

Проведено сравнение результатов расчетов главной области динамической неустойчивости с использованием предложенной методики и с применением классической теории Кирхгофа – Лява для тонкостенных элементов. Путем анализа числовых результатов исследовано влияние геометрических параметров, структурной неоднородности, механических и электрических граничных условий на главные области динамической неустойчивости.

Список литературы

- 1 Болотин, В. В. Динамическая устойчивость упругих систем / В. В. Болотин. – М. : Гостехиздат, 1956. – 600 с.
- 2 Гринченко, В. Т. Электроупругость / В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко, Н. А. Шульга. – Киев : Наук. думка, 1989. – 280 с. – (Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5 т.; т. 5).
- 3 Вынужденные резонансные колебания и диссипативный разогрев тел вращения из вязкоупругого пьезоэлектрического материала / В. Г. Карнаухов [и др.] // Прикладная механика. – 2015. – Т. 51, № 6. – С. 12–22.

УДК 539.3

ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНАЯ КРУГОВАЯ ТРЕХСЛОЙНАЯ ПЛАСТИНА, СВОБОДНО ОПЕРТАЯ НА ОСНОВАНИЕ ПАСТЕРНАКА

А. Г. КОЗЕЛ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

А. С. ОКОНЕЧНИКОВ

Московский авиационный институт, Российская Федерация

За последние десятилетия значительно возрос интерес к применению тонкостенных конструкций, в том числе слоистых, во многих отраслях промышленности. В современном машиностроении и приборостроении не могут обойтись без применения композиционных материалов, обладающих значительным рядом преимуществ: сверхтвердость, сверхпрочность, стойкость при высоких температурах, сравнительно малый удельный вес по сравнению с традиционными конструкционными материалами (сталь, чугун, латунь, алюминий и т.п.). Отдельные задачи, связанные с пластинами и балками типа Тимошенко решены в работах [1–4]. Деформирование трехслойных элементов конструкций при учете температурного воздействия исследовалось в статьях [5–7], сжимаемости заполнителя – в статьях [8–10]. Деформирование упругих круговых трехслойных пластин на основании Пастернака рассматривалось в работе [12, 13]. Влияние физической нелинейности материалов слоев пластины на перемещения при жесткой заделке контура пластины исследовано в статьях [14, 15]. Здесь рассмотрена деформация подобной пластины при свободном опирании контура.

Для трехслойного пакета пластины приняты гипотезы ломаной линии. Во внешних несущих слоях несимметричной по толщине ($h_1 \neq h_2$) трехслойной круговой пластины приняты гипотезы Кирхгофа. В жестком, достаточно толстом ($h_3 = 2c$) заполнителе справедлива гипотеза о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали, которая поворачивается относительно срединной поверхности на дополнительный угол $\psi(r)$. Постановка задачи и ее решение проводится в цилиндрической системе координат r, φ, z . Срединная плоскость заполнителя принимается за координатную, ось z направлена перпендикулярно вверх, к первому слою. На верхний слой действует осесимметричная поперечная поверхностная нагрузка $q = q(r)$. Связь реакции основания q_R , действующей на нижнюю поверхность пластины, и прогиба принимается соответствующей модели Пастернака:

$$q_R(r) = -\kappa_0 w + t_f \Delta w,$$

где κ_0, t_f – коэффициенты сжатия и сдвига, Δ – оператор Лапласа.

Система дифференциальных уравнений равновесия в усилиях, описывающая деформирование круговой упругой трехслойной пластины на упругом основании Пастернака была получена с помощью принципа Лагранжа в [12]. Поэтому ее можно применить и здесь как исходную.

Выделяя в обобщенных внутренних усилиях линейные и нелинейные составляющие и подставляя их выраженными через перемещения в уравнения равновесия, имеем:

$$\begin{aligned}
L_2(a_1 u + a_2 \Psi - a_3 w_{,r}) &= p_\omega, \\
L_2(a_2 u + a_4 \Psi - a_5 w_{,r}) &= h_\omega, \\
L_3(a_3 u + a_5 \Psi - a_6 w_{,r}) - \kappa_0 w + t_f \Delta w &= -q + q_\omega,
\end{aligned} \tag{1}$$

где a_i – коэффициенты, учитывающие упругие и геометрические параметры слоев, L_2, L_3 – линейные дифференциальные операторы [12].

