

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 624.072.21.7

КОЗУНОВА
Оксана Васильевна

**СТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ «БАЛОЧНАЯ ПЛИТА –
НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОЕ НЕОДНОРОДНОЕ ОСНОВАНИЕ»
ВАРИАЦИОННО-РАЗНОСТНЫМ МЕТОДОМ**

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук
по специальности 05.23.17 – Строительная механика

Минск, 2017

Работа выполнена на кафедре «Строительная механика» Белорусского национального технического университета

Научный руководитель – **Босаков Сергей Викторович**,
доктор технических наук, профессор,
главный научный сотрудник
РУП «Институт БелНИИС»

Официальные оппоненты – **Лазовский Дмитрий Николаевич**,
доктор технических наук, профессор,
ректор учреждения образования
«Полоцкий государственный университет»;

Шевчук Леонид Иванович,
кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры «Сопротивление материалов
и теория упругости» Белорусского
национального технического университета

Оппонирующая организация – **Учреждение образования «Брестский
государственный технический университет»**

Защита состоится 17 мая 2017 г. в 16⁰⁰ на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.09 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220114, г. Минск, проспект Независимости, 150, корпус № 15, ауд.808, e-mail: nrak@bntu.by, тел/факс (8-017) 265-96-97.

Отзывы в двух экземплярах с подписью, заверенной печатью учреждения, следует направлять на имя ученого секретаря совета по адресу: 220013, г. Минск, проспект Независимости, 65, корпус 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан 11 апреля 2017 г.

Ученый секретарь
совета по защите
диссертаций

Рак Н.А.

© Козунова О.В., 2017

© БНТУ, 2017

ВВЕДЕНИЕ

Из практики строительства зданий и сооружений известно, что нулевой цикл составляет около 30 % от объемов капитального строительства (на всех стадиях его реализации: от проекта до монтажа надземной части). Фундамент – это связующая часть между сооружением и грунтом, и поэтому он должен без перенапряжения воспринимать все нагрузки, действующие на сооружение, и передавать их на грунт так, чтобы обеспечить сооружению требуемую прочность, жесткость и устойчивость.

Ленточные фундаменты зданий и инженерных сооружений, опирающиеся на грунт, рассчитываются как балочные плиты, взаимодействующие с упругим основанием, и их работа существенным образом влияет на напряженно-деформированное состояние (НДС) системы «балочная плита – основание». Таким образом, рассматривая здание или сооружение в целом как конструкцию, опирающуюся на упругое основание, можно учесть совместную работу надземной и подземной частей этой конструкции и сделать ее надежной, долговечной, экономически выгодной и технически приемлемой.

Задача о расчёте фундаментов зданий и сооружений является одной из трудных задач строительной механики, главным образом из-за чрезвычайно неопределённых физических свойств грунтов основания. В силу природных особенностей территории Республики Беларусь основание многослойно (неоднородно) и его неоднородность может усиливаться наличием слабых полостей, биогенных включений и т.д.

Кроме того, многочисленные опыты Боткина А.И., Вялова С.С., Сеськова В.Е., Винокурова Е.Ф., Цытовича Н.А. и др. при исследовании грунтов основания подтверждают тот факт, что в реальных условиях зависимость между нагрузкой и осадкой имеет явно нелинейный характер.

Многие методы расчета конструкций на упругих основаниях, имея теоретическую ценность, не вполне пригодны для практического применения. Эти методы имеют существенные расхождения с экспериментальными данными при определении деформированного состояния исследуемых объектов, в силу того, что базируются на использовании теории линейно деформируемых тел.

До настоящего времени теория расчета балочных плит, расположенных на нелинейно-упругом неоднородном основании разработана в недостаточной степени. Ранее Босаковым С.В., Фомичевой Н.М. был исследован изгиб бесконечной полосы на комбинированном физически нелинейном основании (плоская деформация) под действием поперечной и продольной нагрузки, и аналогичный изгиб круглой пластины при той же нагрузке на упругом полупространстве (УПП). Однако в этих исследованиях упругое основание моделировалось максимум двухслойным, без учета возможных ослаблений, включалось в работе контактной зоны без полного исследования напряженно-деформированного состояния массива упругого основания.

Выбор модели упругого основания зависит от интуиции инженера - проектировщика, представляет довольно сложную инженерную задачу, так как модель упругого основания предлагается при постановке задачи и физически обосновывается в ходе расчета. При этом широко распространенная модель Винклера с каж-

дым годом ограничивается в применении, так как не всегда дает правильные результаты расчета. Модель упругого полупространства (УПП) преувеличивает рас-пределительную способность основания, а также приводит к появлению под края-ми балочной плиты физически нереальных бесконечных давлений.

В настоящей работе предложена, численно апробирована, верифицирована другими решениями универсальная методика расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании с локальными включениями вариационно-разностным методом, позволяющая полностью определить параметры НДС осно-вания, контактной зоны и вычислить значения внутренних усилий в сечениях ба-лочной плиты.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами, темами

Работа выполнялась в рамках ГНТП № 9-БФН/06 РУП «Институт БелНИИС» от 31.08.2006 г. «Строительные материалы и технологии» (Приказ ГКНТ от 24.05.2006 г. №117, Приказ ГКНТ от 14.06.2006 г). Тема 7.03: «Провести комплекс работ по исследованию физико-механических характеристик озерно-ледниковых отложений (суглинки и глины ленточные, пески пылеватые) и лессовидных отло-жений (супеси и суглинки) и разработать рациональные конструкции фундаментов для строительства жилых, гражданских и промышленных зданий на данных грун-товых основаниях, что позволит сократить материальные затраты на устройство фундаментов на 20%» (2006-2012 гг.).

Результаты работы использованы в нормативном документе Республики Бе-ларусь Р5.01.056.09 «Рекомендации по проектированию и устройству рациональ-ных фундаментов на основаниях, сложенных озерно-ледниковыми и лессовидными грунтами», Минск, 2009 г. Разработчик: РУП «Институт БелНИИС». Зарегистри-рованы: РУП «Стройтехнорм» за №056 от 19.08.2009 г.

Актуальность темы диссертации

При расчете балочных плит, расположенных на нелинейно-упругом неоднородном основании, важной задачей является учет нелинейной работы и неоднородности основания для экономии материальных ресурсов за счет более полного использования слоев несущего грунта различной мощности, озерно-ледниковых и лессовидных отложений, с местными ослаблениями и без них, и на основе этого, выбор рациональных конструктивных решений фундаментов. Особое место в рас-чете конструкции на упругом основании занимает правильный выбор модели осно-вания и метода расчета, так как от принятой модели упругого основания и выбран-ного метода расчета зависит достоверность результатов исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) рассматриваемой конструкции, упругого основания и распределение напряжений и перемещений в контактной зоне плиты.

В силу названных обстоятельств тема диссертационной работы актуальна, а полученные результаты позволяют решить целый ряд инженерных задач, относя-щихся к проектированию балочных плит как фундаментных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании с локальными включениями и без них.

Цель и задачи исследования

Целью исследования является разработка методики расчета балочных плит на нелинейно-упругом основании для различных законов нелинейно-упругого деформирования основания и переменных параметров упругости и создание компьютерной программы нелинейных расчетов с последующим сопоставлением результатов с аналогичными результатами, полученными по другим программам и методикам.

