

Список литературы

- 1 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков [и др.] – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
- 2 Полянин, А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А. Д. Полянин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 576 с.
- 3 Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : МГУ, 1999. – 799 с.

УДК 539.31

ВИБРОПОГЛОЩАЮЩИЕ СВОЙСТВА ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ ВОЛН

Н. А. ЛОКТЕВА^{1,2}, НГУЕН ЗЫОНГ ФУНГ¹

¹Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация

²НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

В данной работе изучается нестационарное воздействие плоской волны на преграду сложной конструкции, где учитываются особенности конструкции и форма набегающей волны. В качестве модели преграды в грунте рассматривается трехслойная пластина [1], помещенная в грунт и делящая его на две части: среды «1» и «2». Моделью грунта служит изотропная упругая среда, которая описывается уравнениями теории упругости. Для возмущений небольшой амплитуды, возникающих, например, от воздействия проходящего по тоннелю поезда метрополитена, такой выбор модели среды считается обоснованным. Рассматривается плоская постановка задачи. Считается, что граничные условия соответствуют шарнирному закреплению преграды. Для описания движения пластины используется система уравнений Паймушина [1]. Задача решается в безразмерной постановке

Из данной системы динамических уравнений (1) в безразмерных величинах определяются значения перемещений на границах сред, для чего все входящие в уравнения движения пластины и грунта функции раскладываются в ряды Фурье. После этого выполняется преобразование Лапласа. В пространстве отображений находятся значения перемещений несущих слоев пластины:

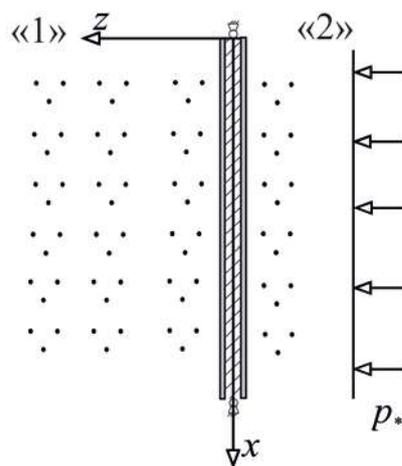


Рисунок 1 – Воздействие нестационарной волны на преграду в виде трёхслойной пластины

$$\begin{aligned}
 & -2 \frac{\partial^2 \overline{u_1^{(2)}}}{\partial x^2} + 2(1 - v^2) \frac{\partial^2 \overline{u_1^{(2)}}}{\partial \tau^2} + \overline{q_1} = 0; \\
 & -\frac{2t_1^2}{3l^2} \frac{\partial^4 \overline{w_c}}{\partial x^4} - \left(2 + \frac{\rho}{\rho_b} \frac{h}{t_1} \right) (1 - v^2) \frac{\partial^2 \overline{w_c}}{\partial \tau^2} + 2 \frac{(t_1 + h)}{l} \frac{\partial \overline{q_1}}{\partial x} + \overline{p_1} - \overline{p_2} = 0; \\
 & -\frac{2t_1^2}{3l^2} \frac{\partial^4 \overline{w_a}}{\partial x^4} - (1 - v^2) \left(2 + \frac{\rho h}{3\rho_b t_1} \right) \frac{\partial^2 \overline{w_a}}{\partial \tau^2} - (1 - v^2) \frac{4dl^2 E_z}{3(1 - v_z^2) a \sin(\varphi) t_1 h E} \overline{w_a^L} + \overline{p_1} + \overline{p_2} = 0; \\
 & -2\overline{u_1^{(2)}} - \frac{(t_1 + h)}{l} \frac{\partial \overline{w_c}}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{l^3} \frac{1 - v_z^2}{1 - v^2} \frac{a \sin(\varphi) t_1}{dl} \frac{E}{E_z} \frac{\partial^2 \overline{q_1}}{\partial x^2} + \frac{1 + v_z}{1 - v^2} \frac{6ah t_1 \sin(\varphi)}{dl^2 (1 + \cos^2(\varphi))} \frac{E}{E_z} \overline{q_1} = 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В качестве условий контакта пластины и грунта принимается равенство нормальных перемещений на границе среды и пластины (2). Также считается, что амплитуды давлений и нормальные напряжения совпадают.

$$\begin{aligned} \overline{p_{1n}}(\bar{z}, s) &= \left(-\overline{\sigma_{33n}^{(1)}}(\bar{z}, s) + \overline{p_*}(\bar{z}, s) \right) \Big|_{\bar{z}=0}, \overline{\sigma_{33*}}(\bar{z}, s) \Big|_{\bar{z}=0} = \overline{p_*}(\bar{z}, s) \Big|_{\bar{z}=0}; \\ \overline{p_{2n}}(\bar{z}, s) &= -\overline{\sigma_{33n}^{(2)}}(\bar{z}, s) \Big|_{\bar{z}=0}, \overline{\sigma_{13}^{(1)}}(\bar{z}, s) \Big|_{\bar{z}=0} = \overline{\sigma_{13}^{(2)}}(\bar{z}, s) \Big|_{\bar{z}=0} = 0; \\ \overline{w_{0n}^{(1)}}(\bar{z}, s) &= \left(-\overline{w_n^{(1)}}(\bar{z}, s) + \overline{w_*}(\bar{z}, s) \right) \Big|_{\bar{z}=0}, \overline{w_{0n}^{(2)}}(\bar{z}, s) = \overline{w_n^{(2)}}(\bar{z}, s) \Big|_{\bar{z}=0}. \end{aligned} \quad (2)$$

