

УДК 624.01:539.1

С. Х. ДОСТАНОВА, А. Б. НУРТАЗИН

Казахская головная архитектурно-строительная академия, Алматы

ВЛИЯНИЕ ЖЕСТКОСТИ СОЕДИНЕНИЙ НА ПОТЕРЮ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКИХ РАМ

Рассмотрена потеря устойчивости сжатых элементов плоской рамы. Исследовано влияние различных типов соединений в узлах рамы и длин сжатых элементов на значения критических параметров.

Современные конструкции зданий и сооружений состоят из тонкостенных элементов, которые обладают высокой прочностью на сжатие и изгиб. Вместе с тем они имеют один недостаток, связанный с потерей устойчивости равновесных форм. В настоящее время большое влияние на надежность и безотказность работы сжатых элементов строительных конструкций оказывает их способность сопротивляться посторонним случайным воздействиям, т. е. когда бесконечно малые нарушения положения равновесия исчезают после удаления причин, их вызвавших [1–4]. Анализ разрушений тонкостенных конструкций при их эксплуатации привел к необходимости исследований по рассматриваемой тематике.

В представленной статье исследуется модель стального каркаса одноэтажного здания в виде плоской рамы. Как показывает практика, разрушение таких конструкций чаще всего начинается в узлах, поэтому целью данной работы является анализ влияния жесткости соединений на потерю устойчивости сжатых элементов каркасного здания. Рассматриваются различные типы каркасов зданий, для которых сделаны многовариантные расчеты, позволившие сформулировать общее заключение о влиянии узловых взаимодействий различных элементов на значения критической нагрузки.

В качестве объекта исследования принята плоская рама (рисунок 1), элементы которой подвергаются действию продольных (сжимающих) сил. Представленные схемы упругой рамы отличаются жесткостью соединения в узле А. Таким образом рассматриваются 3 задачи, соответствующие схемам, изображенным на рисунке 1. В дальнейшем также варьируются размеры стоек, подвергающихся сжатию. Задача сводится к определению основных критических параметров и соответствующих форм потери устойчивости. Необходимо выявить степень влияния жесткости креплений в узлах и длин стоек на значения критических нагрузок.

Конкретные численные расчеты выполнены для следующих исходных данных: $l_1 = 6,3$ м; $l_2 = 5,2$ м; $h_1 = 4,8$ м; $h_2 = 5,6$ м; $P_1/P_2 = 0,4$; $I_1/I_2 = 0,4$.

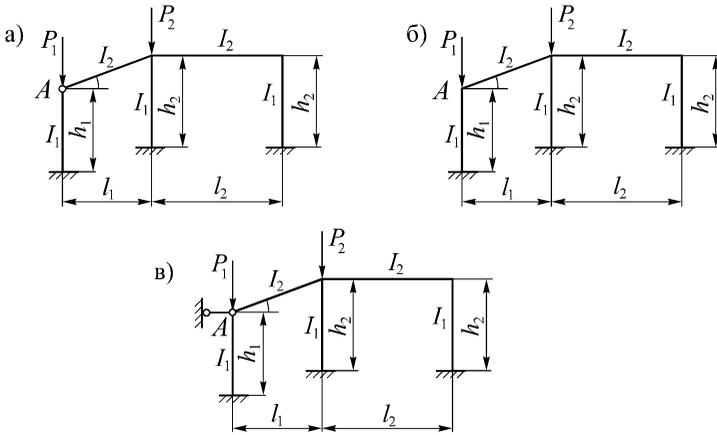


Рисунок 1 – Расчетные схемы упругих стержневых систем

При решении данной задачи использовался метод перемещений. В первом случае (см. рисунок 1, а) степень кинематической неопределенности равна трем, втором (см. рисунок 1, б) – четырем, третьем (см. рисунок 1, в) – двум. На рисунке 2 представлены основная система и единичные эпюры изгибающих моментов для первого случая. В сжатых элементах графики нелинейные, в остальных – линейные [1, 2]. Ординаты нелинейных эпюр выражаются через специальные круговые функции, содержащие в качестве аргумента неизвестные критические параметры [1–4].