Для достижения указанной цели поставлены и решаются следующие *задачи исследования*:

- формулировка и постановка задач расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании, с локальными включениями и без них;
- выбор модели упругого основания в виде модели упругого слоя с переменными параметрами упругости в законе нелинейно-упругого деформирования основания;
- разработка алгоритма расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании вариационно-разностным методом с использованием итерационного метода упругих решений и создание компьютерных программ расчета с доказательством сходимости получаемого решения;
- сопоставление результатов численных исследований по предлагаемой методике с результатами аналогичных расчетов, выполненных с использованием верифицированных программных комплексов (ANSYS, FEMAP NASTRAN, PLAXIS).

Объект и предмет исследования

Объектами исследования являются балочные плиты, неоднородное упругое основание с местными ослаблениями.

Предметом исследования являются параметры напряженно-деформированного состояния (НДС) системы «балочная плита-нелинейно-упругое неоднородное основание», а именно: осадки балочных плит, вертикальные напряжения в центрах ячеек расчетной области основания; реактивные давления, возникающие в контактной зоне «балочная плита – основание»; а также перемещения, изгибающие моменты и поперечные силы, возникающие в балочных плитах от внешних силовых воздействий.

Гипотезы и допущения

При расчете балочных плит на упругом основании вводятся следующие гипотезы (предположения) и допущения:

- для расчетной области упругого основания – гипотезы и допущения нелинейной теории упругости;
- для контактной зоны «балочная плита – основание» – между балочной плитой и основанием могут возникать как сжимающие, так и растягивающие напряжения и отсутствуют силы трения;
- для балочной плиты – гипотезы и допущения плоского изгиба балки (плиты).

При расчете упругого основания физическая нелинейность учитывается изменением параметров упругости основания (модуля упругости и коэффициента Пуассона) по определенному закону с глубиной при использовании модели упругого слоя конечной ширины.

Методология и методы проведенных исследований

В работе применены численно-теоретические методы строительной механики и теории упругости, численный и «лотковый» эксперименты.

Для решения контактных задач нелинейной теории упругости в области малых упругопластических деформаций использован метод упругих решений А.А.Ильюшина в форме переменных параметров упругости.

Для определения перемещений точек основания и реактивных давлений в зоне контакта балочной плиты и основания, а также для их исследования в области физической нелинейности составлена компьютерная программа с применением прикладного пакета "*Mathematica*".

Для решения дифференциальных уравнений в частных производных использован метод конечных разностей.

Результаты, полученные в работе, получены путем численно-теоретических исследований, выполненных на компьютерных моделях и опытных образцах. Подробно методика изложена в соответствующих главах.

Научная новизна

- Сформулированы постановки задач расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании, с локальными включениями и без них, вариационно-разностным методом, решение которых позволяет полностью описать НДС системы «балочная плита - основание» с учетом влияния нелинейности и неоднородности основания при выборе конструктивных решений рациональных фундаментов.

- Выполнен выбор модели упругого основания в виде модели упругого слоя конечной толщины с переменными параметрами упругости в аппроксимациях закона нелинейно-упругого деформирования основания при различных вариантах переменности модуля упругости, а также при учете переменности коэффициента Пуассона. Правильный выбор модели упругого основания позволяет уточнить параметры НДС упругого основания и приблизить их к реальным условиям.

- Разработана универсальная методика расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании вариационно-разностным методом, а именно, алгоритм расчета с использованием итерационного метода упругих решений и компьютерные программы расчета с доказательством сходимости получаемого решения, которые позволяют рассчитывать балочные плиты произвольной жесткости на неоднородном основании с различными параметрами упругости.

- Выполнено сопоставление результатов численных исследований по предлагаемой методике с результатами аналогичных расчетов, реализованных с использованием верифицированных программных комплексов (ANSYS, NASTRAN, PLAXIS), которое подтверждает правильность и достоверность полученных научных результатов при принятых гипотезах и допущениях строительной механики.

Практическая значимость полученных результатов

Полученные результаты позволяют численно моделировать параметры напряженно-деформированного состояния (НДС) в балочных плитах, численно исследовать контактную зону «балочная плита - основание» и прогнозировать изменение параметров НДС нелинейно-упругого неоднородного основания в зависимости от аппроксимаций диаграммы нелинейно-упругого деформирования основания, а также, давать практические рекомендации при проектировании балочных

плит, контактирующих с нелинейно-упругими неоднородными системами, что приводит к существенному снижению материальных затрат, необходимых для проведения экспериментальных исследований. Они могут быть использованы в расчетной практике проектных организаций промышленного, гражданского и транспортного строительства.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту

- Впервые полученная универсальная методика расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании вариационно-разностным методом, что позволяет учитывать влияние неоднородности на НДС системы «балочная плита - нелинейно-упругое неоднородное основание».
- Конечно-разностные уравнения полной потенциальной энергии системы «балочная плита – нелинейно-упругое неоднородное основание» при равномерном шаге сетки разбивочной области, полученные впервые с учетом неоднородности основания и локальных включений.
- Аналитическая аппроксимация экспериментальных диаграмм нелинейно-упругого деформирования упругого основания $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ в виде гиперболического тангенса, что позволяет более верно учесть нелинейные свойства основания.
- Компьютерные программы расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании на основе метода конечных разностей с использованием итерационного алгоритма метода упругих решений и с применением прикладного пакета "Mathematica", что позволяет рассчитывать балочные плиты произвольной жесткости на неоднородном основании с различными параметрами упругости.
- Впервые полученные результаты нелинейных расчетов балочных плит на упругом основании по предлагаемой методике с учетом неоднородности и физической нелинейности основания, что позволяет оценить влияние неоднородностей на НДС балочной плиты и упругого основания.

Личный вклад соискателя

Диссертационная работа и положения, выносимые на защиту, основаны на личном вкладе автора. Соискателем были проанализированы применяемые в мировой практике модели упругого основания, методы решения контактных задач нелинейной строительной механики и теории упругости, выявлены неразрешенные вопросы, приняты гипотезы и допущения, сформулированы основные задачи исследования и определены пути их реализации. Публикации, написанные без соавторов [3, 4, 8, 13, 15–19, 23, 24], подготовлены соискателем самостоятельно и основаны на результатах численно-теоретических исследований, их численной реализации в разработанной соискателем компьютерной программе и сопоставлении с существующими решениями.

В работах, опубликованных совместно [1, 2, 7, 9, 10, 12, 14, 21], соавтором является научный руководитель д-р техн. наук, профессор Босаков С.В., который осуществлял общее руководство и оказывал содействие при составлении и отладке компьютерных программ, при подведении итогов по результатам проведенной соискателем численно-теоретической работы. В работе [11] соавторами являются канд. техн. наук, доцент Бочкарев Д.И., магистр Сигаев Е.А., которые участвовали в применении методики расчета балочных плит вариационно-разностным методом

при определении осадок верхнего строения пути с учетом нелинейности основания (постановка задачи, использование компьютерной программы в решении и обработка результатов). В работах [5, 10, 20, 22] соавтором является магистр Сига́й Е.А., который участвовал в получении и обработке результатов исследования степенных функций в аппроксимации диаграммы нелинейно-упругого деформирования основания. При проведении верификации результатов ВРП другими методиками в работе [6] принимал участие инженер Щетько Н.С.