Набегающая волна является плоской затухающей:

$$p_* = p_*(x, z, t) = p_{*a}(x, z)e^{-t}. \quad (3)$$

Для описания движения грунта используются уравнения теории упругости, соотношения Коши и физический закон или же эквивалентные им перемещения в потенциалах и уравнения Ламе [2].

Все компоненты данных выражений раскладываются в тригонометрические ряды, и к ним применяется преобразование Лапласа. В результате решения уравнений движения в потенциалах определяются скалярный и векторный потенциалы перемещений в средах «1» и «2».

$$\begin{aligned} \overline{\Phi_n^{(1)L}}(\bar{z}, s) &= C_{11}e^{\beta_{1n}\bar{z}}; \overline{\Phi_n^{(2)L}}(\bar{z}, s) = C_{12}e^{-\beta_{1n}\bar{z}}; \\ \overline{\Psi_n^{(1)L}}(\bar{z}, s) &= C_{21}e^{\beta_{2n}\bar{z}}; \overline{\Psi_n^{(2)L}}(\bar{z}, s) = C_{22}e^{-\beta_{2n}\bar{z}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнения потенциалов содержат постоянные интегрирования, для определения которых используются условия контакта (2).

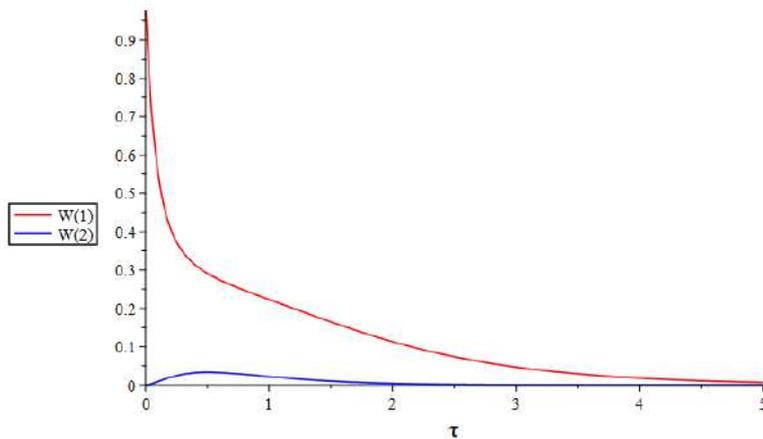


Рисунок 2 – Перемещения, возникающие на границе несущих слоев пластины и сред «1» и «2»

Далее необходимо найти оригинал функции перемещения в среде «2» и вычислить значения ряда Фурье. Обратное преобразование Лапласа выполняется численно. Полученное выражение позволяет определять перемещения, а также напряжения и деформации в любой точке среды «2». Данные результаты позволяют оценить вибропоглощающие свойства пластины и распространение колебаний в грунте после прохождения преграды.

В качестве примера рассматривается пластина со следующими параметрами: длина $L = 1$ м толщина несущего слоя $t = 0,15$ мм; толщина заполнителя $h = 4$ мм. Материал несущих слоев – сталь 12Х18Н10Т : $E = 1,8 \cdot 10^{10}$ кг/м², $\rho_b = 7900$ кг/м³, $\nu = 0,29$, материал заполнителя – Амг2-Н: $E_z = 7,1 \cdot 10^9$ кг/м², $\rho = 2690$ кг/м³; $\nu_z = 0,32$; $a_z = 6 \cdot 10^{-3}$ м; $d_z = 0,05 \cdot 10^{-3}$ м $\varphi = 120$, где a_z – длина стенки заполнителя; d_z – толщина стенки заполнителя; φ – угол между стенками заполнителя. Грунт имеет следующие параметры: плотность $\rho_{rp} = 1600$ кг/м³, скорость распространения в нем звуковых волн $c_1 = c_2 = 300$ м/с. В результате расчетов получен график нормального перемещения на границе пластины со средой «2» в зависимости от времени t (рисунок 2).

Работа выполнена при поддержке РФФИ № 19-08-00968 А.

Список литературы

- 1 **Иванов, В. А.** Уточненная теория устойчивости трехслойных конструкций (линеаризованные уравнения нейтрального равновесия и простейшие одномерные задачи / В. А. Иванов, В. Н. Паймушин, Т. В. Полякова // Изв. вузов. Матем.– 1995. – № 3. – С. 15–24
- 2 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.