$$\tilde{Q}_{12} = -2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1\gamma_{12}^{(1)}\Phi_1'(z_1) + \mu_2\gamma_{12}^{(2)}\Phi_2'(z_2)\right];$$

$$\tilde{Q}_{11} = 2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1^2\gamma_{11}^{(1)}\Phi_1'(z_1) + \mu_2^2\gamma_{11}^{(2)}\Phi_2'(z_2)\right];$$

$$u_k = 2\,\mathrm{Re}\left[\gamma_k^{(1)}\Phi_1(z_1) + \gamma_k^{(2)}\Phi_2(z_2)\right]. \qquad (3)$$

Из (2) и [3] получим

$$\mu_1\gamma_{21}^{(1)} - \mu_2\gamma_{21}^{(2)} \equiv -\frac{i}{2}\frac{(x^3 + x^2 + 3x - 1)}{x(1 + x^2)} = 0;$$

$$x = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\lambda_1^2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c_{sy_2}^2}}. \qquad (4)$$

В (4) введены обозначения [3].

В дальнейшем, как отмечалось в [3], будем рассматривать достаточно медленные движения. В данном случае ограничимся рассмотрением дозвуковых движений, в связи с чем будем считать, что $v < c_{sy_2}$.

Из (2) и (4) получим одно уравнение:

$$x^3 + x^2 + 3x - 1 = 0. \qquad (5)$$

Уравнение (5) совпадает с соответствующим уравнением работы [1]. Обозначим через x_* положительный действительный корень уравнения (5), тогда из второго выражения (4) получим

$$\nu_*^2 \equiv c_R^2 = c_{sy_2}^2(1 - x_*^2\lambda_2^2\lambda_1^{-2}) = \lambda_1^2 c_s^{0^2}(1 - x_*^2\lambda_2^2\lambda_1^{-2}). \qquad (6)$$

Выражение определяет скорость волн Рэлея в неогуковском теле с начальными напряжениями.

Если начальное состояние определяется также в рамках плоской деформации, т. е. $\lambda_3 = 1$, то из (6) с учетом $\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1$ находим

$$\nu_*^2 = c_R^2 = c_{sy_2}^2(1 - x_*^2\lambda_1^{-4}). \qquad (7)$$

Результаты (5)–(7) совпадают с известными результатами, полученными другим методом [3], а также методами, приведенными в [5].

Список литературы

1 **Галин, Л. А.** Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л. А. Галин. – М. : Наука, 1980. – 303 с.

2 **Гузь, А. Н.** Контактна взаємодія пружних тіл з початковими напруженнями / А. Н. Гузь, С. Ю. Бабич, В. Б. Рудницький. – Київ : Вища школа. – 1999. – 304 с.

3 **Гузь, А. Н.** Статика и динамика упругих оснований с начальными (остаточными) напряжениями / А. Н. Гузь, С. Ю. Бабич, Ю. П. Глухов. – Кременчуг : Press-line, 2007. – 795 с.

4 **Гузь, А. Н.** Смешанные задачи для упругого основания с начальными напряжениями / А. Н. Гузь, С. Ю. Бабич, Ю. П. Глухов. – Saarbrücken : LAMBERT Acad. Publ., 2015. – 468 с.

5 **Babich, S. Yu.** Contact problems for elastic bodies with initial stresses (rigid punches) / S. Yu. Babich, A. N. Guz, V. B. Rudnitskii // Int. Appl. Mech. – 1989. – Vol. 25, is. 8. – P. 735–748. – doi: https://doi.org/10.1007/BF00887636.

УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА ПОВЕРХНОСТНУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ДЕФОРМИРОВАННОГО УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

А. М. БАГНО, Г. И. ЩУРУК
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

В теории разрушения установлено, что потеря поверхностной устойчивости упругого тела может стать начальным стартовым этапом разрушения конструкции, поэтому определению величины параметра критического укорочения, при котором возникает указанное явление, уделяется особое внимание.

В данной работе для исследования устойчивости упруго-жидкостного волновода, состоящего из упругого полупространства и слоя жидкости, применяются модели, учитывающие начальные напряжения в твердом теле, а также вязкость и сжимаемость жидкости. При этом используются трехмерные линеаризованные уравнения Навье – Стокса для жидкости и трехмерные линеаризованные уравнения теории упругости конечных деформаций для твердого тела. Предполагается, что жидкость находится в состоянии покоя и тепловые эффекты не учитываются. В качестве подхода выбраны постановки задач и метод, основанные на применении представлений общих решений линеаризованных уравнений движения вязкой сжимаемой жидкости и предварительно напряженного несжимаемого упругого тела, предложенные в работах [1–7].