Апробация результатов диссертации

Основные результаты работы, выносимые на защиту, докладывались и получили одобрение на следующих международных мероприятиях (семинарах, конгрессах, симпозиумах и конференциях): III, IV Белорусский конгрессы по теоретической и прикладной механике (Минск, 2007, 2009); X, XV, XVI, XVII Международные научно-технические межвузовские семинары «Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь» (Гомель, 2003; Новополоцк, 2008; Брест, 2009; Гродно, 2010); XVIII, XX Международные научно-методические семинары «Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров» (Новополоцк, 2012; Гродно, 2016); XVI, XVIII Международные симпозиумы «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» (Москва, 2010, 2013); Международная научно-техническая конференция «Геотехника Беларуси: теория и практика» (Минск, 2008); XV, XVII Международные научно-технические конференции «Информационная среда вузов» (Россия, Иваново, 2008, 2010); Оливари́йский форум «Методы решения прикладных задач механики деформированного твердого тела» (секция: Механика деформированного твердого тела) (Крым, Ялта, 2009); Международная научно-техническая конференция «Актуальные научно-технические проблемы современной геотехники» (Санкт-Петербург, 2009); Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием, посвященная 100-летию со дня рождения профессора Б.И. Долматова «Актуальные вопросы геотехники при решении сложных задач нового строительства и реконструкции» (Санкт-Петербург, 2010); Научно-техническая конференция «Численные методы расчетов в практической геотехнике», посвященная памяти профессора СПбГАСУ А.Б. Фадеева (Санкт-Петербург, 2012); Международные научно-технические конференции молодых ученых «Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности» (Могилев, 2009, 2010, 2011, 2012, 2013); Международные научно-технических конференции «Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии» (Могилев, 2008, 2009, 2010, 2011, 2013); Международные научно-технические конференции «Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди» (Украина, Ровно, 2008, 2010, 2011, 2012); Всероссийская научно-техническая конференция «Инженерно-геотехнические изыскания, проектирование и строительство оснований, фундаментов и подземных сооружений» (Санкт-Петербург, 2017).

Опубликованность результатов

По теме диссертации опубликовано 24 работы (всего 13,25 п.л.), в том числе глава в нормативном документе Республики Беларусь – 1, статей в рецензируемых журналах и сборниках статей, научных трудов – 11 (все в списках ВАК Республики Беларусь, России и Украины; 3 без соавторов), статей в сборниках статей и научных мероприятий в Республики Беларусь и СНГ – 12 (7 без соавторов). Общее

количество страниц опубликованных материалов 189 с., из них 142 с. – личный вклад автора.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, библиографического списка и приложений. Объем диссертации составляет 169 страниц машинописного текста, из них 139 основного текста, включая 64 страницы с 86 иллюстрациями и 9 таблиц, список использованных источников из 132 наименований на 10 с., список публикаций автора из 24 наименований на 3 с.

О С Н О В Н А Я Ч А С Т Ь

Во **введении** обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулированы цель и решаемые задачи, представлены основные положения, выносимые на защиту, показана научная новизна и практическая значимость полученных результатов, отражен личный вклад соискателя, изложены сведения об апробации и опубликованности результатов выполненных исследований.

В **первой главе** представлен обзор публикаций по статическим расчетам балок и плит на упругих основаниях, в большинстве своем однородных и линейно-упругих, без возможных ослаблений и неоднородностей.

Многообразие расчетных моделей упругих оснований представлено в работах следующих отечественных и зарубежных ученых: Фусса Н.И., Винклера Е. Фламанна О., Циммермана И., Проктора Г.Э., Вихгардта К., Пастернака П.Л., Филоненко-Бородича М.М., Егорова К.Е., Клепикова С.Н., Власова В.З., Леонтьева Н.Н., Пузыревского Н.П., Соломина В.И., Винокурова Е.Ф., Клейна Г.К., Вялова С.С., Клубина П.И., Федоровского В.Г., Безвольева С.Г. и др.

Однако практика показывает, что широко распространенная модель Винклера не всегда дает правильные результаты расчета, так как она не учитывает распределительную способность грунтового основания, и значение коэффициента постели зависит от размера испытываемого штампа. Модель упругого полупространства (УПШ), наоборот, преувеличивает распределительную способность, и приводит к появлению под краями балки физически нереальных бесконечных давлений [1-5].

Известно разнообразие методов статических расчетов балочных плит на линейно-упругих основаниях. Этим вопросам посвящены публикации Герсеванова Н.М., Буссинеска И., Проктора Г.Э., Жемочкина Б.Н., Горбунова-Посадова М.И., Маликовой Т.А., Коренева Б.Г., Босакова С.В., Сеницына А.П., Симвулиди И.А., Васидзу К. и др.

Моделированию нелинейных задач строительной механики и их расчету посвящены публикации следующих авторов: Лукаша П.А., Петрова В.В., Быховцева В.Е., Борисевича А.А., Сидоровича Е.М., Лионса Ж.Л. и др.

Таким образом, данная отрасль исследований нелинейных задач требует дальнейшей разработки, как в плане создания общей методологии, формулировки и решения контактных задач для элементов конструкций, взаимодействующих с нелинейно-упругим неоднородным основанием, так и в плане создания численных методов расчета при условиях, накладываемых практикой натуральных инженерно-геологических изысканий (учет переменных параметров упругости грунта основания, слоистости основания, локальных включений).

Вторая глава посвящена построению теоретических основ и алгоритма новой универсальной методики расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании вариационно-разностным методом [1, 2-7, 9-13, 18, 19, 21, 24] с использованием итерационного метода упругих решений.

В предлагаемой работе решается контактная задача нелинейной теории упругости (плоская деформация): линейно упругая балочная плита на нелинейно-упругом неоднородном (многослойном) основании, имеющем локальное включение в несущем слое под балочной плитой [1, 2-7, 13-15, 17]. Плита находится под действием произвольной нагрузки (рисунок 1). Параметры плиты: ширина $2l$, изгибная жесткость EJ .

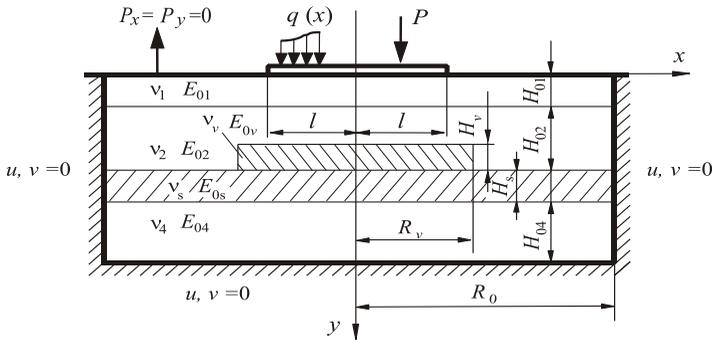


Рисунок 1. – Расчетная модель «плита–основание»

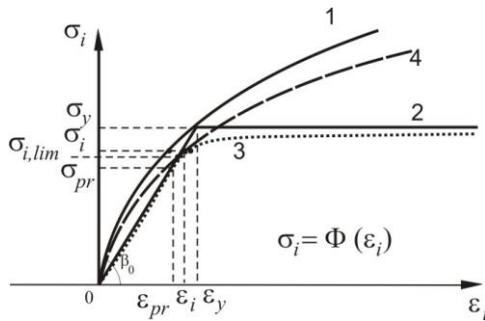
При постановке задачи используются гипотезы и допущения теории упругости и строительной механики: в зоне контакта плиты с упругим основанием возникают только нормальные напряжения (реактивные давления), силы трения пренебрежительно малы; для плиты справедливы гипотезы теории изгиба. При составлении функционала энергии деформаций не учитывается работа сил собственного веса упругого основания.

При расчете неоднородное основание заменяется прямоугольной расчетной областью. Эта область аппроксимируется прямоугольной сеткой конечных размеров (29×7) с постоянным шагом по осям: $X - \Delta x$, $Y - \Delta y$. Внешняя нагрузка на плиту $q(x)$ приводится к узловым силам.

