

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Устич, П. А. Надежность рельсового нетягового подвижного состава / П. А. Устич, В. А. Карпычев, М. Н. Овечников. – М.: ИГ “Вариант”, 1999. – 416 с.
- 2 Расчет вагонов на прочность / С. В. Вершинский [и др.]; под ред. Л. А. Шадура. – М.: Машиностроение, 1971. – 432 с.
- 3 Вершинский, С. В. Динамика вагонов / С. В. Вершинский, В. Н. Данилов, В. Д. Хусидов; под ред. С. В. Вершинского. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
- 4 Ворожун, И. А. Оценка динамических сил в элементах крепления труб на железнодорожной платформе / И. А. Ворожун // Вестник Белорусского государственного университета транспорта. – 2008. – № 1. – С. 60–64.
- 5 Varazhun, I. A. Modeling of the interaction between cargo tiers and flatcar during the collision of cars / I. A. Varazhun, A. V. Zavorotny // Technolog. – 2013. – Roc. 5. – № 4. – P. 195–198.

I. A. VOROZHUN, A. V. ZAVOROTNY

LOADING DECREASE OF CARS WITH CARGO LONGLINE PLACING AND FASTENING

The device for cargo placing and fastening on the railway platform in three tiers was considered. On the base of mathematical modeling it was investigated the influence of longitudinal elastic elements stiffness on the value of the dynamic forces appearing in the elements of connections between railcars for the case of cars collision. A comparative analysis of dynamic parameters depending on the friction coefficient and stiffness of the cargo fastening elastic elements was performed.

Получено 10.09.2013

**ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 7. Гомель, 2013**

УДК 519.876.2

Д. А. КЛИМОВСКИЙ, Н. А. СМЕРНОВ

*Сибирский государственный аэрокосмический университет
им. акад. М. Ф. Решетнёва, Красноярск, Россия*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МИКРОРОБОТА С ВИБРАЦИОННЫМ ПРИВОДОМ

В работе исследуется математическая модель движения платформы микроробота с вибрационным приводом, реализующим анизотропное трение по контактной поверхности. С помощью математического пакета «Maple» создана программа для моделирования и исследования движения такой платформы.

В настоящее время одной из основных тенденций развития современных технологий является уменьшение размеров компонентов, устройств и машин, входящих в технологические процессы и выполняющих производственные операции. Особое значение имеет рассмотрение движения существ-

вующих и перспективных систем, например таких, как мобильные миниатюрные роботы и автоматизированные группы миниатюрных устройств, созданных на основе достижений микроэлектроники, мехатроники, информационных и других технологий [1].

Известны различные микророботы, которые могут перемещаться в ограниченном или свободном пространстве под действием неуравновешенных сил инерции привода [2]. Работа одного из таких микророботов основана на использовании анизотропии трения для упоров. Он представляет собой платформу с ворсистой поверхностью. Два электромеханических привода с неуравновешенной массой создают движущую силу (рисунок 1).

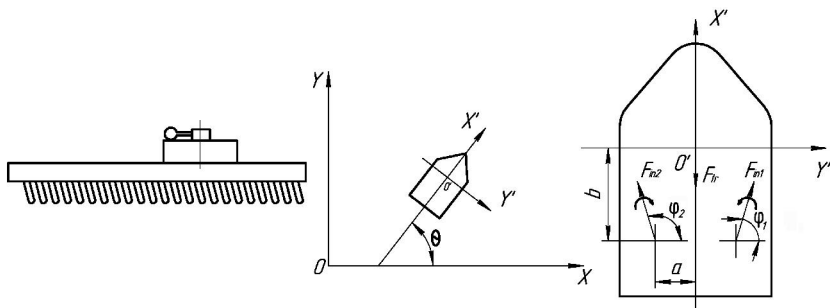


Рисунок 1 – Модель микроробота с вибрационным приводом и ворсистой контактной поверхностью

Математическую модель такого механизма можно создать, задаваясь двумя системами координат: неподвижной XOY и связанной с центром масс робота $X'O'Y'$ (см. рисунок 1). Основные дифференциальные уравнения движения модели в системе $X'O'Y'$:

$$M \frac{dV_{x'}}{dt} = F_{x'}; \quad M \frac{dV_{y'}}{dt} = F_{y'}; \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{M_{\text{вп}}}{I},$$

где M – масса модели, $V_{x'}$, $V_{y'}$ – проекции скорости на оси $O'X'$ и $O'Y'$; $F_{x'}$, $F_{y'}$ – суммы проекций сил на оси $O'X'$ и $O'Y'$; I – момент инерции тела относительно центральной оси; $M_{\text{вп}}$ – момент сил относительно точки O' .

