2 Гладкая пологая панель с укладкой: $[+45°/–45°/90°/0°/+45°/–45°]_s$. Длина панели a = 340 мм, ширина b = 140 мм, стрела подъёма c = 4,9 мм (наибольшее возвышение срединной поверхности незамкнутой оболочки над плоскостью опорного контура). Дефекты эллиптической формы с осями 34 и 24 мм расположены между всеми слоями. Рассматривается поле давления, действующее по закону: $p(\varphi, t) = p_0 \cos^2 \varphi \mathrm{H}(t) \mathrm{H}\left(\frac{\pi}{2} - |\varphi|\right)$, где p_0 = 1 МПа, изменение угловой координаты φ происходит вдоль короткой кромки панели. Поле давления распределено по внешней поверхности панели.

3 Подкреплённая пологая цилиндрическая панель. Схема укладки: $[+45°/–45°/0°/90°/0°/0°/+45°/–45°]_s$. В качестве подкрепляющих элементов используются стрингеры Т-образного сечения (высота стенки 37 мм, суммарная ширина полок 61 мм). Длина панели a = 750 мм, ширина b = 490 мм, стрела подъёма c = 7,38 мм. Дефекты расположены в обшивке в межстрингерной зоне (с осями 36 и 26 мм). В качестве нагрузки рассматривается взрывное воздействие (в соответствии с моделью Kingery-Bulmash) с энергией взрыва E = 209,2 кДж и волной сферической формы. Эпицентр взрыва расположен на расстоянии 500 мм от внешней поверхности панели.

4 Цилиндрическая гладкая оболочка со следующей схемой укладки: $[+45°/–45°/90°/0°/+45°/–45°]_s$. Длина оболочки L = 800 мм, радиус R = 200 мм. На оболочку действуют взрывная волна сферической формы с энергией взрыва E = 418,4 кДж. Эпицентр взрыва расположен на расстоянии 900 мм от внешней поверхности оболочки.

Задачи решаются численно с помощью программного комплекса LS-DYNA (Lawrence Livermore National Laboratory, LLNL). Каждый монослой моделируется отдельным набором конечных элементов (КЭ). Формулировка КЭ: «16: Fully integrated shell element», свойство – «COMPOSITE». Слои КЭ соединены между собой с помощью клеевого контакта: «AUTOMATIC_ONE_WAY_SURFACE_TO_SURFACE_TIEBREAK». Зоны дефектов взаимодействуют посредством контакта «AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE».

В результате решения определяются поля перемещений, напряжений и деформаций в слоях элементов конструкций в различные моменты времени. Для задач, в которых рассматривается действие взрывной волны определяется картина поля давления, действующего на внешнюю поверхность элемента конструкции, а также графики зависимости давления в характерных точках в различные моменты времени. На основе полей напряжений и деформаций определяются коэффициенты запаса прочности с помощью различных критериев разрушения для композитов (Hashin, Chang-Chang, Puck, LaRC), позволяющих оценивать разрушения матрицы и волокна отдельно друг от друга. Оценивается влияние расслоений на прочность рассматриваемых элементов конструкций путём сравнения распределения коэффициентов запаса прочности по рассматриваемым критериям разрушения и прогибов в различные моменты времени для случаев наличия и отсутствия дефектов между слоями.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-08-01153 А).

УДК 539.3

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СОГЛАСНО РАЗЛИЧНЫХ ТЕОРИЙ

В. Ф. МЕЙШ
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Ю. А. МЕЙШ
Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина

В. Ф. КОРНИЕНКО
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

В работе представлены результаты расчетов динамического поведения трехслойных сферических оболочек согласно нескольких прикладных теорий: теории трехслойных сферических оболочек с привлечением независимых гипотез к каждому слою [1], теории оболочек с привлечением единых гипотез ко всему пакету слоев (модель С. П. Тимошенко и модель Кирхгофа – Лява).