Граничные условия задачи: на границах расчетной области перемещения $u=0$, $v=0$; в контактной зоне справедливо равенство перемещений основания прогибам плиты.

За неизвестные принимаются: вертикальные и горизонтальные перемещения узлов расчетной области $u(x)$, $v(x)$ и реактивные давления (контактные напряжения) в зоне контакта плиты с основанием.

Для каждого слоя принимается закон нелинейно-упругого деформирования основания (рисунок 2) в виде трех функциональных зависимостей: гиперболический тангенс, степенная функция Г.Б. Бюльфингера и альтернативная степенная функция В.Е. Быховцева [1, 2-7, 12, 16, 20, 22].



1 – степенная функция Г.Б. Бюльфингера;
 2 – диаграмма упруго-пластического тела (диаграмма Прандтля);
 3 – функция гиперболический тангенс;
 4 – альтернативная степенная функция В.Е. Быховцева
Рисунок 2. – Диаграммы нелинейно-упругого деформирования

В большинстве решенных автором задач [1, 2-7, 13-15, 17] коэффициент Пуассона упругого слоя ν_k в силу малости своего изменения принимается постоянным, однако, в данной работе также приводятся решения для переменного коэффициента Пуассона по А.В.Александрову с сопоставлением результатов нелинейных расчетов [23].

Согласно вариационному принципу Лагранжа-Дирихле при нагружении плиты, расположенной на упругом основании, статической нагрузкой ее полная потенциальная энергия в состоянии равновесия принимает минимальное значение.

Функционал полной потенциальной энергии плиты на упругом основании состоит из трех слагаемых: энергии деформаций упругого основания (1), энергии деформаций изгиба балочной плиты (2) и потенциала внешней нагрузки (3):

$$U_f = \iint_S \left[\frac{E_k \nu_k}{2(1 + \nu_k)(1 - 2\nu_k)} (\varepsilon_x^{(k)} + \varepsilon_y^{(k)})^2 + \frac{E_k}{2(1 + \nu_k)} ((\varepsilon_x^{(k)})^2 + (\varepsilon_y^{(k)})^2) + \frac{E_k}{4(1 + \nu_k)} (\gamma_{xy}^{(k)})^2 \right] dS, \quad (1)$$

$$\Omega_b = \frac{1}{2} EJ \int_{-l}^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx, \quad (2)$$

$$\Pi = - \int_{-l}^l q(x) y(x) dx, \quad (3)$$

где в формуле (1) интеграл берется по площади расчетной области.

Так как в состоянии статического равновесия функционал полной энергии \mathcal{E} должен иметь минимум, то неизвестные перемещения $u_i(x)$, $v_i(y)$ определяются из условия обращения в нуль производных от полной энергии по каждому из перемещений.

В силу нелинейности рассматриваемая задача решается методом упругих решений в форме переменных параметров упругости, через итерационный алгоритм, численная реализация которого осуществляется в программном пакете МАТНЕМАТИСА. При каждой итерации параметры упругости в i -той точке упругого слоя неоднородного основания изменяются, поэтому при вычислениях используются *переменные параметры упругости*.

Решение задачи строится в перемещениях и реализуется методом конечных разностей (МКР). При решении поставленной задачи энергия деформации подсчитывается для каждой ячейки МКР, а затем суммируется по объему упругого основания.

Энергия деформаций упругого основания и энергия изгиба выражаются в конечно-разностной форме с учетом геометрических граничных условий на гранях расчетной области [1,13].

Например, энергия деформации упругого основания (1) в конечно-разностной форме имеет вид [1, 13, 24]

$$\begin{aligned}
 U_f = & \sum_{j=1}^{MY-1} \left(\sum_{i=1}^{NX-1} U_{i,j}^{(k)} \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{MY-1} \left(\sum_{i=1}^{NX-1} \left(\frac{E_k}{1+\nu_k} \cdot \left[\frac{\nu_k}{1-2\nu_k} \cdot \left(\frac{1}{2\Delta x} (u_b + u_d - u_a - u_c) + \right. \right. \right. \right. \\
 & + \left. \frac{1}{2\Delta y} \cdot (v_c + v_d - v_a - v_b) \right)^2 + \left(\frac{1}{2\Delta x} \cdot (u_b + u_d - u_a - u_c) \right)^2 + \left(\frac{1}{2\Delta y} \cdot (v_c + v_d - v_a - v_b) \right)^2 + \\
 & \left. \left. \left. \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\Delta y} \cdot (u_c + u_d - u_a - u_b) + \frac{1}{2\Delta x} \cdot (v_b + v_d - v_a - v_c) \right)^2 \right] \Delta x \Delta y \right) \right), \quad (4)
 \end{aligned}$$

где u_k, ν_k - неизвестные перемещения в центре прямоугольной ячейки расчетной области упругого основания.

После дифференцирования функционала полной энергии по каждому из неизвестных перемещений получается система линейных алгебраических уравнений, решение которой позволяет найти неизвестные узловые перемещения. Используя дифференциальные зависимости при изгибе, определяются реактивные давления в контактной зоне плиты. По известным прогибам плиты определяются внутренние усилия в ее сечениях [1, 2-7, 9-13, 24].

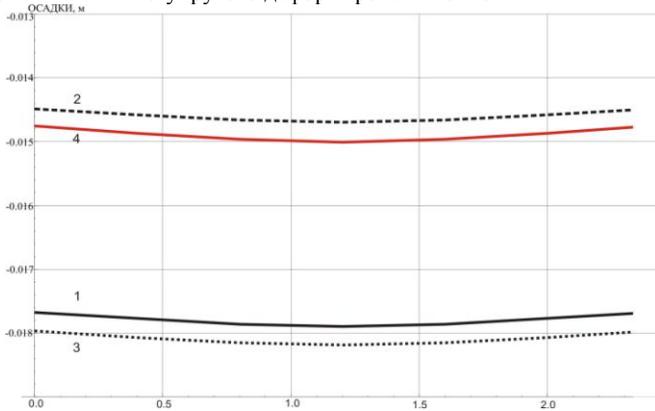
В первом приближении сформулированная задача нелинейного расчета решается в линейной постановке (нулевая итерация). По вычисленным значениям узловых перемещений определяются интенсивность деформаций и интенсивность напряжений в центрах прямоугольных ячеек, и итерационный процесс повторяется снова до достижения заданной точности [2, 11, 24].

В работе математически исследована и доказана сходимость итерационного алгоритма по Александру [8, 20] с использованием функции гиперболический тангенс, степенной функции Г.Б. Бюльфингера и альтернативной степенной функции В.Е. Быховцева.

В **третьей главе** представлены результаты нелинейных расчетов балочной плиты для двухслойных оснований с биогенными включениями и без них от внешней нагрузки в виде трех сосредоточенных сил [1-5, 7-10, 12-13, 23, 24]. В процессе расчетов использовались различные указанные выше функциональные зави-

симости закона нелинейно-упругого деформирования, секущий и касательный модули упругости и переменный коэффициент Пуассона.

На рисунках 3 и 4 приведены эпюры прогибов и внутренних усилий балочной плиты, опирающейся на двухслойное основание с биогенными включениями, при разных законах нелинейно-упругого деформирования основания.



