

О ВЛИЯНИИ РАСПОЛОЖЕНИЯ ОПОР НА НИЗШУЮ ЧАСТОТУ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ В БАЛОЧНЫХ МОДЕЛЯХ КУЗОВА ВАГОНА

В. В. ВАСИЛЕВСКИЙ, А. Н. СКАЧКОВ, А. А. ЮХНЕВСКИЙ
АО НО «Тверской институт вагоностроения», Российская Федерация

В работе [1] при рассмотрении динамической модели кузова вагона электропоезда в виде балки Бернулли – Эйлера с эквивалентной изгибной жесткостью $D = EJ$ и на абсолютно жестких опорах сделан вывод о том, что увеличение базы кузова l_6 в случае консолей одинаковой длины приводит к повышению низшей частоты изгибных колебаний. Такой результат был получен при сравнении низших частот для двух значений относительной длины базы l_6 / l (l – длина кузова), равных 0,64 и 0,7. В общем случае этот вывод неверен. Рассматривая модель в виде балки с одинаковыми консолями l_k и постоянной погонной массой μ , можно получить частотное уравнение в виде

$$\left[kv_2 + \varepsilon v_1 + v_3 \right] \left[kv_2 + \varepsilon v_1 - v_3 \right] = 0, \quad (1)$$

где $e = l_k / l$, $\alpha^4 = \mu \omega^2 l^4 / D$; $\beta = \alpha e$; $\gamma = \alpha - 2\beta$; $k = \sin \beta ch \beta - \cos \beta sh \beta$;

$$v_1 = \cos \gamma sh \gamma - \sin \gamma ch \gamma; \quad v_2 = 1 - \cos \gamma ch \gamma; \quad v_3 = sh \gamma - \sin \gamma; \quad \varepsilon = 1 + \cos \beta ch \beta.$$

Первый множитель (1) соответствует симметричным формам колебаний, второй – кососимметричным. Зависимость частотного параметра α от безразмерной длины консоли e показана

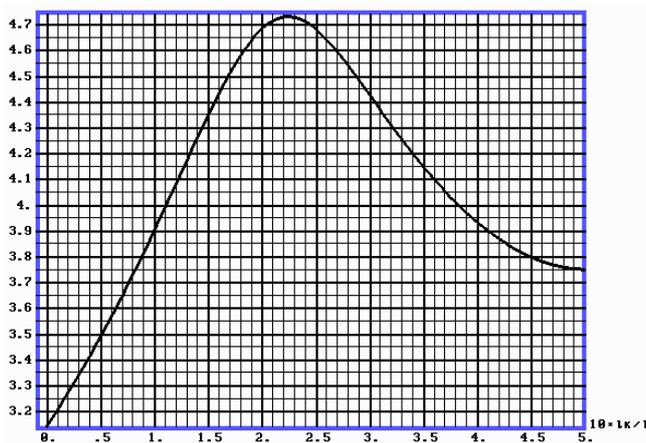


Рисунок 1 – Зависимость частотного параметра от безразмерной длины консоли

на рисунке 1. Точки, использованные в работе [1], лежат правее экстремума $e = 0,2245$, который соответствует безразмерному параметру $\alpha l \approx 4,73004$, являющемуся низшим корнем частотного уравнения для безопорной схемы: $\cos \alpha l ch \alpha l - 1 = 0$. То есть при $e = 0,2245$ опоры оказываются в узлах свободной балки и перестают «мешать» ей проявлять свои экстремальные динамические качества.

Используя (1), можно построить аппроксимацию, связывающую частотный параметр α со статическим прогибом от распределенной нагрузки μg собственного веса (g – ускорение свободного падения) концевой (правой или левой) точки:

$$V_1 = \frac{\mu g l^4}{24D} 3e^4 + 6e^3 \eta - e \eta^3 \quad (2)$$

и середины схемы:

$$V_2 = \frac{\mu g l^4}{384D} 5\eta^4 - 24e^2 \eta^2; \quad \eta = 1 - 2e. \quad (3)$$

Если ввести безразмерные параметры

$$p = \left[3e + 6\eta e^2 - \eta^3 \right] e, \quad g = 5\eta^2 - 24e^2 \eta^2, \quad (4)$$

то из (2), (3) получится

$$p = \frac{24V_1 D}{\mu g l^4}; \quad g = \frac{384V_2 D}{\mu g l^4}. \quad (5)$$

