго звена находится в точке P_2 (рисунок 4).

Так как $OA = AB$, то $AP = OA$ и угловая скорость шатуна равна по абсолютной величине угловой скорости кривошипа. Разложим движение звена 4 на переносное (поступательное) и относительное (вращательное). В качестве полюса выбираем точку C. Тогда скорость точки E четвертого звена:

$$\overline{V}_E = \overline{V}_C + \overline{V}_{EC}. \tag{1}$$

Движение 4-го звена можно также разложить на переносное вместе с ползуном и относительное (поступательное) относительно ползуна E. В этом случае скорость точки E четвертого звена

$$\overline{V}_E = \overline{V}_e + \overline{V}_r. \tag{2}$$

Из уравнений (1) и (2) находим

$$\overline{V}_C + \overline{V}_{EC} = \overline{V}_e + \overline{V}_r = \overline{V}_E. \tag{3}$$

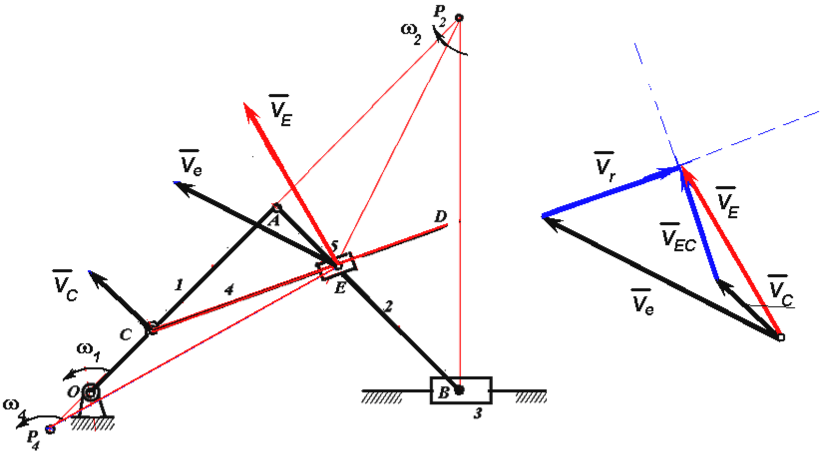

Рисунок 4 – Определение МЦС методом разложения движения, графический способ

В соответствии с уравнением (3) строим многоугольник скоростей. Угловую скорость кривошипа принимаем за единицу. Тогда скорость точки *C* изобразится вектором, длина которого равна *OC*, а направлен этот вектор перпендикулярно *OC*, как это построено на рисунке 4. Скорость точки *E* относительно *C* перпендикулярна *CE*. Переносная скорость точки *E* звена 4 равна абсолютной скорости точки *E* ползуна, которая, в свою очередь, равна абсолютной скорости точки *E* шатуна, так как в этой точке шатун и ползун соединены шарнирно. А так как угловая скорость шатуна по модулю равна угловой скорости кривошипа, которая принята за единицу, то переносная скорость V_E изобразится вектором, длина которого равна отрезку P_2E и ему перпендикулярна. Относительная скорость точки *E* параллельна *CE*.

Решение 2. Изобразим кинематическую схему (рисунок 5).

Многоугольник скоростей строим в такой последовательности. Из одной точки строим векторы $\overline{V}_C$ и $\overline{V}_e$. Через конец вектора $\overline{V}_C$ строим прямую, перпендикулярную *CE*, а через конец вектора $\overline{V}_e$ – прямую параллельную *CE*. В точке пересечения этих прямых находятся концы векторов $\overline{V}_e$ и $\overline{V}_E$. Из точки *E* проводим прямую, перпендикулярную $\overline{V}_E$, и в точке её пересечения с прямой *OC* получаем точку P_4, которая является мгновенным центром скоростей звена 4.

Используем уравнение

$$\overline{V}_C + \overline{V}_{EC} = \overline{V}_e + \overline{V}_r . \qquad (4)$$

Изобразим на схеме скорость точки *C*, переносную скорость и скорость точки *E* относительно *C*.

Отметим символами α, β, φ некоторые углы (рисунок 5).

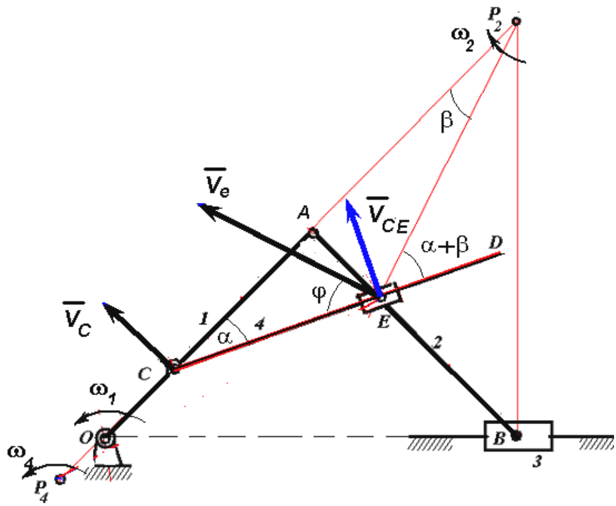

Рисунок 5 – Определение МЦС методом разложения движения, графоаналитический способ

Учитывая, что $OC = AE = 1/3\ OA$, получим

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2};\ \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{3};\ \varphi = \frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta).$$

Отсюда находим

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}};\ \cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}};\ \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{10}};\ \cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}},\ \sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Переносная скорость

$$V_e = \omega_2\, P_2 E = \frac{\omega_1\, AE}{\sin\beta} = \sqrt{10}\,\omega_1\, AE.$$