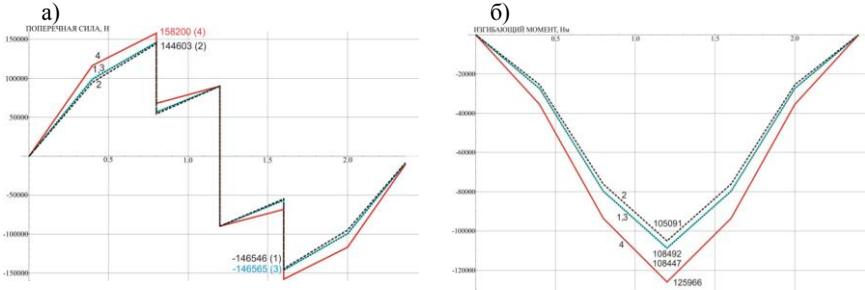
1 – гиперболический тангенс (касательный модуль);
2 – степенная функция Г.Б. Бюльфингера (касательный модуль);
3 – альтернативная степенная функция В.Е.Быховцева (касательный модуль);
4 – гиперболический тангенс (секущий модуль)
Рисунок 3. – Прогибы балочной плиты (3-я итерация)

Из сопоставления графиков на рисунке 3 следует, что: 1) максимальные значения прогибов (1,82 см на графике 3) незначительно (на 1,64%) отличаются от базовых значений (1,79 см на графике 1), которые соответствуют функции гиперболический тангенс (касательный модуль); 2) значения прогибов на графиках 2 и 4, также незначительно (на 3,1%) отличаются друг от друга, однако, от базового значения наблюдается отклонение больше допустимой точности (16,56%).

Таким образом, правильный выбор закона нелинейно-упругого деформирования основания определяет соответствие результатов нелинейных расчетов прогнозируемым, которые могут проверяться экспериментально по мониторингу осадок упругого основания [1–5, 7–10].

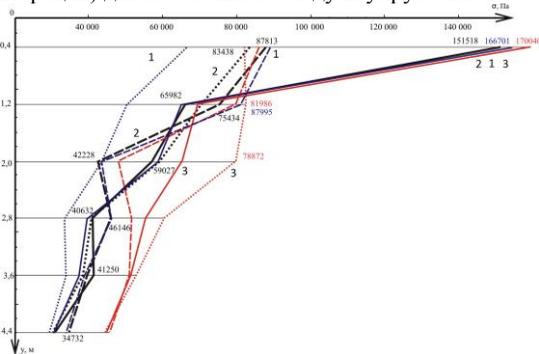
Графики на рисунке 4 полностью подтверждают характер эпюр внутренних усилий балочной плиты и соответствуют гипотезам и допущениям строительной механики при плоском изгибе плиты. Из сопоставления следует полное совпадение графиков 1 и 3 ($\delta_Q=0,01\%$; $\delta_M=0,04\%$) и допустимое отклонение графиков 2 и 4 ($\delta_Q=1,33\%$; $\delta_M=3,14\%$).

Следовательно, погрешность вычислений при исследовании внутренних усилий на порядок ниже по сравнению с погрешностью вычислений по осадкам, что соответствует дифференциальным соотношениям теории изгиба.



1 – гиперболический тангенс (касательный модуль);
 2 – степенная функция Г.Б. Бюльфингера (касательный модуль);
 3 – альтернативная степенная функция В.Е.Быховцева (касательный модуль);
 4 – гиперболический тангенс (секущий модуль)
 Рисунок 4. – Эпюры внутренних усилий в сечениях плиты (3-я итерация):
 а) поперечная сила; б) изгибающий момент

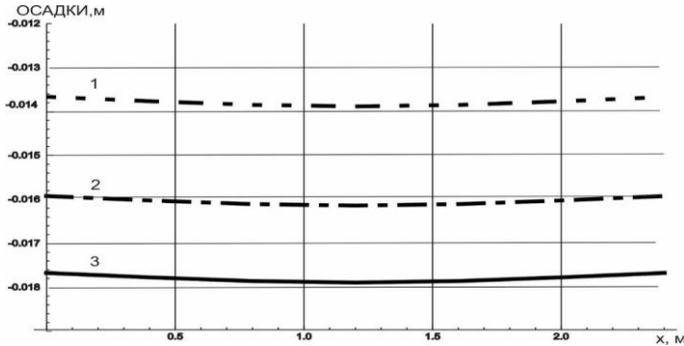
На рисунке 5 приведены эпюры вертикальных напряжений по глубине расчетной области (3-я итерация) для касательного модуля упругости.



1 – функция гиперболический тангенс;
 2 – степенная функция Г.Б. Бюльфингера;
 3 – альтернативная степенная функция В.Е. Быховцева
 Рисунок 5 – Эпюры вертикальных напряжений по глубине расчетной области (3-я итерация)

В центре расчетной области графики на рисунке 5 отдаляются, к краю плиты выше биогенного включения совпадают и ниже его снова отдаляются. На краю балочной плиты в основании наблюдается резкий рост значений вертикальных напряжений, что подтверждает наличие так называемого «краевого эффекта» при моделировании основания с использованием гипотез и допущений строительной механики и теории упругости.

На рисунке 6 приведены эпюры прогибов балочной плиты для аппроксимации диаграммы нелинейно-упругого деформирования основания гиперболическим тангенсом с переменными параметрами упругости: касательный модуль упругости и переменный коэффициент Пуассона [23, 24].



1 - линейный расчет ($\nu(x) = 1,3917$ см);
2 - E – переменный, ν – переменный ($\nu(x)=1,611$ см);
3 - E – переменный, ν – постоянный ($\nu(x)=1,786$ см)
Рисунок 6. – Прогибы балочной плиты (3-я итерация)

Из графиков на рисунке 6 следует, что учет переменного коэффициента Пуассона уточняет прогибы плиты в сторону уменьшения на 9,08 %, что согласуется с заданной точностью вычислений (до 10 %). Отметим, что учет переменного коэффициента Пуассона уточняет аналогичные прогибы плиты на упругом основании без локальных включений на 2,8%, что соответствует точности до 3%. А также, добавим, что значения внутренних усилий в балочной плите, рассчитанных с учетом изменения коэффициента Пуассона, с локальными включениями в основании и без них, почти полностью между собой совпадают ($\delta \approx 1\%$).

Таким образом, в нелинейных расчетах можно не учитывать изменение коэффициента Пуассона по глубине расчетной области для упрощения моделирования итерационного процесса, так как при его учете в расчете значения параметров деформированного состояния балочной плиты изменились в диапазоне заданной точности и значения параметров напряженного состояния практически не изменились.

Четвертая глава посвящена верификации результатов нелинейных расчетов балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании, полученных через лотковый эксперимент и при помощи других методик и программ в сравнении результатами по предлагаемому вариационно-разностному подходу.

На рисунке 7 представлен лотковый эксперимент «штамп на упругом основании», в котором биогенное включение моделировалось поролоновой губкой. Здесь четко выражены линии деформирования упругих слоев под балочной плитой в верхней области основания над биогенным включением, которые по своему очертанию соответствуют прогибам балочной плиты и отражают качественную картину деформированного состояния многослойного основания с биогенным включением под плитой.



Рисунок 7. – Лотковый эксперимент

На рисунке 8 представлены эпюры осадок поверхности расчетной области основания, полученные: а) как результаты расчетов с использованием ВРП и МКЭ в реализации программного комплекса *Femap (Nastran)*; б) осадки основания в контактной зоне балочной плиты на нелинейно-упругом основании (результаты линейного и нелинейного расчета) в программном комплексе ЭНЕРГИЯ 3D (разработчик проф. В.Е. Быховцев).

