

## ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ СО СВОБОДНЫМ КОНТУРОМ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ НАГРУЗКОЙ В СВОЕЙ ПЛОСКОСТИ

А. В. НЕСТЕРОВИЧ

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

**Введение.** В настоящее время в различных отраслях промышленности широко применяются многослойные конструкции, исследованию НДС которых посвящены многочисленные работы. Квазистатические нагружения многослойных элементов конструкций опубликованы в [1–3]. Деформирование круговых и кольцевых трехслойных пластин с учетом опирания на различные основания приведены в [4–6]. Влияние сжимаемости на прямоугольные и круглые пластины представлены в [7–10].

Рассматривается осесимметричное изотермическое деформирование трехслойной круговой пластины в своей плоскости со свободно опертым контуром, для которой принимаются кинематические гипотезы ломаной линии. Постановка задачи и ее решение проводятся в цилиндрической системе координат  $r, \varphi, z$ , связанной со срединной плоскостью заполнителя. К срединной плоскости заполнителя приложена непрерывно распределенная нагрузка, проекции которой на оси координат:  $p_r(r), p_\varphi(r)$ .

На пластину действует растягивающая (сжимающая) нагрузка с постоянной амплитудой  $p_{r0} = \text{const}$ :

$$p_r(r) = p_{r0}, \quad p_\varphi = 0. \quad (1)$$

Соответствующие уравнения равновесия в перемещениях получены с помощью принципа возможных перемещений Лагранжа:

$$\begin{aligned} L_2(u_r) &\equiv u_{r,rr} + \frac{u_{r,r}}{r} - \frac{u_r}{r^2} = -\frac{1}{a_1} p_r, \\ L_2(u_\varphi) &\equiv u_{\varphi,rr} + \frac{u_{\varphi,r}}{r} - \frac{u_\varphi}{r^2} = -\frac{1}{a_2} p_\varphi, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $L_2$  – оператор Бесселя;  $a_i$  – коэффициенты, зависящие от температуры и определяемые через геометрические и упругие характеристики материалов слоев; запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования.

Решение системы (2) получено методом прямого интегрирования с учетом (1):

$$u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1}{a_1 r} \int_0^r \int_0^r p_r \, dr \, dr.$$

Для определения констант интегрирования при свободном опирании контура пластины используем граничное условие в усилиях

$$T_{rr}|_{r=r_0} = a_1 u_{r,rr} + \frac{a_2}{r} u_r - 3 \sum_{k=1}^3 \Delta T \alpha_0^{(k)} K_k h_k = 0. \quad (3)$$

Подставив решение (2) в (3) и учитывая ограниченность решения в начале координат, получим

$$C_2 = 0; \quad a_1 \left( C_1 - \frac{2}{3a_1} p_{r0} r_0 \right) + \frac{a_2}{r_0} \left( C_1 r_0 - \frac{1}{3a_1} p_{r0} r_0^2 \right) - 3 \sum_{k=1}^3 \alpha_0^{(k)} K_k \Delta T h_k = 0.$$

Отсюда

$$C_1 = \frac{1}{a_1 + a_2} \left( \frac{2a_1 + a_2}{3a_1} p_{r0} r_0 + 3 \sum_{k=1}^3 \alpha_0^{(k)} K_k \Delta T h_k \right).$$

Окончательно, радиальные перемещения принимают вид

$$u_r = \frac{1}{a_1 + a_2} \left( \left( \frac{2a_1 + a_2}{3a_1} r_0 - \frac{a_1 + a_2}{3a_1} r \right) p_{r0} + 3 \sum_{k=1}^3 \alpha_0^{(k)} K_k \Delta T h_k \right) r.$$

*Численная апробация* проведена при радиальной косинусоидальной нагрузке с постоянной амплитудой  $p_{r0} = 50$  МПа для трехслойной термоупругой пластины, выполненной из материалов Д16-Т–фторопласта-4–Д16-Т. Все перемещения и линейные размеры пластины отнесены к ее ради-

усу  $r_0$ . Относительные толщины слоев принимались  $h_1 = 0,02$ ,  $h_2 = 0,04$ ,  $h_3 = 2c$ ,  $c = 0,2$ . Распределение температуры по толщине слоев предполагается равномерным.