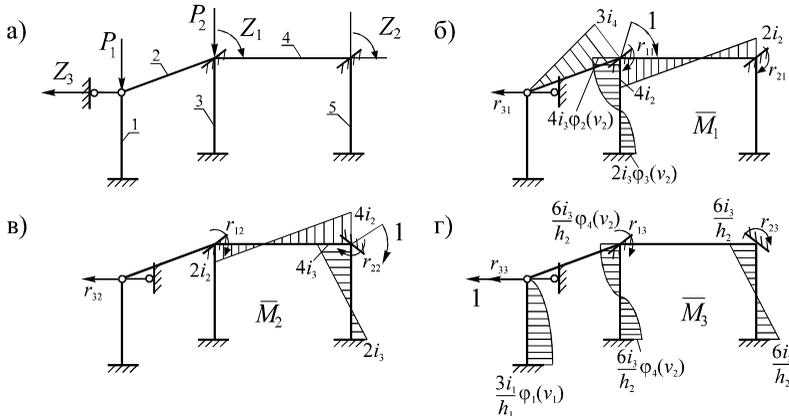


Рисунок 2 – Основная система (а) и единичные эпюры M_1 , M_2 , M_3 (б–г) метода перемещений ($i_1 = EI_1 / h_1$, $i_2 = EI_2 / l_2$, $i_3 = EI_1 / h_2$, $i_4 = EI_2 / l_1$)

Канонические уравнения метода перемещений включают три неизвестных перемещения: Z_1 , Z_2 – угловые и Z_3 – линейное. Свободные члены в ка-

нонических уравнениях обращаются в нуль, т. к. до потери устойчивости нет изгиба. Получается система трех линейных однородных уравнений относительно трех неизвестных Z_1, Z_2, Z_3 . Решение отлично от нуля тогда и только тогда, когда определитель этой системы равен нулю. В результате уравнение устойчивости для первой задачи имеет вид:

$$\begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} = 0. \quad (1)$$

Коэффициенты уравнения (1) представляют собой реакции в дополнительных связях 1–3 основной системы, изображенной на рисунке 2, *a* (связи 1, 2 – заделки в жестких узлах, связь 3 – опорный стержень в левом шарнирном узле). Они определяются статическим методом, т. е. на основе вырезания узла или части системы и рассмотрения равновесия соответствующих моментов в жестких узлах или сил в искомым направлениях.

Подстановка реакций в уравнение устойчивости (1) после преобразований приводит к виду:

$$F(v) = \begin{vmatrix} 1,38 + 0,71\varphi_2(v_1) & 0,43 & -0,19\varphi_4(v_2) \\ 0,43 & 1,56 & -0,11 \\ -0,19\varphi_4(v_2) & -0,11 & 0,03\eta_1(v_1) + 0,07\eta_2(v_2) + 0,07 \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где
$$v = v_1 = h_1 \sqrt{\frac{P_1}{EI_1}}, \quad v_2 = h_2 \sqrt{\frac{P_2}{EI_1}} = \alpha v = 1,85v.$$

В результате раскрытия определителя (2) и упрощений получаем:

$$[1,38 + 0,71\varphi_2(v)] \cdot [1,56A - 0,012] - 0,185A - 0,08\varphi_4 \cdot 1,85v - 0,296\varphi_4^2 \cdot 1,85v = 0, \quad (3)$$

где
$$A = 0,03\eta_1(v) + 0,07\eta_2(v) + 0,07.$$

В уравнении (3) неизвестным является критический параметр v .

Для простоты расчета в дальнейшем жесткость первой стойки EI_1 принимаем за единицу, что позволяет получить значения критических параметров и сил в виде безразмерных величин.

Специальные круговые функции в представленных задачах имеют следующий вид [1–2]:

$$\varphi_1(v) = \frac{v^2 \operatorname{tg} v}{3(\operatorname{tg} v - v)}; \quad \varphi_2(v) = \frac{v(\operatorname{tg} v - v)}{8 \operatorname{tg} v \cdot (\operatorname{tg} v/2 - v/2)};$$

$$\varphi_3(v) = \frac{v(v - \sin v)}{4 \sin v(\operatorname{tg} v/2 - v/2)}; \quad \varphi_4(v) = \varphi_1(v/2);$$

$$\eta_1(v) = \frac{v^3}{3(\operatorname{tg} v - v)}; \quad \eta_2(v) = \eta_1(v/2)$$

Аналогично получены уравнения устойчивости для 2-й и 3-й задач, где неизвестными также являются критические параметры ν [3–6].