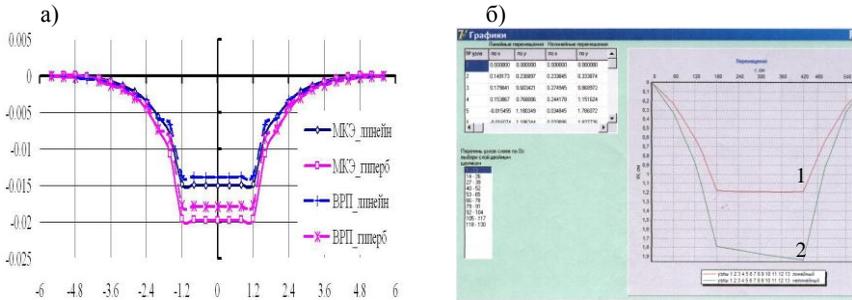


Рисунок 8. – Эпюры осадок поверхности расчетной модели основания

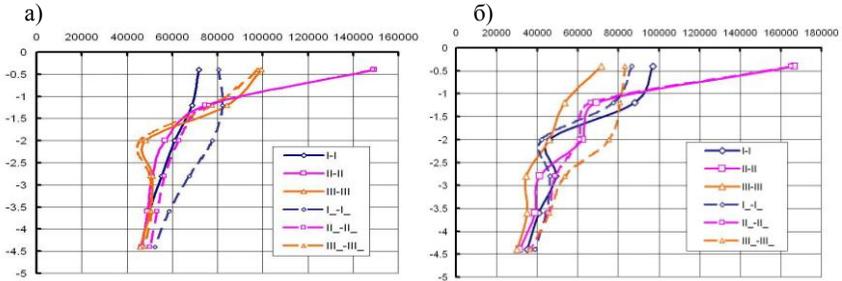
Максимальное значение осадки поверхности расчетной модели основания, полученное с использованием МКЭ и ВРП в линейной постановке, составляет 15,03 мм и 13,92 мм (отклонение $\Delta_f = 7,3\%$), в нелинейной постановке – 19,81 мм и 17,89 мм (отклонение $\Delta_f = 4,7\%$) [6].

На рисунке 9 представлены эпюры вертикальных напряжений в узлах расчетной области, позволяющие сопоставить линейные и нелинейные решения в напряжениях: а) при использовании МКЭ; б) при использовании ВРП.

Некоторые различия в осадках (рисунок 8) и напряжениях (рисунок 9) могут быть объяснены следующим образом:

– в нелинейном расчете с использованием МКЭ переменный модуль деформации был представлен в виде секущего модуля, так как нелинейно-упругие свойства материалов заданы нелинейной зависимостью « $\sigma - \epsilon$ », аппроксимированной кусочно-линейной функцией;

– в расчете с использованием ВРП переменный модуль деформации был задан касательным.



(основной линией показано нелинейное решение, штриховой – линейное)

Рисунок 9. – Эпюры вертикальных напряжений по глубине расчетной области

В диссертационной работе приведено сопоставление осадок упругого основания под балочной плитой, определенных методом конечных элементов с использованием компьютерных программ Nastran и ЭНЕРГИЯ 3D по В.Е. Быховцеву со значениями, полученными вариационно-разностным методом. Из приводимого сопоставления следует, что аппроксимация закона нелинейно-упругого деформирования основания гиперболическим тангенсом позволяет приблизить значения осадок, определенных по ВРП к аналогичным с использованием альтернативной степенной функции по Быховцеву на 1,7%, по программе ЭНЕРГИЯ 3D на 6,7%; по программе *Femap Nastran* на 10,6 %, что соответствует заданной точности расчетов постановочных задач.

Таким образом, выше сказанное свидетельствует о корректности и достоверности результатов нелинейных расчетов балочных плит на нелинейно-упругих неоднородных основаниях, полученных предлагаемым вариационно-разностным методом в сравнении с результатами, полученными другими численными методами [5,6, 20–22].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

1. Впервые предложена универсальная методика расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании вариационно-разностным методом [1, 6, 8, 11, 14], позволяющая полностью определить параметры напряженно-деформированного состояния (НДС) основания, контактной зоны и вычислить значения внутренних усилий в сечениях балочной плиты. В силу комплексности подхода и универсальности эта методика внедрена в инженерную практику через нормативный документ [24] и использована для постановок новых задач и их решения [2, 11, 14].

2. Выведена новая аналитическая аппроксимация экспериментальной диаграммы нелинейно-упругого деформирования упругого основания $\sigma_i=f(\varepsilon_i)$ в виде гиперболического тангенса [1–6, 10, 11]. Теоретически исследована и доказана *сходимость итерационного процесса для новой аналитической аппроксимации* [1], которая подтверждена численным экспериментом: практическому показателю сходимости ($\delta \leq 3\%$) для двухслойных оснований без биогенных включений удовлетворяет 3-я итерация, с биогенными включениями – 4-я итерация.

3. Разработаны компьютерные программы расчета балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании, на основе метода конечных разностей (МКР) с использованием итерационного алгоритма метода упругих решений и с применением прикладного пакета "Mathematica". Эти программы *позволяют численно реализовать универсальную методику вариационно-разностного подхода при расчете балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании* [2, 11, 14].

4. Получены новые результаты нелинейных расчетов балочных плит на упругом основании, с учетом неоднородности основания, локальных включений и физической нелинейности основания в форме переменных параметров упругости в законе нелинейно-упругого деформирования [3–8, 11, 13]. *Анализ полученных результатов показывает, что:* а) наличие слабого включения увеличивает осадки упругого неоднородного основания и соответственно прогибы плиты на 27%, внутренние усилия в плите на 8,7%. Итерационный алгоритм в пределах точности расчета сходится быстрее без слабого включения (на 2 итерации), со слабым включением – на 3 итерации. *Экспериментально подтверждено, что местное ослабление (слабое включение) является демпфером (гасителем) перемещений характерных точек упругого основания вглубь расчетной области;* б) учет переменности коэффициента Пуассона приводит к незначительной корректировке осадок упругого основания (до 3%), внутренних усилий (до 1%), причем в сторону уменьшения их значений [23]. Таким образом, *доказано, что в нелинейных расчетах балочных плит на неоднородных основаниях можно пренебречь изменением коэффициента Пуассона для упрощения расчетов.*

5. *Проведена верификация результатов расчетов балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании вариационно-разностным методом путем их сравнения с аналогичными результатами, полученными при помощи других методик и программ* [6]. При сопоставлении результатов линейных расчетов ВРП и МКЭ (осадки) показатель отклонения – 7,3%; нелинейных расчетов – 4,7%.

Рекомендации по практическому использованию результатов диссертации

Полученные результаты позволяют численно моделировать параметры напряженно-деформированного состояния (НДС) в балочных плитах, численно исследовать контактную зону «балочная плита - основание» и прогнозировать изменение параметров НДС нелинейно-упругого неоднородного основания в зависимости от аппроксимаций диаграммы нелинейно-упругого деформирования основания, давать практические рекомендации при проектировании балочных плит, контактирующих с нелинейно-упругими неоднородными системами. Что приводит к существенному снижению материальных затрат, необходимых для проведения экспе-

риментальных исследований. Они могут быть использованы в расчетной практике проектных организаций промышленного, гражданского и транспортного строительства.

В настоящее время результаты исследований внедрены в учебный процесс УО «Белорусский государственный университет транспорта», ГУВПО «Белорусско-российский университет», использованы в расчетной практике института «Белжелдорпроект» при проектировании и РУП «Институт БелНИИС» при составлении нормативного документа. Все внедрения подтверждены соответствующими актами и справками.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

Статьи в рецензируемых научных журналах Республики Беларусь и стран СНГ

1. Босаков, С. В. Вариационно-разностный подход в решении контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета (Часть 1) / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – № 1. – С. 5–13.