В частности, уравнения колебаний трехслойных сферических оболочек с привлечением независимых гипотез относительно искомых перемещений $u_1, u_2, u_3, u_4, w_1, w_3$ на поверхностях слоев имеют вид:

$$L_{3m+1}(\bar{U}) = \frac{\rho_{2m+1}h_{2m+1}}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_{2m+1}+u_{2m+2}}{2}\right) + (-1)^{m+1}\frac{\rho_{2m+1}h_{2m+1}^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_{2m+2}-u_{2m+1}}{h_{2m+1}}\right), \quad m = 0,1.$$

$$L_3(\bar{U}) = \frac{\rho_{fil}(s)h_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_1+u_2}{2}\right) - \frac{\rho_1 h_1^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_2-u_1}{h_1}\right) + \frac{\rho_{fil}(s)h_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_3+u_2}{2}\right) + \frac{\rho_{fil}(s)h_2^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_3-u_2}{h_2}\right),$$

$$L_4(\bar{U}) = \frac{\rho_3 h_3}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_2+u_3}{2}\right) + \frac{\rho_{fil}(s)h_2^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_3-u_2}{h_2}\right) - \frac{\rho_3 h_3}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_4+u_3}{2}\right) + \frac{\rho_3 h_3^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_4-u_3}{h_3}\right), \tag{1}$$

$$L_{m+5}(\bar{U}) = \rho_{2m+1}h_{2m+1}\frac{\partial^2 w_{2m+1}}{\partial t^2} + \frac{\rho_{fil}(s)h_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{w_1+w_3}{2}\right) + (-1)^{m+1}\frac{\rho_{fil}(s)h_2^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{w_3-w_1}{h_2}\right), \quad (m = 0;1),$$

где операторы $L_m(\bar{U}),\ m=\overline{1,6}$ отвечают за левую часть исходных уравнений колебаний. В случае свободного отверстия при α_0 и α_N граничные условия записываются следующим образом:

$$\frac{1}{2}T_{11}^{2m-1} - (-1)^n\frac{M_{11}^{2m-1}}{h_{2m-1}} = 0,$$

$$\frac{1}{2}T_{11}^{m} + \frac{M_{11}^{m}}{h_m} + \frac{1}{2}T_{11}^{m+1} - \frac{M_{11}^{m+1}}{h_{m+1}} = 0, \tag{2}$$

$$\bar{T}_{13}^{2m+1} + \frac{1}{2}\bar{T}_{13}^{2} = 0,\ m = 1,\ 2.$$

Уравнения колебаний (1) дополняются нулевыми начальными условиями для компонентов вектора перемещений.

Алоритм расчетов основывается на применении интегро-интерполяционного метода построения разностных схем по пространственной координате и явной конечно-разностной аппроксимации по временной координате [2].

Расчеты проводились для сферических оболочек, ослабленных двумя симметричными отверстиями радиуса $r_0 = R\sin\alpha_0,\ \alpha_0 = \pi/12$. Рассматривались случай свободного края отверстий при $\alpha_0 = \pi/12$ и $\alpha_N = \pi - \alpha_0$ (для уравнений (1) – граничные условия вида (2)). Внутренняя нормальная распределенная нагрузка $P_3(t)$ задавалась в виде

$$P_3(t) = A\cdot\sin\frac{\pi t}{T}[\eta(t) - \eta(t-T)],$$

где T – длительность нагрузки ($T = 50\cdot10^{-6}$ с), A – амплитуда нагрузки $A=10^6$ Па, $\eta(t)$ – функция Хевисайда.