В таком случае для второй задачи уравнение устойчивости имеет вид

$$F(\nu) = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{vmatrix} = 0, \quad (4)$$

а для третьей –

$$F(\nu) = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

Для решения уравнений (3)–(5) использован метод итераций по критическому параметру ν [5–7]. Составлена программа для персонального компьютера с использованием Excel.

В результате расчета с использованием составленной программы получены графики зависимости функции $F(\nu)$ от критического параметра. Они представлены на рисунках 3 и 4. Рисунок 3 соответствует 1-му случаю, для которого критическая нагрузка, имеющая место при одной полуволне синусоиды на левой стойке, $\nu = 1,971$. Соответствующая критическая сила $P_1 = 0,169$. На этом же графике представлен критический параметр, соответствующий второй форме потери устойчивости, когда на левой стойке образуются две полуволны синусоиды. Он равен $\nu = 5,71$, т. е. для реализации второй формы потери устойчивости критическая нагрузка увеличивается в 2,9 раза. Для второй задачи получено одно значение критического параметра $\nu = 3,04$. Соответствующее значение нагрузки $P_1 = 0,402$. Рисунок 4 соответствует 3-му случаю, при котором $\nu = 3,36$; $P_1 = 0,49$.

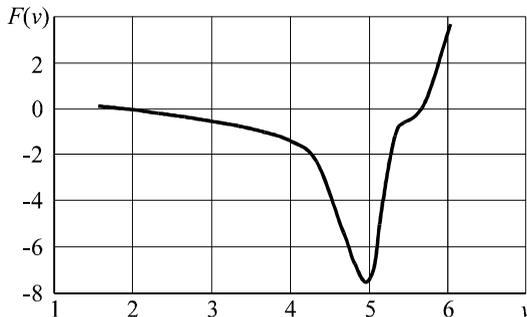


Рисунок 3 – Кривая устойчивости для первой задачи

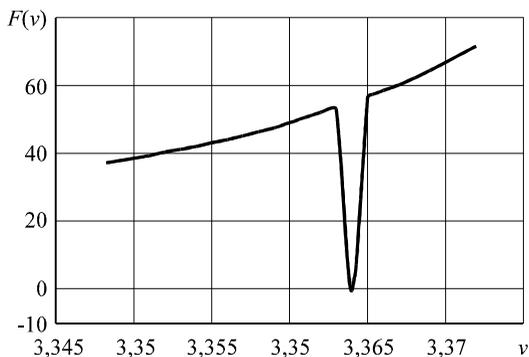


Рисунок 4 – Кривая устойчивости для третьей задачи

Из полученных результатов видно, что при усилении внутренних связей критический параметр и критическая нагрузка увеличиваются: для второго случая в 2,4; для третьего – в 2,9 раза.

На рисунке 5 показано влияние жесткости связей на значения критического параметра ν и критической силы P : кривая 1 соответствует изменению критического параметра ν , 2-я кривая – критической силы P . По оси абсцисс указаны различные типы соединения в узлах (жесткости соединений условно представлены в цифровом виде). Для наглядности по мере увеличения жесткости соединения в левом узле формально можно допустить: пусть значение 1 соответствует 1-й задаче ($\nu = 1,971$), значение 2 – второй ($\nu = 3,04$), а значение 3 – третьей ($\nu = 3,36$). Видно, что увеличение жесткости связи ведет к возрастанию значений ν и P , причем переход от первой задаче ко второй увеличивает критический параметр почти в два раза, а от второй к третьей – в 1,225 раза, т. е. на 22,5 %.

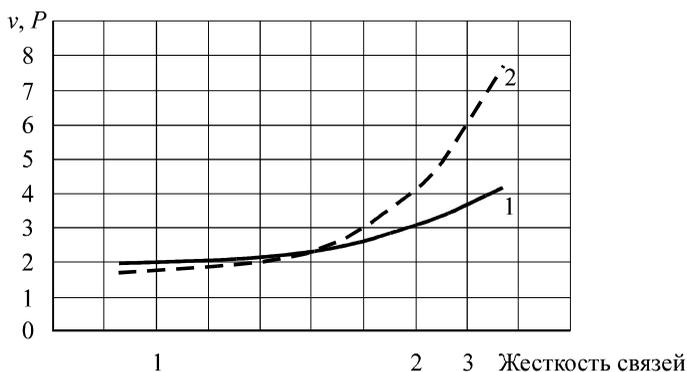


Рисунок 5 – Кривые изменения критического параметра ν и критической силы P в зависимости от жесткости внутренних связей