2. Босаков, С. В. Вариационно-разностный подход в решении контактной задачи для нелинейно упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Результаты расчета (Часть 2) / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – № 2. – С. 15–19.

3. Козунова, О. В. Нелинейный расчет фундаментных плит на слоистых основаниях с использованием секущего модуля деформации / О. В. Козунова // Вестник Брестского государственного технического университета. Строительство и архитектура. – 2009. – № 1 (55). – С. 32–39.

4. Козунова, О. В. Нелинейный расчет фундаментных плит на слоистых основаниях, ослабленных биогенными включениями / О. В. Козунова // Вестник гражданских инженеров. – 2009. – № 2 (19). – С. 100–104.

5. Козунова, О. В. Нелинейный расчет инженерной системы «плита – основание» с использованием переменного модуля деформации / О. В. Козунова, Е. А. Сигаи // Вестник гражданских инженеров. – 2011. – № 1 (26). – С. 72–82.

6. Козунова, О. В. Верификация вариационно-разностного подхода при расчете нелинейно-упругого неоднородного основания под балочной плитой / О. В. Козунова, Н. С. Щетько // Строительная наука и техника. – 2011. – № 2 (35). – С. 57–61.

7. Босаков, С. В. Балочная плита на нелинейно-неоднородном основании с местным ослаблением / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. – № 5. – С. 15–19.

Статьи в рецензируемых сборниках статей, трудов Республики Беларусь и стран СНГ

8. Козунова, О. В. Применение МКР в нелинейных расчетах балок на однородном упругом слое / О. В. Козунова // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : Міжнародний збірник наукових статей. – Ровно, 2008. – Вып. 17. – С. 373–381.

9. Босаков, С. В. Вариационно-разностный подход к нелинейному расчету фундаментных плит на слоистом упругом основании / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла : Международный сборник научных трудов. – Днепропетровск, 2009. – Вып. 10. – С. 34–40.

10. Босаков, С. В. Исследование деформированного состояния неоднородного нелинейно-упругого основания под балочной плитой / С. В. Босаков, О. В. Козунова, Е. А. Сигаи // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : Международный сборник научных статей. – Ровно, 2011. – Вып. 22. – С. 583 – 589.

11. Козунова О. В. Учет физической нелинейности материала в расчете осадок верхнего строения пути / О. В. Козунова, Д. И. Бочкарев, Е. А. Сигаи // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : Международный сборник научных статей. – Ровно, 2012. – Вып. 23. – С. 541– 547.

Статьи в сборниках статей, трудов Республики Беларусь и стран СНГ

12. Босаков, С. В. Расчет балки на упругой физически нелинейной полуплоскости / С. В. Босаков, О. В. Машкова [О. В. Козунова] // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь : Международный сборник научных трудов. – Гомель : БелГУТ, 2005. – С. 40–43.

13. Козунова, О. В. Нелинейный расчет балочных плит на слоистых основаниях с биогенными включениями / О. В. Козунова // Геотехника Беларуси: наука и практика : сборник статей Международной научно-технической конференции, Минск, 20-22 октября 2008 г. – Минск : БНТУ, 2008. – С. 27–63.

14. Босаков, С. В. Нелинейный расчет фундаментных плит на многослойном основании со слабым слоем / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь : сборник статей XV Международного научно-практического семинара, Минск, 27-28 ноября 2008 г. – Новополоцк : ПГУ, 2008. – Т. 2. – С. 175–184.

15. Козунова, О. В. Учет влияния биогенных включений в нелинейных расчетах слоистых оснований / О. В. Козунова // Информационная среда вузов : сборник статей XV Международной научно-технической конференции, Иваново, 27-28 ноября 2008. – Иваново : ИГАСУ, 2008. – С. 369–375.

16. Козунова, О. В. Учет нелинейности основания при деформировании балок на упругом слое / О. В. Козунова // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки : Международный сборник научных трудов. – Гомель : БелГУТ, 2008. – Вып. 2. – С. 37–41.

17. Козунова, О. В. Влияние биогенных включений на результаты нелинейных расчетов фундаментных плит на грунтовых основаниях / О. В. Козунова // Актуальные научно-технические проблемы современной геотехники : межвузовский тематический сборник трудов научно-технической конференции, Санкт-Петербург, 4-6 февраля 2009 г. – СПб.: СПбГАСУ, 2009. – Т. 2.– С. 165–172.

18. Козунова, О. В. Плоская задача расчета балок и плит на упругом основании с учетом физической нелинейности основания / О. В. Козунова // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь : сборник научных статей XVI Международного научно-технического семинара, Брест, 28-30 мая 2009 г. – Брест : БрГТУ, 2009. – Ч. 1. – С. 182–190.

19. Козунова, О. В. Метод сеток в вариационной постановке при решении контактной задачи «балочная плита – основание» / О. В. Козунова // Механика – 2009 : сборник научных трудов IV Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике, Минск, ОИМ, 18 – 20 ноября 2009 г. – Минск, 2009. – С. 376 – 382.

20. Козунова, О. В. Решение контактных задач нелинейной теории упругости с использованием степенной функции / О. В. Козунова, Е. А. Сига́й // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь : сборник научных статей XVII Международного научно-технического семинара, Гродно, 28-30 мая 2010. – Гродно : ГрГУ им. Янки Купалы, 2010. – С. 409–414.

21. Босаков, С. В. Вариационные методы в нелинейной теории упругости при решении контактных задач / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Трибофатика = Tribofatigue : труды VI Международного симпозиума по трибофатике МСТФ 2010, [г. Минск, 25 октября — 1 ноября 2010 г.] : в 2 ч. – Минск : БГУ, 2010. – Ч. 2. – С. 375 –379.

22. Козунова, О. В. Влияния закона нелинейно-упругого деформирования на напряженно-деформированное состояние системы «балочная плита – основание» / О. В. Козунова, Е. А. Сига́й // Информационная среда вузов : сборник статей XVII Международной научно-технической конференции Иванова, 22–23 ноября 2010. – Иваново : ИГАСУ, 2010. – С. 169 – 177.

23. Козунова, О. В. Учет переменного коэффициента Пуассона в нелинейном расчете балочной плиты, контактирующей с неоднородным основанием / О. В. Козунова // Инженерно-геотехнические изыскания, проектирование и строительство оснований, фундаментов и подземных сооружений : сборник трудов Всероссийской научно-технической конференции. – СПб. : СПбГАСУ, 2017. – С. 119–124.

Нормативный документ Республики Беларусь

24. Козунова, О. В. Особенности проектирования плитных фундаментов на многослойных основаниях со слабыми слоями грунтов / О. В. Козунова // Рекомендации по проектированию и устройству рациональных фундаментов на основаниях, сложенных озерно-ледниковыми и лессовидными грунтами : Р 5.01.056.09 : введ. 01.10.2009. – Минск : Стройтехнорм, 2009. – Гл. 8. – С. 39–47.

РЭЗІЮМЭ

Казунова Аксана Васільеўна

Статычны аналіз сістэмы «бэлькавая пліта-нелінейна-пружкая неаднародная аснова» варыяцыйна-рознасным метадам

Ключавыя словы: варыяцыйна-рознасны падыход, ітэрацыйны алгарытм, метады пружкіх рашэнняў, нелінейна-пружкая аснова, бэлькавая пліта, выгін, неаднароднасць, пластычнасць, зменны модуль пружкасці, каэфіцыент Пуасона, метады канчатковых рознасцей.

Аб'ект даследавання: бэлькавыя пліты, нелінейна-пружкая неаднародная аснова з мясцовымі паслабленнямі; *прадмет даследавання:* напружана-дэфармаваны стан аб'екта.

