

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Высоцкий, М. С.** Динамика автомобильных и железнодорожных цистерн / М. С. Высоцкий, Ю. М. Плескачевский, А. О. Шимановский. – Мн.: Белавтотракто-ростроение, 2006. – 320 с.

2 **Шимановский, А. О.** Исследование продольной динамики цистерн, частично заполненных жидкостью // Восьмой всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, Пермь 23-29 августа. Аннотации докладов. – Екатеринбург: УрО-РАН, 2001. – С. 609–610.

3 **Biswal, K. C.** Free-vibration analysis of liquid-filled tank with baffles / K. C. Biswal, S. K. Bhattacharyya, P. K. Sihna // Journal of Sound and Vibration. – 2003. – Vol. 259, № 1. – P. 177–192.

4 **Van der Walt, J. J.** To baffle or not to baffle – some baffled solutions / J. J. van der Walt // Proceedings WISA 2000 Biennial Conference 28 May – 1 June 2000. – Sun City, South Africa. – P. 117–125.

*M. G. KUZNIATSOVA*

## SIMULATION OF OSCILLATIONS FOR LIQUID CARGO IN TANKS WITH DIFFERENT PARTITIONS

The design of some partitions helping to reduce the impact of liquid flow on the vibrations and stability of tank trucks has been examined. There are given some results of the finite element computations for the liquid flow in tanks with partitions as well as the distribution of the fluid pressure inside the cylindrical tank.

Получено 18.04.2012

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования  
и учебно-методические разработки. Вып. 6. Гомель, 2012**

---

УДК 539.4

*А. В. КРУГЛОВ, М. А. НОЗДРИН*

*Ивановский государственный энергетический университет им. В. И. Ленина,  
Россия*

## ЭФФЕКТ ПАМЯТИ ФОРМЫ В СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

В основе эффекта памяти формы (ЭПФ) большинства сплавов лежат термоупругие мартенситные превращения. Такие материалы находят все большее применение в различных отраслях науки и техники. Одним из примеров является использование различных имплантатов из сплавов с ЭПФ. В работе предложена методика расчета пространственной стержневой конструкции, которая позволяет моделировать, в частности, эндопротез межпозвоночного диска. Приведен алгоритм процесса установки эндопротеза с разработкой расчетных схем на каждом этапе вычислений. В основе расчетов лежит создание конечно-элементной модели. Для получения напряжений, действующих в узлах модели, используется метод переменных параметров упругости. При расчете

деформации применяется билинейная модель материала с ЭПФ. Проведены расчеты восстановления первоначальной формы образца. Проведенные эксперименты показали качественное совпадение с результатами численных расчетов.

Сплавы с эффектом памяти формы (ЭПФ) – общее название сплавов, которые имеют свойство «помнить» о деформациях. В основе ЭПФ большинства сплавов лежат так называемые термоупругие мартенситные превращения. Эффект состоит в каучукоподобном поведении, при котором восстанавливаются большие деформации при постоянной температуре (эффект суперупругости), а также в полном восстановлении деформации в результате изменения температуры. Такое поведение материала обусловлено изменением кристаллической структуры, состоящем в появлении микрокристаллов мартенситной фазы. Мартенситный переход является полиморфным переходом кристаллической структуры от исходной («родительской») фазы к мартенситной.

При наличии в материале ориентированных напряжений (например, действии внешней нагрузки) мартенситные пластины приобретают преимущественную ориентировку, и локальные сдвиговые деформации приводят к макроскопическому изменению формы образца. В процессе обратного превращения мартенсита в аустенит перестройка решетки происходит по принципу «точно назад». При этом локальные сдвиговые деформации исчезают и, следовательно, устраняется макроскопическое изменение формы. Внешнее проявление такого поведения материала интерпретируется как ЭПФ.

