

D. S. IVANOV, S. S. TKACHEV, M. YU. OVCHINNIKOV

LABORATORY TESTING FOR YOUNG SPECIALISTS EDUCATION

Young specialists' education approach realized at theoretical mechanics department of Moscow institute of physics and technology is analyzed. Laboratory facilities are used during the education. Young specialists are getting familiar with special features occurred when control algorithms are realized on real control objects. In such a way the transition between theoretical investigation and practice is accomplished. The laboratory facility description is presented.

Получено 26.04.2012

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 6. Гомель, 2012**

УДК 531.1

Д. В. КОМНАТНЫЙ

*Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого,
Беларусь*

ЗАДАЧА О КОЛЕБАНИЯХ ПОДВЕШЕННОЙ НИТИ, НАГРУЖЕННОЙ ПРОИЗВОЛЬНЫМ КОЛИЧЕСТВОМ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТОЧЕК

Рассмотрена задача о колебаниях упругой нити, закрепленной за один конец и нагруженной произвольным числом материальных точек. Получена система уравнений, описывающая движение системы в общей форме. Прослежен путь решения задачи в случае произвольного числа грузов равной массы, находящихся на равном расстоянии друг от друга. Приведено обсуждение способов использования приведенного материала в учебном процессе высших учебных заведений.

Теория колебаний механических систем с N степенями свободы в настоящее время привлекает повышенный интерес исследователей. Это связано с тем, что развитие этой теории необходимо для успешного решения проблем не только механики, но и физики и математики [1].

Для успешного овладения началами теории колебаний указанных систем в процессе обучения в вузе необходимо рассмотрение достаточного количества задач во время как аудиторной, так и самостоятельной работы студентов. В настоящее время в учебной литературе предлагается для проработки следующий круг задач. Во-первых, это задача о вертикальных колебаниях нити, закрепленной двумя концами и нагруженной несколькими материальными точками [2, 3]. Включение этой задачи в учебные курсы подтверждено авторитетом Ж. Л. Лагранжа, который впервые исследовал ее во всей полно-

те. Во-вторых, рассматриваются задачи о колебаниях цепочек, составленных из пружинных, либо симпатических маятников [2].

По неясным причинам гораздо реже в учебных курсах находит применение задача о малых колебаниях нити, подвешенной за один конец и нагруженной произвольным количеством материальных точек. Хотя эта задача также исследовалась великими учеными-механиками Ж. Л. Даламбером и Д. Бернулли. Как и задача о колебаниях нагруженной нити, закрепленной за два конца, обсуждаемая задача имела значение для развития математической физики. А именно, она обобщается на задачу о колебаниях закрепленного за один конец весомого каната, исследование которой привело Д. Бернулли к открытию одной из семейства функций, названных позднее бесселевыми (по имени ученого, который подробно исследовал их свойства), и позволило Ж. Л. Даламберу дать первоначальную формулировку метода разделения переменных [4, 5]. Кроме того, рассматриваемая задача интересна и сама по себе. Тем не менее, даже в сборнике И. В. Мещерского [6] она предложена студентам в неполной и сокращенной постановке. Это может повлечь за собой недостаточно глубокое освоение теоретического материала во время учебы.

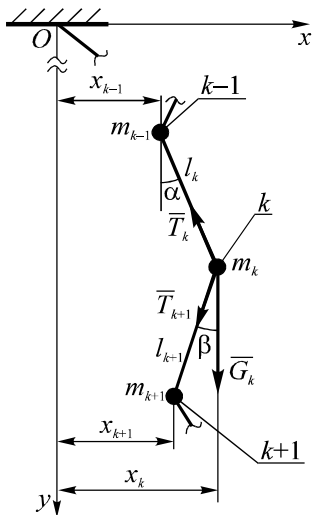


Рисунок 1 – Фрагмент упругой нити, нагруженной материальными точками

Поэтому в настоящей работе предпринято подробное изучение задачи о колебаниях подвешенной за один конец и нагруженной несколькими материальными точками нити.

Постановка задачи. Невесомая упругая нить закреплена одним из своих концов и подвешена в вертикальной плоскости. На нити расположено произвольное число n материальных точек различной массы. Расстояния между материальными точками в общем случае также различны. Заданы начальные условия – координаты и скорости всех грузов в начальный момент времени. Необходимо определить закон колебаний каждого груза.

Ограничимся рассмотрением малых колебаний нити. Тогда допустимо пренебречь различием между дугой траектории некоторого груза и касательной к траектории. Углы отклонения участков нити от вертикали будут малы. На рисунке 1 показан груз k , соединенный с участками нити l_k и l_{k+1} .