Мэта работы: пастаноўка кантактных задач нелінейнай тэорыі пружкасці; стварэнне агульнай метадыкі матэматычнага даследавання напружана-дэфармаванага стану пружкіх бэлек і бэлькавых пліт на нелінейна-пружкай неаднароднай аснове з мясцовымі паслабленнямі пры сілавых нагрузках рознага выгляду, уключаючы рэакцыю ўзаемадзеяння з пружкай асновай; даследаванне збегнасці ітэрацыйнага алгарытму для новай апраксімацыі закона нелінейна-пружкага дэфармавання: функцыя гіпербалічны тангенс, з улікам зменнасці модуля пружкасці і каэфіцыента Пуасона; верыфікацыя варыяцыйна-рознаснага падыходу (ВРП) іншымі лікавымі метадамі, заснаванымі на метадазе канчатковых элементаў, і лагковым эксперыментам.

Прыведзены пастаноўкі новых кантактных задач пра дэфармаванне пружкіх бэлек і бэлькавых пліт, злучаных з пружкай асновай, прапанаваны метады і метадыкі іх рашэння, а іменна: варыяцыйна-рознасны падыход (ВРП) са заменай дыферэнцыяльных суадносін нелінейнай тэорыі пружкасці канчаткова-рознаснымі апраксімацыямі.

Для рэалізацыі варыяцыйна-рознаснага падыходу складзены камп'ютарныя праграмы на ЭВМ у прыкладным пакеце «Матэматыка» з выкарыстаннем ітэрацыйнага алгарытму метаду пружкіх рашэнняў у форме зменных параметраў пружкасці. Атрыманы шэраг рашэнняў для бэлькавых пліт на нелінейна-пружкай неаднароднай аснове з мясцовымі паслабленнямі, са зменнымі параметрамі пружкасці: модулем пружкасці і каэфіцыентам Пуасона, з рознымі апраксімацыямі дыяграмы нелінейна-пружкага дэфармавання асновы: гіпербалічны тангенс, сталая функцыя Г.Б. Бюльфінгера і альтэрнатыўная сталая функцыя В.Е. Быхаўцава

Вынікі даследаванняў з'яўляюцца новымі, былі ўведзены ў навучальную практыку розных ВНУ, рэалізаваны ў разліковай практыцы БелНДІСа пры складанні нарматыўнага дакумента і могуць быць выкарыстаны праектнымі арганізацыямі Рэспублікі Беларусь і краін СНД у прамысловым, грамадзянскім і транспартным будаўніцтве для праектавання падмуркавых пліт будынкаў і штучных збудаванняў (віядукі, трубаправоды, масты і тунэлі).

РЕЗЮМЕ

Козунова Оксана Васильевна

Статический анализ системы «балочная плита-нелинейно-упругое неоднородное основание» вариационно-разностным методом

Ключевые слова: вариационно-разностный подход, итерационный алгоритм, метод упругих решений, нелинейно-упругое основание, балочная плита, изгиб, неоднородность, пластичность, переменный модуль упругости, коэффициент Пуассона, метод конечных разностей.

Объект исследования: балочные плиты, нелинейно-упругое неоднородное основание с местными ослаблениями; *предмет исследования:* напряженно-деформированное состояние объекта.

Цель работы: постановка контактных задач нелинейной теории упругости; создание общей методики математического исследования напряженно-деформированного состояния балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании с местными ослаблениями при силовых нагрузках различного вида, включая реакцию взаимодействия с упругим основанием; исследование сходимости итерационного алгоритма для новой аппроксимации закона нелинейно-упругого деформирования: функция гиперболический тангенс, с учетом переменности модуля упругости и коэффициента Пуассона; верификация вариационно-разностного подхода (ВРП) другими численными методами, основанными на методе конечных элементов, и лотковым экспериментом.

Приведены постановки новых контактных задач о деформировании балочных плит, связанных с упругим основанием, предложен метод и методика их решения, а именно: вариационно-разностный подход (ВРП) с заменых дифференциальных соотношений нелинейной теории упругости конечно-разностными аппроксимациями.

Для реализации вариационно-разностного подхода составлены компьютерные программы на ЭВМ в прикладном пакете «Математика» с использованием итерационного алгоритма метода упругих решений в форме переменных параметров упругости. Получен ряд решений для балочных плит на нелинейно-упругом неоднородном основании с местными ослаблениями, с переменными параметрами упругости: модулем упругости и коэффициентом Пуассона, с разными аппроксимациями диаграммы нелинейно-упругого деформирования основания: гиперболический тангенс, степенная функция Г.Б. Бюльфингера и альтернативная степенная функция В.Е. Быховцева

Результаты исследований являются новыми, были внедрены в учебную практику различных вузов, реализованы в расчетной практике БелНИИСа при составлении нормативного документа и могут быть использованы проектными организациями Республики Беларусь и стран СНГ в промышленном, гражданском и транспортном строительстве для проектирования фундаментных плит зданий и искусственных сооружений (путепроводы, трубопроводы, мосты и тоннели).

SUMMARY

Kozunova Oksana

Static analysis of the system "beam plate-nonlinear elastic heterogeneous foundation" variational-difference method

Keywords: variational-differential approach, iterative algorithm, method of elastic solutions, nonlinear elastic foundation, beam plate, bending, heterogeneity, flexibility, variable deformation modulus, Poisson's ratio, the finite difference method.

The object of study: beam plate, nonlinear elastic heterogeneous foundation with local slackenings; *subject of study:* the stress-strain state of the object.

Objective: the statement of the contact problems of the nonlinear elasticity theory; establishment a common methodology for mathematical study of stress-strain state of beam plates on nonlinear elastic foundation with local slackening under various power loads, including the reaction with the elastic basis; study the convergence of the iterative algorithm for new approximation of the nonlinear elastic deformation law: the hyperbolic tangent function, taking into account the variability of the deformation modulus and Poisson's ratio; verification of variational-differential approach (VDA) by the other numerical methods based on the finite element method and by the tray-type experiment.

There are statements of new contact problems about deformation of elastic beams and beam plate on elastic base, methods and techniques for their solution are proposed, namely the variational-differential approach (VDA) and the replacement of differential relations of the nonlinear elasticity theory by the finite-difference approximations.

To implement the variational-differential approach the computer programs are compiled in the application "MATHEMATICA" using an iterative algorithm of elastic solutions method in form of variable elasticity parameters. We have a series of iterative numerical solutions for beam plates on nonlinear elastic foundation with local slackening, with variable elasticity parameters: elasticity modulus and Poisson's ratio, with different approximations of diagrams of nonlinear elastic basis deformation: the hyperbolic tangent, Bulfinger's power function and Byhovtsev's alternative power function.

The research results are new, have been introduced in the curriculum of universities, implemented in design practice BelNIIS in the preparation of the regulatory document and various practices and can be used by design organizations of the Republic of Belarus and the CIS countries in the industrial, civil and transport engineering by the base plate design for buildings and structures (overpasses, pipelines, bridges and tunnels).

Научное издание

**КОЗУНОВА
Оксана Васильевна**

**СТАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ «БАЛОЧНАЯ ПЛИТА –
НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОЕ НЕОДНОРОДНОЕ ОСНОВАНИЕ»
ВАРИАЦИОННО-РАЗНОСТНЫМ МЕТОДОМ**

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук
по специальности 05.23.17 – Строительная механика

Подписано в печать 05.04.2017 г. Формат 60x84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Объем: 1,34 усл. печ. л.; 1,04 уч.-из. л. Тираж 80 экз. Заказ № 260.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.