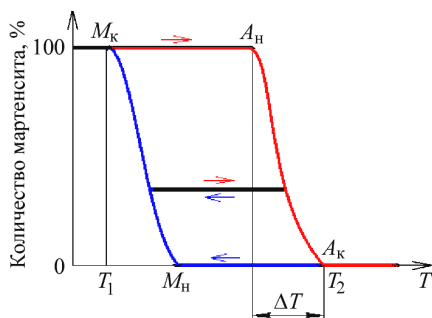


Рисунок 1 – Гистерезисная кривая фазовых переходов материалов с ЭПФ

температуры окончания мартенситного перехода  $M_k$  материал находится в устойчивой мартенситной фазе и содержит 100 % мартенсита, а при температуре выше температуры окончания аустенитного перехода – в устойчивой аустенитной фазе и, соответственно, содержит 100 % аустенита. Температурное поле фазового перехода обозначается  $\Delta T$ .

Материалы с ЭПФ находят все большее применение в различных отраслях науки и техники: космической области, медицине, робототехнике и дру-

Материалы с ЭПФ обладают зависимостью фазового состояния от температуры материала, причем зависимость неоднозначна. На рисунке 1 показана гистерезисная кривая фазовых переходов материалов с ЭПФ.

Для каждого сплава с ЭПФ существуют свои характеристические температуры:  $A_n$  и  $A_k$  – температуры начала и окончания аустенитного перехода,  $M_n$  и  $M_k$  – начало и окончания мартенситного перехода. Таким образом, при температуре ниже

гих. Примером использования материалов в медицине является конструирование различных имплантатов из сплавов с ЭПФ (рисунок 2) [1].

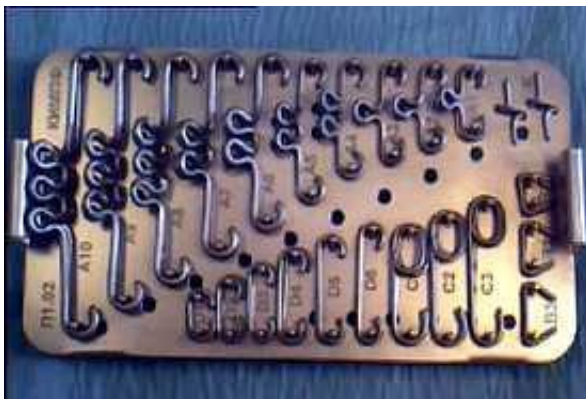


Рисунок 2 – Комплект имплантатов эндопротезов позвоночника

Для иллюстрации разработанной методики расчета пространственной стержневой конструкции с учетом ЭПФ рассмотрим эндопротез межпозвоночного диска спиралевидной формы. Он предназначен для замены диска или его части и обеспечения стабилизации соответствующего позвоночно-двигательного сегмента в горизонтальной плоскости и сохранения требуемого расстояния между позвонками. При этом имплантат не препятствует наклону позвонков в любом направлении.

Перед непосредственной установкой эндопротез охлаждают до температуры ниже температуры окончания мартенситного перехода  $T_{Mk} = +10$  °С. Таким образом, модуль Юнга материала уменьшается и образец может быть легко деформирован на величину  $\Delta_{\text{деф}}$ . Эта величина не должна быть превышена, поскольку в противном случае может произойти неполное восстановление формы фиксатора при нагреве. После сведения ножек в охлажденном состоянии фиксатор может быть достаточно просто введен между телами позвонков, а после нагрева возвращается к форме спирали и имеет жесткость противодействия нагрузкам в осевом направлении не менее 20 Н/мм.

Алгоритм расчета процесса установки эндопротеза можно показать в виде обобщенной блок-схемы, представленной на рисунке 3.

В блоке «*Сбор информации*» производят запись необходимых данных для дальнейшего расчета: упругих постоянных материала, характеристических температур, геометрических характеристик образца.

Блок «*Построение численной модели*» включает в себя следующие действия:

- создание конечно-элементной модели фиксатора;
- заполнение элементных матриц жесткости;



Рисунок 3 – Блок-схема алгоритма расчета процесса установки эндопротеза

элементов методом последовательных приближений с контролем и визуализацией сходимости;

– расчет узловых напряжений с учетом эффективных модулей Юнга последнего приближения.