При этом специфику рассматриваемой задачи отражают динамические и кинематические граничные условия

$$\tilde{Q}_1\Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_1\Big|_{z_2=0};\ \tilde{Q}_2\Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_2\Big|_{z_2=0};\ \tilde{P}_1\Big|_{z_2=h} = 0;\ \tilde{P}_2\Big|_{z_2=h} = 0;$$

$$v_1\Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_1}{\partial t}\Big|_{z_2=0};\ v_2\Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{z_2=0},$$

где h – толщина слоя жидкости; $\tilde{Q}_j$ и $\tilde{P}_j$ – составляющие напряжений, соответственно, в упругом теле и жидкости; u_i – компоненты вектора смещений упругого тела; v_i – составляющие вектора возмущений скорости жидкости относительно состояния покоя; λ_i – укорочения ($\lambda_i < 1$) упругого полупространства в направлениях координатных осей; μ^* – динамический коэффициент вязкости жидкости.

Для анализа распространения возмущений, гармонически изменяющихся во времени, решение системы уравнений находим в классе бегущих волн. Далее решаем задачи на собственные значения для уравнений движения упругого тела и жидкости, а также определяем соответствующие собственные функции. После подстановки общих решений в граничные условия и выполнения ряда преобразований получаем дисперсионное уравнение.

В дальнейшем дисперсионное уравнение решалось численно. При этом расчеты проводились для гидроупругой системы, состоящей из несжимаемого упругого полупространства и слоя жидкости. В качестве материала для упругого полупространства выбиралась высокоэластичная резина, упругие свойства которой описываются упругим потенциалом Трелоара.

Было установлено, что для чисто упругого полупространства при сжатии и укорочении, равном $\lambda_1 \approx 0{,}54$ (более точное значение $\lambda_1 \approx 0{,}543688$), т. е. при уменьшении длины высокоэластичного несжимаемого тела на 46 % величина фазовой скорости волны Рэлея обращается в нуль. Это свидетельствует о том, что в условиях плоского напряженно-деформированного начального состояния для высокоэластичного несжимаемого неогуковского тела при сжатии $\lambda_1 \approx 0{,}54$ возникает явление поверхностной неустойчивости. Отметим, что это значение совпадает с величиной, ранее полученной в теории устойчивости [8] и соответствует значению параметра критического укорочения $\lambda_{кр}$ [8].

В случае гидроупругого волновода с вязкой жидкостью ($\bar{\mu}^* = 0{,}001$) фазовая скорость поверхностной волны Стоунли обращается в нуль при $\lambda_1 \approx 0{,}543695$. Это свидетельствует о том, что в условиях плоского напряженно-деформированного начального состояния поверхность упругого полупространства гидроупругой системы, контактирующая со слоем вязкой жидкости ($\bar{\mu}^* = 0{,}001$), при сжатии $\tilde{\tilde{\lambda}}_{кр} = \lambda_1 \approx 0{,}543695$ теряет поверхностную устойчивость. Для упругого полупространства, не взаимодействующего с жидкостью ($\bar{\rho}_0 = 0$), как отмечено ранее, явление поверхностной неустойчивости возникает при $\lambda_{кр} = \lambda_1 \approx 0{,}543688$. Эти различия между значениями $\tilde{\tilde{\lambda}}_{кр}$ и $\lambda_{кр}$ свидетельствуют о том, что наличие слоя вязкой сжимаемой жидкости ($\bar{\mu}^* = 0{,}001$) приводит к понижению порога поверхностной неустойчивости волновода и возникновению ее раньше ($\tilde{\tilde{\lambda}}_{кр} > \lambda_{кр}$) при меньшем сжатии ($\tilde{\tilde{\lambda}}_{кр} = \lambda_1 \approx 0{,}543695 > \lambda_{кр} = \lambda_1 \approx 0{,}543688$).