Введя функции

$$\varphi_i = a_{i1} + a_{i2} q + a_{i3} q^2 + a_{i4} q^3, \quad (6)$$

построим аппроксимацию для α в виде $\alpha(p, q) = \sum_{i=0}^k \varphi_i p^i$. (7)

Произведя тем или иным образом упорядочение неизвестных коэффициентов a_{ij} из (6), построим из них вектор \bar{a} . Обозначив соответствующий этому упорядочению вектор сомножителей $p^i q^j$ ($i = \overline{0, k}, j = \overline{1, 4}$) через \bar{s} , потребуем

$$\sum_n \alpha_n - \bar{s}_n^* \bar{a}^2 \rightarrow \min, \quad (8)$$

где знак (*) обозначает транспонирование, а суммирование ведется по всем длинам консолей для $e = \overline{0, 5}$. Решая (8), найдем \bar{a} : $\bar{a} = M^{-1} \sum_n \alpha_n \bar{s}_n$, $M = \sum_n \bar{s}_n \bar{s}_n^*$.

Вычисления показали, что матрица M имеет квазигильбертову структуру, и аппроксимацию (7) не удастся получить уже при $k = 4$. Однако, уже для $k = 3$ погрешность (7) лежит в пределах от -0,08 % до 0,04 %. Решения (7): $\alpha_1 = \varphi_0 q$, $\alpha_2 = \varphi_1 q + p\varphi_2 q$, $\alpha_3 = \varphi_3 q + p\varphi_4 q + p^2\varphi_5 q$ показано в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты a_{ij} функций φ_i

i	a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	Погрешность, %
0	2,827443	17,21995	-51,60508	40,09381	-2,2; 5,3
1	3,108198	-10,12358	64,32363	18,04687	-0,24; 0,53
2	-21,19289	78,35605	-1263,904	1846,655	
3	3,140542	56,70123	271,2189	-1971,742	-0,08; 0,04
4	49,91955	-5223,928	33748,76	-32857,34	
5	-5828,617	-899,0873	-26059,94	61266,13	

На рисунке 2 сплошными линиями показаны зависимости $\alpha(p)$ и $\alpha(q)$ при точном решении, а кружочками – для аппроксимации $\alpha_3(p, q)$.

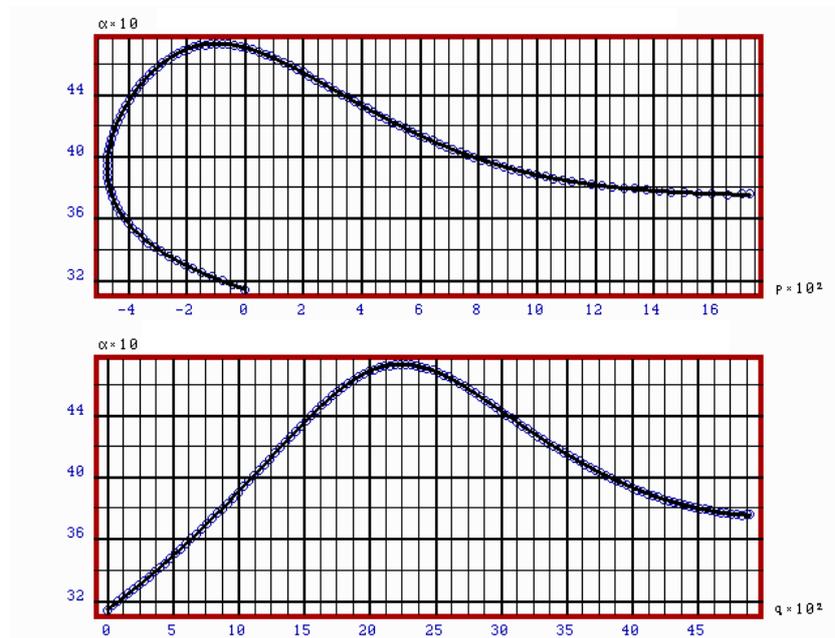


Рисунок 2 – Зависимости $\alpha(p)$ и $\alpha(q)$

Список литературы

- 1 Гучинский, В. В. Расчет частот собственных изгибных колебаний кузовов вагонов электропоезда с учетом податливости опор / В. В. Гучинский // Вестник УрГУПС. – 2019. – № 2(42). – С. 4–11.