В блоке *«Решение с учетом эффекта памяти формы»* выполняют следующие действия:

– получение зависимостей модулей Юнга, пределов текучести от температуры;

– расчет остаточной деформации при обнулении нагрузки и повышении температуры.

И наконец, в блоке *«Вывод результатов»* представляют в числовом и графическом вариантах изменения значений остаточной деформации в узлах модели.

Рассмотрим подробней реализацию алгоритма в основных блоках программы.

На рисунке 4 показана стержневая пространственная конечно-элементная модель эндопротеза-фиксатора. Фиксатор разбит на 8 элементов.

Матрица жесткости конечного элемента в рассматриваемом случае имеет вид [2]:

- заполнение матриц направляющих косинусов каждого элемента;
- получение и сборка глобальных матриц жесткости;
- конденсация матриц жесткости;
- заполнение элементных векторов внешних сил;
- получение и сборка глобальных векторов внешних сил.

*«Решение упруго-пластической задачи»* содержит в себе следующие операции:

- решение системы линейных уравнений  $K(E)U = F$  с промежуточной визуализацией узловых перемещений;
- расчет узловых деформаций;
- расчет интенсивностей узловых деформаций и напряжений;
- расчет эффективных модулей Юнга в узлах

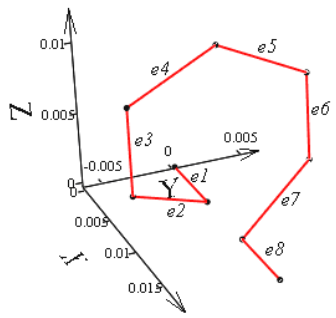


Рисунок 4 – Конечно-элементная модель эндопротеза-фиксатора

$$k_{el}(E) = \begin{pmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_Z & 0 & 0 & 0 & c_Z & 0 & -a_Z & 0 & 0 & 0 & c_Z \\ 0 & 0 & a_Y & 0 & -c_Y & 0 & 0 & 0 & -a_Y & 0 & -c_Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_Y & 0 & e_Y & 0 & 0 & 0 & c_Y & 0 & f_Y & 0 \\ 0 & c_Z & 0 & 0 & 0 & e_Z & 0 & -c_Z & 0 & 0 & 0 & f_Z \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_Z & 0 & 0 & 0 & c_Z & 0 & a_Z & 0 & 0 & 0 & -c_Z \\ 0 & 0 & -a_Y & 0 & c_Y & 0 & 0 & 0 & a_Y & 0 & c_Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_Y & 0 & f_Y & 0 & 0 & 0 & c_Y & 0 & e_Y & 0 \\ 0 & c_Z & 0 & 0 & 0 & f_Z & 0 & -c_Z & 0 & 0 & 0 & e_Z \end{pmatrix}$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения;  $E$  – модуль Юнга;  $L$  – длина элемента;  $G$  – модуль Стокса.

Момент инерции

$$J = \begin{cases} J_X, & \text{если } I_X = 0; \\ I_X, & \text{если } I_X \neq 0, \end{cases}$$

где  $I_X$  – осевой момент инерции;  $J_X$  – полярный момент инерции  $J_X = I_Y + I_Z$ ;  $a_i, c_i, e_i, f_i$  – функции от  $I$  и  $\varphi$ .