Показано, что в гидроупругой системе, состоящей из упругого полупространства и слоя идеальной ($\bar{\mu}^* = 0$) жидкости, потеря поверхностной устойчивости ($\tilde{\lambda}_{кр} = \lambda_1 \approx 0{,}54369$) возникает раньше, чем в чисто упругом полупространстве ($\overline{\rho}_0 = 0$) [8], но позже, чем в гидроупругой системе с вязким жидким слоем ($\overline{\mu}^* = 0{,}001$). При этом для значений параметров критического укорочения имеет место соотношение $\tilde{\tilde{\lambda}}_{кр} = \lambda_1 \approx 0{,}543695 > \tilde{\lambda}_{кр} = \lambda_1 \approx 0{,}54369 > \lambda_{кр} = \lambda_1 \approx 0{,}543688$.

Нетрудно видеть, что нагружение упругого полупространства слоем жидкости существенно не изменяет условия возникновения поверхностной неустойчивости, поскольку величины параметров критического укорочения чисто упругого полупространства $\lambda_{кр}$, а также гидроупругих систем $\tilde{\lambda}_{кр}$ и $\tilde{\tilde{\lambda}}_{кр}$ отличаются на весьма малую величину.

Таким образом, развитая линеаризованная теория волн применительно к высокоэластичным несжимаемым телам позволяет исследовать волновые процессы не только в общем и ряде частных случаев, но также возможность и условия возникновения явления поверхностной неустойчивости как в упругом полупространстве, так и в гидроупругой системе.

Заключение. Анализ полученных числовых результатов показал, что влияние конечных начальных деформаций упругого полупространства на характеристики волнового процесса в гидроупругой системе проявляется не только количественно, но и качественно. Большие предварительные деформации могут привести не только к изменению величин фазовых скоростей и дисперсионных свойств поверхностных волн, но и к более существенному изменению параметров волнового процесса в гидроупругой системе в целом. В результате их действия в упруго-жидкостном волноводе может возникнуть явление поверхностной неустойчивости, приводящее к прекращению процесса распространения волн и переноса волновой энергии.

Список литературы

1 **Гузь, А. Н.** Динамика сжимаемой вязкой жидкости / А. Н. Гузь. – Киев : А.С.К., 1998. – 350 с.

2 **Гузь, А. Н.** Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями / А. Н. Гузь. – Киев : А.С.К., 2004. – 672 с.

3 **Гузь, А. Н.** Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2 ч. Ч. 1. Общие вопросы. Волны в бесконечных телах и поверхностные волны / А. Н. Гузь. – Saarbrucken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 501 с.

4 **Гузь, А. Н.** Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х ч. Ч. 2: Волны в частичноограниченных телах / А. Н. Гузь. – Saarbrucken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 505 с.

5 **Гузь, А. Н.** Введение в динамику сжимаемой вязкой жидкости / А. Н. Гузь // Saarbrucken : LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2017. – 244 с.

6 **Guz, A. N.** Aerohydroelasticity Problems for Bodies with Initial Stresses / A. N. Guz // Int. Appl. Mech. – 1980. – Vol. 16. – No. 3. – P. 175–190.

7 **Guz, A. N.** Dynamics of Compressible Viscous Fluid / A. N. Guz // Cambridge : Cambridge Scientific Publishers, 2009. – 428 p.

8 **Гузь, А. Н.** Устойчивость упругих тел при конечных деформациях / А. Н. Гузь. – Киев : Наук. думка, 1973. – 272 с.

УДК 519.71, 51-74, 681.5, 303.732.4, 62.752; 621.534; 629.4.015

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ТРАНСПОРТНЫХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН ПРИ НАЛИЧИИ РЫЧАЖНЫХ СВЯЗЕЙ

Р. С. БОЛЬШАКОВ, А. В. НИКОЛАЕВ
Иркутский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Эксплуатация оборудования и аппаратуры транспортного и технологического назначения, используемого на промышленных предприятиях, в горной промышленности, строительстве и других отраслях, связана с применением вибрационных технологий. Решению задач, связанных с оценкой, формированием и управлением динамическим состоянием машин, используемых в этих отраслях, посвящен ряд научных работ [1–3]. Также достаточно разнообразны конструктивно-технические решения и подходы, позволяющие получать требуемые режимы работы таких машин [4, 5].

В предлагаемом докладе рассматриваются особенности формирования динамического состояния технической системы при наличии рычажных связей в её составе.