Уравнение (4) спроецируем на прямую, перпендикулярную CE,

$$V_C \cos\alpha + V_{EC} = V_e \sin\varphi.$$

Отсюда

$$\omega_1 OC \frac{2}{\sqrt{5}} + V_{EC} = \sqrt{10}\,\omega_1\, AE \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

После простых преобразований находим скорость точки E относительно полюса C

$$V_{EC} = \frac{3}{\sqrt{5}}\omega_1\, AE.$$

Абсолютная угловая скорость четвертого звена

$$\omega_4 = \frac{V_{EC}}{EC} = \omega_1 \frac{3}{\sqrt{5}} \frac{AE}{EC} = \omega_1 \frac{3}{\sqrt{5}} \sin\alpha = \frac{3}{5}\omega_1 .$$

Скорость точки C

$$V_C = \omega_1 OC = \omega_4 P_4 C = \frac{3}{5}\omega_1 P_4 C .$$

Отсюда $\qquad P_4 C = \frac{5}{3} OC , \; OP_4 = P_4 C - OC = \frac{2}{3} OC = \frac{2}{9} l ,$

где l – длина кривошипа.

Решение 3. Как известно, МЦС звеньев плоских механизмов не зависит ни от величин угловых скоростей звеньев, ни от направления их вращений. МЦС полностью определяются взаимным расположением звеньев и типом геометрических связей между ними. В этом смысле найти МЦС звена – это значит указать точку на кинематической схеме механизма (рисунок 6). Представленный метод называется методом обращения движения или методом остановки.

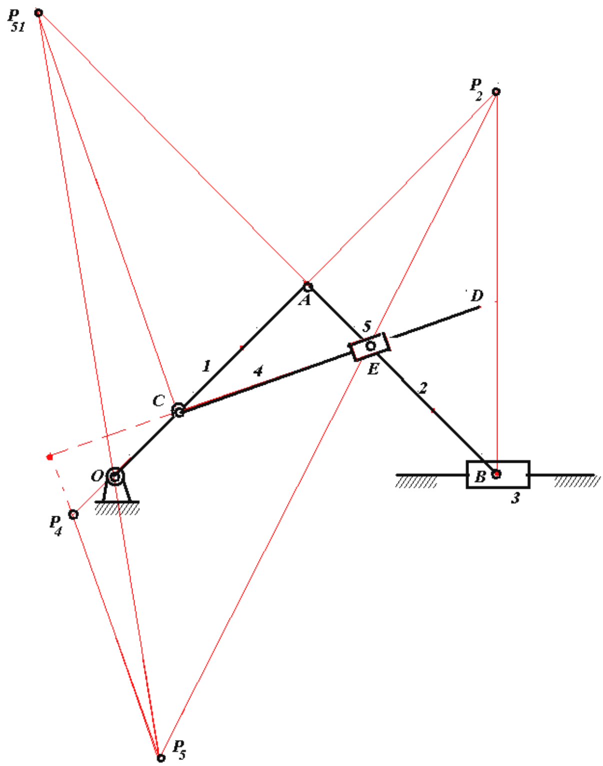

Рисунок 6 – Определение МЦС методом остановки

Сначала находим МЦС второго звена в точке P_2. Далее остановим первое звено и найдем МЦС ползуна 5 относительно первого звена. Для этого необходимо продолжить прямую AE и найти точку её пересечения с перпендикуляром к CE из точки C. В результате получаем точку P_{51}. Иначе эта точка является центром относительного вращения пятого звена относительно первого. Точка O в этом случае является центром переносного вращения. Центры переносного, относительного и абсолютного вращений лежат на одной прямой. Следовательно, МЦС пятого звена лежит на прямой OP_{51}.

С другой стороны, движение пятого звена можно разложить на переносное вращательное с центром переносного вращения в точке P_2 и центром относительного вращения в точке E. Тогда центр абсолютного вращения пятого звена лежит на прямой P_2E. Прямые OP_{51} и P_2E пересекаются в точке P_5. Это есть МЦС пятого звена.

Переходим к определению МЦС четвертого звена. Для этого разложим его движение на относительное поступательное относительно пятого и переносное мгновенное вращение относительно пятого. Центр переносного вращения – точка P_5. Найдем скорость той точки четвертого звена, которая в данный момент совпадает с центром P_5. Скорость этой точки равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей. Но переносная скорость равна нулю, так как эта точка совпадает с центром переносного вращения и абсолютная скорость точки P_5 равна относительной скорости и параллельна CE.

Следовательно, МЦС четвертого звена лежит на перпендикуляре к CE, восстановленном из точки P_5. С другой стороны МЦС четвертого звена лежит на продолжении линии OC. В результате получаем точку P_4. Задача решена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Арнольд, В. И.** Математические методы классической механики / В. И. Арнольд. – 3-е изд. – М.: Наука, 1989. – 472 с.

2 **Рожковский, В. Д.** Курс теоретической механики. Кинематика / В. Д. Рожковский, Д. В. Богородицкий. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2003. – 244 с.

3 **Жуковский, Н. Е.** Теоретическая механика / Н. Е. Жуковский. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1952. – 811 с.

4 **Тарасов, В. К.** Курс теоретической механики для математиков / В. К. Тарасов. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2008. – 288 с.

V. K. TARASOV, Y. P. SMIRNOV

METHODS OF DETERMINATION FOR IVC LINKS OF PLANAR MECHANISMS

The Arnhold’s theorem-assisted methods of IVC determination as well as decomposition of motions and stopping methods are being considered. The solutions of two problems are given with regard to these methods.

Получено 09.09.2010