Формулы для вычисления функций имеют вид:

$$\begin{aligned} a_Z &= \frac{12EI_Z}{L^3(1+\varphi_Y)}; & a_Y &= \frac{12EI_Y}{L^3(1+\varphi_Z)}; & c_Z &= \frac{6EI_Z}{L^2(1+\varphi_Y)}; & c_Y &= -\frac{6EI_Y}{L^2(1+\varphi_Z)}; \\ e_Z &= \frac{(4+\varphi_Y)EI_Z}{L(1+\varphi_Y)}; & e_Y &= \frac{(4+\varphi_Z)EI_Y}{L(1+\varphi_Z)}; \\ f_Z &= \frac{(2-\varphi_Y)EI_Z}{L(1+\varphi_Y)}; & f_Y &= \frac{(2-\varphi_Z)EI_Y}{L(1+\varphi_Z)}, \end{aligned}$$

где  $\varphi_Z$  и  $\varphi_Y$  – коэффициенты сдвига.

Так как задача пространственная, то в каждом узле элемента имеется 6 степеней свободы: перемещения по трем осям и углы поворота (элементная матрица размерности  $12 \times 12$ ).

Затем составляются матрицы направляющих косинусов, вычисляются глобальные матрицы жесткости, выполняется их сборка, конденсация. После решения системы линейных уравнений получаем вектор узловых перемещений конструкции:

$$U = (u_{1X} \ u_{1Y} \ u_{1Z} \ \theta_{1X} \ \theta_{1Y} \ \theta_{1Z} \ u_{2X} \ u_{2Y} \ u_{2Z} \ \theta_{2X} \ \theta_{2Y} \ \dots)^T .$$

Для получения напряжений, действующих в узлах модели, воспользуемся методом переменных параметров упругости, предложенным И. А. Биргером. Метод сводит упруго-пластическую задачу к цепочке упругих задач и реализации процесса последовательных приближений. В основе метода лежит использование обобщенного закона Гука, в котором модуль упругости и коэффициент Пуассона зависят от напряжений и поэтому имеют разные значения в разных точках тела.

Процесс последовательных приближений реализуется следующим образом: в первом приближении принимается, что переменные параметры  $E^*$ ,  $G^*$  и  $\mu^*$  равны параметрам упругости, и решается упругая задача. В результате определяются компоненты напряжения и деформации первого приближения  $\sigma_{x1}, \dots, \varepsilon_{x1}, \dots$ . По этим величинам в каждой точке тела вычисляются интенсивности напряжений и деформаций в первом приближении  $\sigma_{int1}$  и  $\varepsilon_{int1}$ :

$$\sigma_{int} = \sigma_X ,$$

$$\varepsilon_{int} = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\mu)} \cdot \sqrt{(\varepsilon_X - \varepsilon_Y)^2 + (\varepsilon_Y - \varepsilon_Z)^2 + (\varepsilon_Z - \varepsilon_X)^2} .$$

В координатах  $\sigma_{int} - \varepsilon_{int}$  напряженное и деформированное состояние некоторой точки тела изображается точкой, лежащей на луче, тангенс угла наклона которого пропорционален  $E^*$ . В соответствии с законом Гука параметр  $E^*$  принимается равным отношению интенсивности напряжений  $\sigma_{int1}^*$  к интенсивности деформаций  $\varepsilon_{int1}$ .

Параметры  $E^*$  и  $G^*$  будут различными в разных точках тела. Таким образом, возникает задача определения напряжений в условно неоднородном теле, параметры упругости в различных точках которого различны. Решая эту задачу, определяются компоненты напряжения и деформации  $\sigma_{x2}, \dots, \varepsilon_{x2}, \dots$ , являющиеся вторым приближением. По этим величинам в каждой точке тела вычисляются интенсивности напряжений и деформаций во втором приближении  $\sigma_{int2}$  и  $\varepsilon_{int2}$ .

В третьем приближении величина  $E^*$  вычисляется как отношение интенсивности напряжений  $\sigma_{int2}^*$  к интенсивности деформаций  $\varepsilon_{int2}$  по диаграмме деформирования. Далее вычисляют компоненты напряжения и деформации третьего, четвертого приближений и т. д. Расчет продолжается до тех пор, пока разница результатов в очередном и предыдущем приближениях не станет достаточно малой. После удовлетворительного приближения определяются компоненты напряжения.