Положение модели в системе XOY :

$$X = X_0 + \int_{t_1}^{t_2} (V_{x'} \cos \theta + V_{y'} \sin \theta) dt; \quad Y = Y_0 + \int_{t_1}^{t_2} (V_{y'} \cos \theta + V_{x'} \sin \theta) dt,$$

где θ – угол между осями X' и X .

Получим выражения сил, действующих на механизм.

Силы инерции от вращения неуравновешенной массы $F_{in} = m\omega^2 r$, где m – неуравновешенная масса, ω – угловая скорость вращения двигателя, r – радиус вращения.

Сумма сил инерции дает движущую силу:

$$F_{\text{движ}_{x'}} = m\omega_1^2 r \sin(\omega_1 t + \varphi_{10}) + m\omega_2^2 r \sin(-\omega_2 t + \varphi_{20});$$

$$F_{\text{движ}_{y'}} = m\omega_1^2 r \cos(\omega_1 t + \varphi_{10}) + m\omega_2^2 r \cos(-\omega_2 t + \varphi_{20}).$$

Направление вектора скорости определяется углом α (рисунок 2):

$$\alpha = \text{arctg} \frac{V_{x'}}{V_{y'}}.$$

Функция arctg определена на промежутке $(-\pi/2; \pi/2)$, поэтому для правильного вычисления угла α необходимо задавать дополнительные условия, что возможно только при численном решении.

При анизотропном трении значение силы трения зависит от направления скорости V' (рисунок 2). Выражение этой силы удобно записать в зависимости от угла α в полярных координатах:

$$F_{tr}(\alpha) = \frac{F_{tr2} - F_{tr1}}{2} \sin(\alpha + \pi) + \sqrt{\left(\frac{F_{tr2} - F_{tr1}}{2} \sin(\alpha + \pi)\right)^2 + F_{tr1} F_{tr2}},$$

где F_{tr1} и F_{tr2} – значение силы трения при движении модели по ворсу и против ворса соответственно.

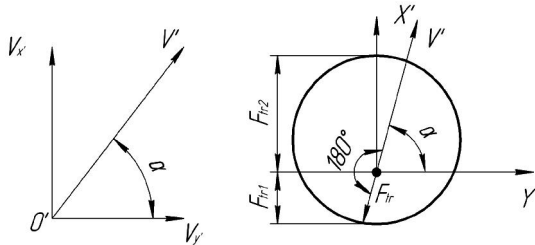


Рисунок 2 – Определение значения и направления силы трения

Определяем сумму проекций сил $F_{x'}$ и $F_{y'}$ на оси $O'X'$ и $O'Y'$:

$$F_{x'} = F_{\text{движ}_{x'}} - F_{tr} \sin(\alpha + 180^\circ); \quad F_{y'} = F_{\text{движ}_{y'}} - F_{tr} \cos(\alpha + 180^\circ).$$

Момент относительно точки O'

$$M_{\text{вр}} = m\omega_1^2 r(b \cos \varphi_1 + a \sin \varphi_1) + m\omega_2^2 r(b \cos \varphi_2 - a \sin \varphi_2) \pm M_{tr}.$$

Аналитическое решение данных уравнений затруднительно из-за зависимости силы анизотропного трения от направления движения модели. Численное моделирование в пакете «Maple» помогает решить эту задачу. В результате работы создана специальная исследовательская программа, область визуализации результатов которой содержит информацию о положении в

пространстве, мгновенном направлении и значении скорости (рисунок 3). Одним из достоинств разработанной программы является возможность регулирования скорости вращения двигателей в процессе расчета, что позволяет моделировать различные режимы движения.