Рисунок 1 отображает изменение радиальных перемещений  $u_r$  вдоль радиуса пластины при постоянной нагрузке. Кривые соответствуют температурам: 1 –  $T = 293$  К; 2 –  $T = 303$  К; 3 –  $T = 323$  К. Перемещения достигают максимума на контуре пластины, в центре – равны нулю. При нагреве на 10 К радиальные перемещения увеличиваются в 1,23 раза, при нагреве на 30 К – в 1,69 раза. Влияние температуры на деформирование пластины незначительно.

**Выводы.** Предложенная модель позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние упругих трехслойных пластин при осесимметричном деформировании в своей плоскости.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект № Т19РМ-089).

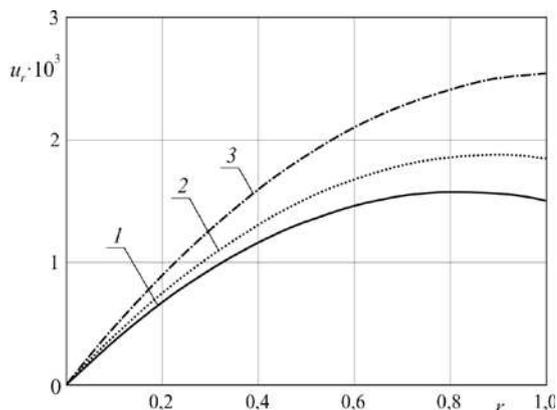


Рисунок 1 – Изменение радиальных перемещений  $u_r$  вдоль радиуса пластины

#### Список литературы

- 1 Старовойтов, Э. И. Деформирование упругого трехслойного стержня локальными нагрузками / Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая, Д. В. Леоненко // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2001. – № 4. – С. 37–40.
- 2 Нестерович, А. В. Напряженное состояние круговой трехслойной пластины при осесимметричном нагружении в своей плоскости / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – 2019. – Вып. 12. – С. 152–157.
- 3 Нестерович, А. В. Деформирование трехслойной круговой пластины при косинусоидальном нагружении в своей плоскости / А. В. Нестерович // Проблемы физики, математики и техники. – 2020. – № 1 (42). – С. 85–90.
- 4 Starovoitov, É. I. Thermoelastic bending of a sandwich ring plate on an elastic foundation / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko // International Applied Mechanics. – 2008. – Vol. 44, no. 9. – P. 1032–1040.
- 5 Козел, А. Г. Деформирование круговой трёхслойной пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2017. – Вып. 32. – С. 235–240.
- 6 Козел, А. Г. Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – Вып. 11. – С. 127–133.
- 7 Леоненко, Д. В. Напряженно-деформированное состояние физически нелинейной трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем / Д. В. Леоненко, А. С. Зеленая // Механика машин, механизмов и материалов. – 2018. – № 2(43). – С. 77–82.
- 8 Зеленая, А. С. Деформирование упругой трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем / А. С. Зеленая // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. Естественные науки. – 2017. – № 6(105). – С. 89–95.
- 9 Захарчук, Ю. В. Влияние сжимаемости наполнителя на перемещения в трехслойной круговой симметричной пластине / Ю. В. Захарчук // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2018. – № 2. – С. 14–27.
- 10 Захарчук, Ю. В. Деформирование круговой трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – № 4 (33). – С. 53–57.

УДК 539.3

## МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ГАЗОРАЗРЯДНОЙ КАМЕРЫ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ, ИЗГОТОВЛЕННОЙ ИЗ КРЕМНИЙОРГАНИЧЕСКИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. А. ПОГОДИН, Л. Н. РАБИНСКИЙ, С. А. СИТНИКОВ  
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

В. К. АБГАРЯН, В. В. НИГМАТЗЯНОВ  
НИИ Прикладной механики и электродинамики МАИ, г. Москва, Российская Федерация

Электрические ракетные двигатели (ЭРД) используются в космической технике для стабилизации и коррекции орбит геостационарных спутников, а также в качестве маршевых двигателей космических летательных аппаратов в нескольких межпланетных миссиях. В одной из схем ЭРД – высокочастотном ионном двигателе (ВЧИД) – образование плазмы рабочего газа происходит под воздействием высокочастотного электромагнитного поля внутри тонкостенной чаши керамической газоразрядной камеры (ГРК). Для увеличения мощности ВЧИД необходимо увеличивать диаметр ГРК до значения 500 мм и выше при сохранении толщины стенки на прежнем уровне (не толще 4–5 мм). Применяемые керамиче-