Для рассчитываемого имплантата проводится контроль сходимости эффективных элементных модулей Юнга (рисунок 5), который показывает, что третье, четвертое и пятое приближения неотличимы друг от друга, и следо-

вательно, для дальнейшего решения с учетом эффекта памяти формы достаточно остановиться на четвертом приближении.

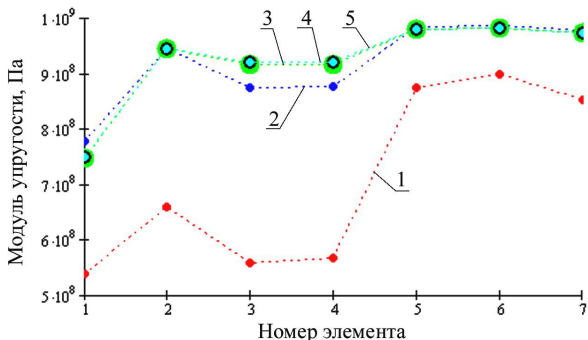


Рисунок 5 – Графики сходимости эффективных модулей упругости

Для расчета деформаций с учетом эффекта памяти формы используется билинейная модель материалов с ЭПФ. Соотношение мартенсита и аустенита, определяющееся коэффициентом фазового состояния  $\lambda(T)$ , показано на рисунке 6.

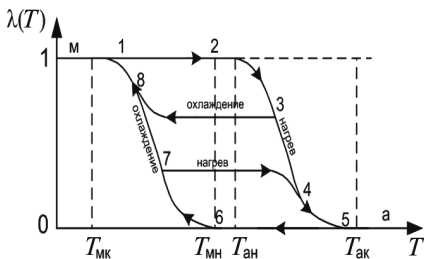


Рисунок 6 – Зависимость коэффициента фазового состояния  $\lambda$  от температуры  $T$

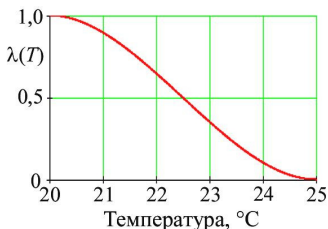


Рисунок 7 – График зависимости  $\lambda(T)$  для имплантата

Зависимость коэффициента фазового состояния  $\lambda$  от температуры  $T$  представляется полиномом 4-й степени:

$$\lambda(T) = A_0 + A_1T + A_2T^2 + A_3T^3 + A_4T^4;$$

где  $A_i$  – коэффициенты полинома.

На рисунке 7 показана зависимость коэффициента фазового состояния  $\lambda$  от температуры для рассчитываемого имплантата.

Зависимости модуля Юнга материала от коэффициента фазового состояния  $\lambda$  имеют вид:

$$E(\lambda) = E_0 - (E_0 - E_1) \lambda, \quad E_T(\lambda) = E_{T0} - (E_{T0} - E_{T1}) \lambda,$$

где  $E_0$  – в аустенитном и  $E_1$  – в мартенситном состояниях сплава;  $E_{T_0}$  – зоны пластичности в аустенитном и  $E_{T_1}$  – в мартенситном состояниях сплава.

Предел текучести рассчитывается по формуле:

$$\sigma_T(\lambda) = \sigma_{T_0} - (\sigma_{T_0} - \sigma_{T_1}) \lambda,$$

где  $\sigma_{T_0}$  – в мартенситном и  $\sigma_{T_1}$  – в аустенитном состояниях сплава.

Остаточная деформация может быть выражена из диаграммы  $\sigma - \varepsilon$  для материала с ЭПФ в следующем виде:

$$\varepsilon_{\text{ост}} = (\sigma_m - \sigma_T) \cdot \left( \frac{1}{E_T} - \frac{1}{E} \right),$$

где  $\sigma_m = \sigma_{\text{эф}}$  – эффективное напряжение, то есть напряжение, способное вызвать деформацию, равную остаточной при решении в зоне упругости.