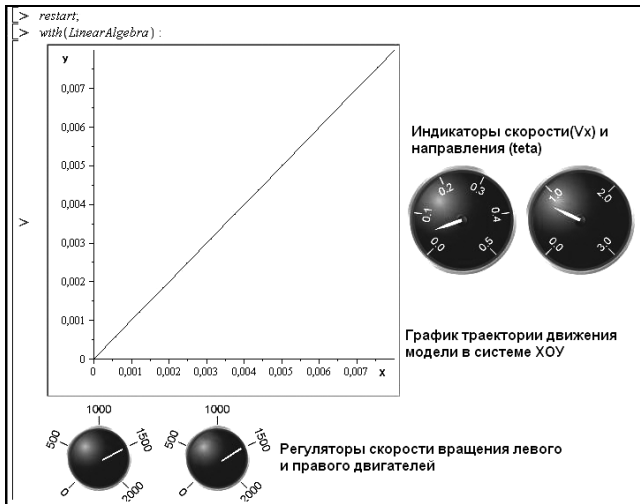


Рисунок 3 – Область визуализации результатов

Расчетная часть программы представляет собой следующий алгоритм.

Задаем начальные условия:

```
(i, t[i], M, m, dt, a, b, X[i], Y[i], Vx'[i], Vy'[i], fi1[i], fi2[i],
teta[i], omegateta[i]), r, Ftr1, Ftr2, Mtr, I, stop=1)
```

Значение силы трения в зависимости от направления:

```
Ftr:=alf->(Ftr2-Ftr1)/2*sin(alf)+sqrt(((Ftr2-Ftr1)/2*sin(alf))^2+Ftr1*Ftr2)
```

Расчетный цикл:

```
while stop<>0 do i:=i+1;t[i]:=t[i-1]+dt
```

Присваиваем текущие значения регуляторов скоростей соответствующим переменным:

```
DocumentTools[Do](n1=%Dial1): DocumentTools[Do](n2=%Dial0)
```

Текущее значение угловых скоростей двигателей в радианах:

```
omega1:=3.14*n1/30: omega2:=3.14*n2/30
```

Определяем инерционные силы от двигателей, текущие фазовые углы и проекции сил инерции на оси X' и Y' :

```
Fin1:=m*r*(omega1)^2: Fin2:=m*r*(omega2)^2:
fi1[i]:=fi[i-1]+omega1*dt: fi2[i]:=fi2[i-1]-omega2*dt:
Fx:=Fin1*sin(fi1[i])+Fin2*sin(fi2[i]):
Fy:=Fin1*cos(fi1[i])+Fin2*cos(fi2[i])
```

Определяем направление движения (угол α) и проекцию силы трения на оси X' и Y' :

```

if (Vy[i-1]=0 and Vx[i-1]>=0) then alf:=3.14/2 fi:
if (Vy[i-1]=0 and Vx[i-1]<0) then alf:=-3.14/2 fi:
if (Vy[i-1]>0) then alf:=arctan(Vx[i-1]/Vy[i-1]) fi:
if (Vy[i-1]<0) then alf:=arctan(Vx[i-1]/Vy[i-1])+3.14 fi:
Ftrx:=Ftr(alf+3.14)*sin(alf+3.14):Ftry:=Ftr(alf+3.14)*cos(alf+3.14)

```

Движущие силы и мгновенные скорости:

```

Fdx:=Fx+Ftrx: Fdy:=Fy+Ftry: Vx[i]:=Vx[i-1]+Fdx*dt/M:
Vy[i]:=Vy[i-1]+Fdy*dt/M:
if (Fx[i]>=0 and Fdx<=0 and Vx[i]<0) then Vx[i]:=0:
if (Fx[i]<=0 and Fdx>=0 and Vx[i]>0) then Vx[i]:=0:
if (Ftry>Fy) then Vy[i]:=0

```

Моменты относительно точки O' и значение угла θ :

```

M1:= Fin1*sin(fi1[i])*a+Fin1*cos(fi1[i])*b:
M2:= -Fin2*sin(fi2[i])*a+Fin2*cos(fi2[i])*b: M:=M1+M2:
if M>Mtr then if M>0 then M:=M-Mtr else M:=M+Mtr fi: else M:=0 fi:fi:
teta[i]:=teta[i-1]+omegateta[i-1]*dt+M*(dt^2)/I: omeगतeta[i]:= M*(dt^2)/I