Здесь в левой части уравнений собраны линейные составляющие обобщённых внутренних усилий. Нелинейные добавки сосредоточены справа с нижним индексом « ω »:

$$\begin{aligned}
p_\omega &= T_{r\omega, r} + \frac{1}{r}(T_{r\omega} - T_{\varphi\omega}), \quad h_\omega = H_{r\omega, r} + \frac{1}{r}(H_{r\omega} - H_{\varphi\omega}), \\
q_\omega &= M_{r\omega, rr} + \frac{1}{r}(2M_{r\omega, r} - M_{\varphi\omega, r}).
\end{aligned}$$

Согласно методу упругих решений перепишем систему (1) в итерационном виде:

$$\begin{aligned}
L_2(a_1 u^{(n)} + a_2 \Psi^{(n)} - a_3 w_{,r}^{(n)}) &= p_\omega^{(n-1)}, \\
L_2(a_2 u^{(n)} + a_4 \Psi^{(n)} - a_5 w_{,r}^{(n)}) &= h_\omega^{(n-1)}, \\
L_3(a_3 u^{(n)} + a_5 \Psi^{(n)} - a_6 w_{,r}^{(n)}) - \kappa_0 w^{(n)} + t_f \Delta w^{(n)} &= -q + q_\omega^{(n-1)}.
\end{aligned} \tag{2}$$

где n – номер приближения.

Краевая задача по определению прогиба круглой физически нелинейной пластины на основании Пастернака замыкается присоединением граничных условий для случая свободного опирания контура пластины

$$\psi = 0, \quad T_r = 0, \quad M_r = 0, \quad Q = 0 \quad \text{при } r = R.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект № T19PM-089).

Список литературы

- 1 Вахтерова, Я. А. Обратная задача об идентификации нестационарной нагрузки для балки Тимошенко / Я. А. Вахтерова, Е. В. Серпичева, Г. В. Федотенков // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2017. – № 4. – С. 82–92.
- 2 Fedotenkov, G. V. Identification of non-stationary load upon Timoshenko beam / G. V. Fedotenkov, D. V. Tarlakovsky, Y. A. Vahterova // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 40, no. 4. – P. 439–447.
- 3 Нестерович, А. В. Напряжения в круговой пластине типа Тимошенко при неосесимметричном растяжении-сжатии / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – № 11 (11). – С. 195–203.
- 4 Нестерович, А. В. Уравнения равновесия трехслойной круговой пластины при неосесимметричном нагружении / А. В. Нестерович // Теоретическая и прикладная механика. – 2019. – Вып. 34. – С. 154–159.
- 5 Леоненко, Д. В. Колебания элементов авиационных конструкций, возбужденные тепловым воздействием / Д. В. Леоненко, Л. Н. Рабинский, Э. И. Старовойтов // Известия вузов. Авиационная техника. – 2016. – № 4. – С. 25–32.
- 6 Starovoitov, É. I. Thermoelastic bending of a sandwich ring plate on an elastic foundation / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko // International Applied Mechanics. – 2008. – Vol. 44. – No. 9. – P. 1032–1040.
- 7 Старовойтов, Э. И. Термосиловое нагружение трехслойных пологих оболочек / Э. И. Старовойтов // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1989. – № 5. – С. 114–119.
- 8 Захарчук, Ю. В. Перемещения в круговой трехслойной пластине со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Механика. Исследования и инновации. – 2017. – № 10 (10). – С. 55–66.
- 9 Захарчук, Ю. В. Влияние сжимаемости наполнителя на перемещения в трёхслойной круговой симметричной пластине / Ю. В. Захарчук // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2018. – № 2. – С. 14–27.
- 10 Зеленая, А. С. Деформирование упругой трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем / А. С. Зеленая // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. Естественные науки. – 2017. – № 6 (105). – С. 89–95.
- 11 Леоненко, Д. В. Напряженно-деформированное состояние физически нелинейной трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым наполнителем / Д. В. Леоненко, А. С. Зеленая // Механика машин, механизмов и материалов. – 2018. – № 2(43). – С. 77–82.
- 12 Старовойтов, Э. И. Влияние жесткости основания Пастернака на деформирование круговой трёхслойной пластины / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2019. – № 2. – С. 106–113.
- 13 Козел, А. Г. Влияние сдвиговой жесткости основания на напряжённое состояние сэндвич-пластины / А. Г. Козел // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2018. – № 6 (332). – С. 25–35.
- 14 Козел, А. Г. Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Механика. Исследования и инновации : междунар. сб. науч. тр. – Гомель: БелГУТ, 2018. – Вып. 11. – С. 127–133.
- 15 Козел, А. Г. Деформирование физически нелинейной трехслойной пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Механика. Исследования и инновации: междунар. сб. науч. тр. – Гомель: БелГУТ, 2019. – Вып. 12. – С. 105–112.