Формула остаточных деформаций с учетом зависимостей механических характеристик материала от коэффициента фазового состояния  $\lambda$  и температуры фиксатора имеет вид:

$$\varepsilon_{\text{ост}}(\lambda(T)) = (\sigma_{\text{эф}} - \sigma_T(\lambda(T))) \cdot \left( \frac{1}{E_T(\lambda(T))} - \frac{1}{E(\lambda(T))} \right).$$

По данной формуле построены графики изменения узловой остаточной деформации при нагреве эндопротеза-фиксатора в момент фазового перехода (рисунок 8). Из графика видно, что при нагреве фиксатора его узловые остаточные деформации уменьшаются, и этим обеспечивается восстановление первоначальной формы образца. Однако не все узловые деформации обращаются в ноль – это является следствием того, что изначально приложенная нагрузка превышает критическую, то есть нагрузку, при которой еще возможно полное восстановление первоначальной формы.

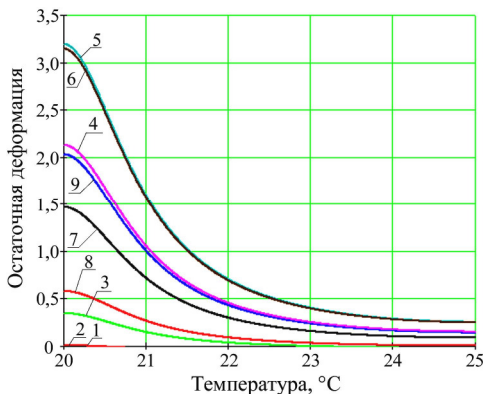


Рисунок 8 – Зависимости узловой остаточной деформации от температуры



Проведенные эксперименты показали качественное совпадение с результатами численных расчетов [3, 4].

Полученные результаты можно использовать для оптимизации конструкций имплантатов из материала с ЭПФ при эндопротезировании межпозвонковых дисков.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Ильин, А. А.** Биологически и механически совместимые имплантаты из никелида титана для лечения позвоночно-спинальных травм и дегенеративно-дистрофических заболеваний [электронный ресурс] / А. А. Ильин, М. Ю. Коллеров, Е. А. Давыдов // Режим доступа: <http://www.implants.ru/tehn-inf/2-st.shtml>.

2 **Przemieniecki, J. S.** Theory of Matrix Structural Analysis / J. S. Przemieniecki. – New York: McGraw-Hill, 1968. – 468 p.

3 **Летучева, Н. А.** Разработка методов исследования механических свойств материалов с эффектом памяти формы / Н. А. Летучева, М. А. Ноздрин // Электротехника. Тезисы доклад. регион. научн.-техн. конф. студентов и аспирантов. – Иваново: ИГЭУ, 2006. – С. 69–70.

4 **Круглов, А. В.** Экспериментальное исследование восстановления геометрических параметров материалов с эффектом памяти формы / А. В. Круглов, М. А. Ноздрин // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: Пятнадцатая междунар. науч.-техн. конф. студентов и аспирантов: тез. докладов. Т. 3. – М.: Издательский дом МЭИ, 2009. – С. 279–280.

*A. V. KRUGLOV, M. A. NOZDRIN*

## SHAPE MEMORY EFFECT IN BAR SYSTEMS

The basis of the shape memory effect (SME) for the majority of alloys is in thermo elastic martensite transformations. Such materials are being increasingly used in various branches of science and technology. One of the examples is the use of various implants made of SME alloys. In the paper a method of calculating spatial bar system which allows to simulate, in particular, the intervertebral disc implant. The algorithm for the process of the installation of endoprosthesis with the development of the calculating schemes at each stage of the computation. In the basis of calculation is the creation of the finite-element model. To obtain voltage, operating in the nodes of the model, the method of variable parameters of elasticity is used. When calculating the deformation the bilinear model of SME material is applied. The calculations for the restoration of the sample initial form have been performed. The experiments showed the qualitative agreement with results of numerical calculations.

Получено 24.04.2010