```

Положение центра масс модели в системе XOY :

```

X[i]:=X[i-1]+(Vx[i]*cos(teta[i])+Vy[i]*sin(teta[i]))*dt:
Y[i]:=Y[i-1]+(Vy[i]*cos(teta[i])+Vx[i]*sin(teta[i]))*dt

```

Созданная программа позволяет анализировать поведение модели при различных значениях угловых скоростей двигателей, визуализирует движение центра масс модели в плоскости движения, позволяет строить графики изменения основных параметров. Для модели с параметрами $M = 160$ г, $m = 3$ г, $n = 1500$ об/мин получены следующие основные характеристики движения (движение вдоль оси OX) (рисунки 4, 5).

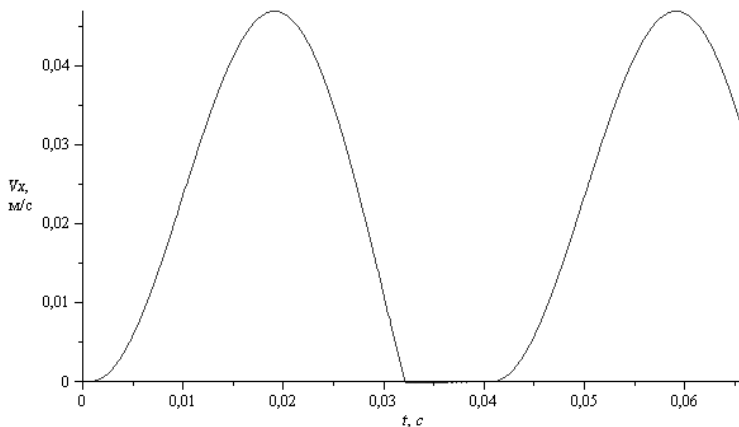


Рисунок 4 – График изменения скорости

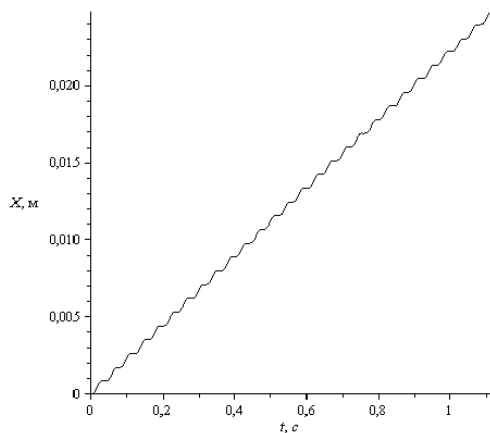


Рисунок 5 – График изменения координаты X

движущая сила не может преодолеть силу трения в противоположном направлении. График перемещения имеет ступенчатый вид, что является следствием полученного графика скорости.

Механизмы рассмотренного типа при изменении конструкции могут использоваться для исследования труб малого диаметра. В случае уменьшения размера ворсинок до микроскопического возможно создание робота, перемещающегося по различным поверхностям в условиях невесомости за счет адгезии. Разработанная методика анализа дает возможность подбора рациональных параметров конструкций таких механизмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Подураев, Ю. В. Мехатроника: Основы, методы, применение / Ю. В. Подураев. – М.: Машиностроение, 2006. – 255 с.
- 2 Механика миниатюрных роботов / В. Г. Градецкий [и др.]. – М.: Наука, 2010. – 271 с.

D. A. KLIMOVSKIY, N. A. SMIRNOV

MATHEMATICAL MODEL OF MICRO-ROBOT WITH VIBRATORY ENGINE MOVEMENT

In the article the mathematical model of the microrobot platform movement with vibration engine and anisotropic friction contact surface is investigated. On the base of mathematical package «Maple» it was created the program for modeling and investigation of such platform movement.

Получено 23.04.2013

Из графика изменения скорости видно влияние на движение модели анизотропного трения. Первую половину периода оборота двигателей (0,02 с) скорость растет, так как суммарная сила инерции от неуравновешенной массы направлена вперед и превышает значение силы трения в этом направлении. Затем скорость падает до 0 из-за уменьшения величины и изменения направления сил инерции. На следующем интервале времени перемещение отсутствует, так как