С учетом высказанных выше упрощающих предположений уравнение движения груза k легко записать на основании второго закона Ньютона. При этом с достаточной степенью точности можно положить, что силы

В общем случае уравнение (4) имеет n корней вида $\lambda_1^2 \cdots \lambda_n^2$, которые дают n главных частот колебаний $\omega_1 \dots \omega_n$.

Тогда каждое решение имеет вид

$$x_k = \sum_{s=1}^n A_{ks} \cos \omega_s t + \sum_{s=1}^n B_{ks} \sin \omega_s t,$$

где s – номер частоты колебаний.

Для отыскания констант A_{ks} и B_{ks} последовательно рассматриваются уравнения системы (3). Из первого уравнения системы получается

$$\frac{A_{2s}}{A_{1s}} = \frac{\lambda_s^2 + c(2n-1)}{c(n-1)} = \gamma_{12s}. \quad (5)$$

Из второго уравнения системы (3) с учетом (5) находим

$$\frac{A_{3s}}{A_{1s}} = \frac{\lambda_s^2 + c(2n-3)\gamma_{12s} - c(n-1)}{c(n-2)} = \gamma_{13s}.$$

Аналогично находятся остальные коэффициенты γ_{1ks} так, что закон движения k -той материальной точки принимает вид

$$x_k = \sum_{s=1}^n \gamma_{1ks} A_{1s} \cos \omega_s t + \sum_{s=1}^n \gamma_{1ks} B_{1s} \sin \omega_s t.$$

Задавая начальные условия можно получить систему уравнений для отыскания констант интегрирования A_{1s} и B_{1s} .

Полученное решение задачи о колебаниях нагруженной нити является обобщением задачи о колебаниях двойного маятника из [7]. Сама задача поставлена и решена с такой степенью общности, которая не затрудняет прослеживание выкладок и результатов решения. Поэтому, рассмотренная задача в общем виде может включаться в учебные курсы в качестве теоретического материала; а частные численные примеры допустимо предлагать студентам для самостоятельного решения. Таким образом, курс теоретической механики будет обогащен примечательной задачей, имеющей интересную историю постановки и исследования. Эта история может быть изложена студентам; подобные экскурсии полезны для повышения интереса к изучаемому предмету, а следовательно, и повышения успеваемости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Тода, М.** Теория нелинейных решеток / М. Тода. – М.: Мир, 1981. – 259 с.
- 2 **Ольховский, И. И.** Задачи по теоретической механике для физиков / И. И. Ольховский, Ю. Г. Павленко, Л. С. Кузменков. – М.: Изд-во МГУ, 1977. – 391 с.
- 3 **Бабаков, И. М.** Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Наука, 1965. – 559 с.
- 4 **Даламбер, Ж.-Л.** Динамика / Ж.-Л. Даламбер. – Новокузнецк: Новокузнецкий физико-математический институт, 2000. – 336 с.

5 Никифоровский, В. А. Великие математики Бернуллы / В. А. Никифоровский. – М.: Наука, 1974. – 180 с.

6 Мещерский, И. В. Сборник задач по теоретической механике / И. В. Мещерский. – М.: Наука, 1975. – 448 с.

7 Зоммерфельд, А. Механика / А. Зоммерфельд. – М.: ГИИЛ, 1947. – 391 с.

8 Пёшль, Т. Техническая механика для инженеров и физиков / Т. Пёшль. – М.: Гостехтеориздат, 1934. – 344 с.

D. V. KOMNATNY

THE PROBLEM OF OSCILLATIONS FOR ATTACHED FIXEDLY FILAMENT LOADED WITH ARBITRARY NUMBER OF MATERIAL POINTS

The problem of oscillations for elastic filament attached fixedly to one end and loaded with a number of material points is considered in the article. The system of equations describing the system movement in general form is obtained. The way of problem solving in the particular case of arbitrary number of equal mass weights, placed on equal distances from each other is retraced. The use of investigated problem in the process of high school education is discussed.

Получено 15.05.2012

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 6. Гомель, 2012**

УДК 517:531.112

А. В. ЛОКТИОНОВ

Витебский государственный технологический университет, Беларусь

ОЦЕНКА ИНФОРМАЦИОННЫХ УЧЕБНЫХ ПОСОБИЙ И МУЛЬТИМЕДИЙНОГО ИЗУЧЕНИЯ КУРСА ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Дана оценка машинного и безмашинного тестового контроля знаний студентов и мультимедийного изучения курса теоретической механики. Текущий и итоговый тестовый контроль способствуют улучшению самостоятельной работы студентов. Целесообразно мультимедийное изучение только некоторых разделов курса теоретической механики. Оно более рационально на старших курсах и при изучении общетехнических дисциплин, таких как теория механизмов и машин и детали машин.

Основными видами самостоятельной работы студентов являются: изучение теоретического материала, самостоятельное освоение некоторых вопросов учебной программы, решение задач на практических занятиях, проведе-