Сравнительный анализ результатов приводился по величинам прогиба u_3 и напряжения σ_{22} в заполнителе и обшивках. При величинах $E_1/E_{fil}=10$ результаты расчетов практически не отличаются. Разница начинает сказываться при $E_1/E_{fil}=100$. При этом разница по величинам прогиба порядка 5 %. Наиболее характерные различия наблюдаются для случая $E_1/E_{fil}=1000$. Сравнение результатов проводилось в момент достижения максимального значения прогиба на исследованном интервале времени. Как показали расчеты, разница по максимальным амплитудам прогибов достигает порядка 10 %, причем максимальные значения достигаются в области отверстий. Следует отметить и качественные различия для величины u_3. Согласно теории независимых аппроксимаций величинам прогибов u_3 присуще более густое волнообразование. Максимальные значения величин

σ_{22} по рассматриваемым теориям достигаются не одновременно согласно уравнений (1) $t = 6T$, а согласно теории пакета – $t = 7T$. При этом, максимальные величины σ_{22} по теории с привлечением независимых гипотез к каждому слою отличаются от соответствующих значений по теории пакета в 3,5 раза. Качественный характер изменения величины σ_{22} (процесс волнообразования) аналогичен поведению величин прогиба. Расчеты в рамках неоднородных оболочек по теории Кирхгофа – Лява для рассматриваемых задач количественно и качественно на исследуемом интервале времени совпадают с результатами согласно теории типа С. П. Тимошенко. В некоторые моменты времени наблюдается разница по величинам u_3 и σ_{22} в пределах 7–10 %, но максимальные значения этих величин в обшивках и заполнителе совпадают.

Список литературы

1 **Мейш, В. Ф.** Сравнительный анализ динамического поведения трехслойных оболочек в рамках прикладных теорий при нестационарных нагружениях / В. Ф. Мейш, Ю. А. Хамренко // Прикладная механика. – 2003. – Т. 39, № 7. – С. 123–130.

2 **Головко, К. Г.** Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках: монография / К. Г. Головко, П. З. Луговой, В. Ф. Мейш ; под ред. акад. НАН Украины А. Н. Гузя. – Киев : Изд.-полигр. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.

УДК 539.3+ 625.8

РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ТЕПЛОВОГО ПОТОКА В ПОКРЫТИИ

В. В. МОЖАРОВСКИЙ, Д. С. КУЗЬМЕНКОВ
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

В. А. КУКАРЕКО
Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

На современном этапе развития машиностроения актуальными задачами является создания новых термостабильных износостойких слоев с градиентной структурой на основе нитридов железа и хрома, а также разработка и создание новых математических моделей расчета напряженного состояния и температуры в покрытиях и основаниях.

Следует отметить, что актуальной научной и практической задачей современного материаловедения является применения новых технологий для упрочнения поверхностного слоя посредством осаждения нитридов, либо диффузионном модифицировании, а также изучение упругих, прочностных и дюрометрических свойств тонких ионно-плазменных покрытий. Как отмечено в работе [1], «покрытия, полученные методом термического напыления, может существенно способствовать уменьшению скорости изнашивания в условиях широкого диапазона скоростей скольжения и различных значений температуры», поэтому поставленная задача является весьма актуальной. В современных исследованиях [2] представлен анализ методик конечных элементов (МКЭ), были проведены опыты определения напряжений и деформаций в модельных образцах в условиях контактного давления и теплового состояния. Ключевой задачей для разработки и создания математической модели расчета напряжений и температур в упругих покрытиях является определение их модулей упругости и решения проблемы упругости тонких покрытий. Известно, что составной частью физической модели и математического описания температурного поля в покрытии и основании, например, применительно для расчета слоев с градиентной структурой на основе нитридов железа и хрома, является математическая модель полосы (покрытия) и основания. При исследованиях следует учесть влияние температуры (рисунок 1). Так, результаты триботехнических испытаний стали, в процессе трения образцов стали с упрочненным слоем, обработанной ионами азота при 770 К и обладающей наибольшей глубиной азотированного слоя, показали, что сталь обладает высокой износостойкостью. Для более детального изучения этой задачи будем рассматривать теорию расчета термического и контактного взаимодействия.

Рассмотрим реализацию задачи об определении температуры для случая композитного покрытия жестко скрепленного с упругим композитным основанием (подложкой). Пусть на поверхности