На рисунке 6 показано влияние высоты стойки на значения характеризующих устойчивость величин для первой задачи: кривая 1 соответствует изменению критического параметра ν , кривая 2 – критической нагрузке P . По оси абсцисс значение 1 соответствует первоначальной высоте левой стойки, значение 2, если высота левой стойки увеличена вдвое и т. д. Видно, что увеличение длины стойки приводит к увеличению критического параметра ν и резкому уменьшению критической силы P . Например, увеличение высоты стойки в два раза приводит к уменьшению критической силы на 70,6 %. Аналогичная картина наблюдается для 2-го и 3-го случаев.

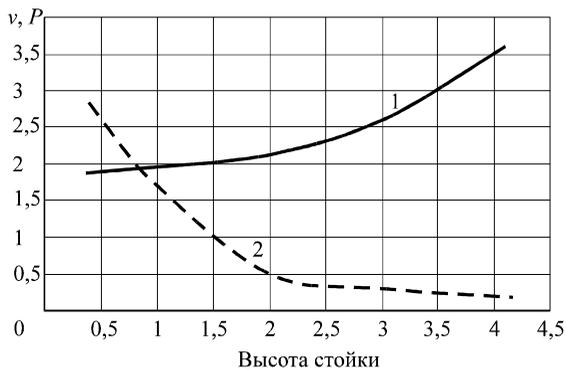


Рисунок 6 – Кривые изменения критического параметра (1) и критической силы (2) в зависимости от высоты стойки для первого случая

Представленные графики характеризуют чувствительность значений критических сил к геометрии и жесткостным характеристикам упругой системы. Их характер объясняется наличием круговых функций в уравнениях устойчивости, которые быстро изменяются в зависимости от аргумента ν .

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1 Для обеспечения нормальной эксплуатации зданий и сооружений, которые содержат стержневые элементы каркаса, работающие в условиях сжатия и имеющие значительную длину и малую жесткость при изгибе, такие как детали верхнего пояса мостовых конструкций и другие тонкостенные пространственные системы, помимо расчетов на прочность при проектировании и строительстве необходимо учитывать возможность появления новых видов деформаций, связанных с большими отклонениями от положения равновесия.

2 Одной из мер по повышению устойчивости сжатых элементов каркасного здания является соблюдение жесткого соединения в узлах системы (путем сварки или болтового соединения).

Для тонкостенных стержней открытого профиля необходимо исследовать устойчивость в более сложной постановке с учетом изгибно-крутильных форм потери устойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Киселев, В. А.** Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / В. А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1980. – 616 с.
- 2 **Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений** / А. Ф. Смирнов [и др.]. – М.: Стройиздат, 1984. – 416 с.
- 3 **Кадисов, Г. М.** Динамика и устойчивость сооружений / Г. М. Кадисов. – М.: Изд-во АСВ, 2007. – 272 с.
- 4 **Александров, А. В.** Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы / А. В. Александров, Б. Я. Лашеников, Н. Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1983. – 488 с.
- 5 **Масленников, А. М.** Основы динамики и устойчивости сооружений / А. М. Масленников. – М.: АСВ, 2000. – 201 с.
- 6 **Дарков, А. В.** Строительная механика / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – М.: Санкт-Петербург, Москва-Краснодар, Лань, 2004. – 656 с.
- 7 **Достанова, С. Х.** Динамика и устойчивость сооружений / С. Х. Достанова. – Алматы, 2008. – 130 с.
- 8 **Стальные конструкции. Нормы проектирования: СНИП РК 5.04-23-2002.** – Астана: Kazgor, 2003. – 118 с.

S. KH. DOSTANOVA, A. B. NURTAZIN

THE INFLUENCE OF HARDNESS OF CONNECTIONS ON THE LOSS OF STABILITY FOR PLANE FRAMES

There is considered the loss of stability for compressed elements of a plane frame. The impact of different types of connections in the nodes of the frame and the length of compressed elements on the values of critical parameters are examined.

Получено 15.03.2012

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 6. Гомель, 2012**

УДК 539.3

Г. И. ДУБРОВИНА

*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
Россия*

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА МЕХАНИКИ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

Рассмотрены прямые и обратные задачи механики разрушения. Уравнения краевой задачи механики хрупкого разрушения приведены в постановке, предложенной