

Окончание таблицы 1

Тип уравнения с точки зрения математики	Обыкновенное дифференциальное (ОДУ) [1, с. 107]	Алгебраическое
В какие частные случаи может переходить	В линейное однородное ОДУ при $q(x) = 0$ , в ОДУ с разделяющимися переменными при $p(x) = 0$	В формулу Торричелли (при $p = \text{const}$ ), формулу для эффекта Вентури (при $h = \text{const}$ ) и др.
Другие примечания	Решается путем сведения к линейному ОДУ (через замену переменной) или методом Бернулли	следует из закона сохранения механической энергии для стационарного течения идеальной жидкости

Список литературы

1 **Матвеев, Н.М.** Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб. пособие / Н.М. Матвеев. – СПб. : Лань, 2003. – 832 с.

2 **Сивухин, Д. В.** Общий курс физики: учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.

УДК 519.6

**РОЛЬ ДАННЫХ  
В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ**

*Т.О. СУНДУКОВА, Г.В. ВАНЬКИНА*

*Тульский государственный педагогический университет  
им. Л.Н. Толстого, Российская Федерация*

**Введение.** Научная литература по методике обучения в вузе дисциплин математического цикла в преподавании математического моделирования предлагает различные концепции и подходы в выборе педагогических технологий, методов и контекстов [5]. Р. Galbraith [2] описывает шесть различных подходов в математическом моделировании: использование реальных проблемных ситуаций в качестве предварительной основы для абстракции, эмерджентное моделирование, моделирование как приведение в соответствие, словесные задачи, моделирование как средство обучения другому математическому материалу и моделирование как решение реальных задач [2, с. 280–282].

**Атрибуты математических моделей.** Математические модели необходимы для описания отношений между переменными, а характер зависимости может быть многопараметриальным. Математиче-

ские модели характеризуются двумя ключевыми атрибутами: **структура** и **параметры**. Структура математической модели часто может быть разработана исключительно на основе теоретического понимания ситуации. В отдельных случаях структура модели не имеет фундаментального теоретического обоснования и устанавливается на основе данных, при этом значения параметров в модели обычно должны быть присвоены переменным, которые могут исходить из теоретического описания ситуации или из данных. Установление структуры модели на основе теории позволяет студентам увидеть актуальность математических методов, а математические функции естественным образом получаются при описании процессов из реального мира, понимания и изучения ситуации. Разработка модели, основанной исключительно на эмпирических данных, представляет собой многочисленные проблемы на практике, поскольку набор инструментов, необходимых для обработки и построения модели, является статистическим, трудоемким, иногда не входит в учебную программу и создает модель, которая не была интерпретирована в реальном контексте.

Использование данных для проверки или оценки модели может быть сделано формально или неформально (таблица 1).

Таблица 1 - Способы использования данных при оценке моделей

Модель	Теоретические значения параметров	Эмпирические значения параметров	Роль данных
Теоретическая модель структуры	Подходит для математического моделирования в образовании в отдельных случаях	Подходит для математического моделирования в образовании во многих случаях	Валидация структуры модели
Эмпирическая модель структуры	Не имеет практического применения в образовании	Не рекомендуется для математического моделирования в образовании	Оценка структуры модели
Роль данных	Проверка значений параметров	Оценка значений параметров	—

Установление структуры модели на основе теории позволяет студентам увидеть актуальность математических методов, где математические функции естественным образом определяются из описания реального мира, понимания и параметризации ситуации.

**Роль данных в разработке моделей.** При разработке моделей данные могут использоваться для проверки или оценки. Валидация относится к процессу использования теории и/или контекста для руководства разработкой структуры модели и/или значений параметров, а затем использование данных подтверждает, что результат является адекватным и достаточно точным. В данном контексте цель состоит не в том, чтобы подтвердить или опровергнуть модель, а проверить адекватность и непротиворечивость. Итогом такого подхода является один из двух результатов: первый – окончательное принятие решения о полезности модели, одобрении ее; второй – отказ от использования модели в данном виде, переход к ее корректировке, упрощению, уточнению. В крайних случаях бывает целесообразно пересмотреть саму проблему, в некотором смысле полностью отвергнув модель [3, с. 38]. Оценка относится к использованию данных для определения структуры модели или значений параметров. Если структура определяется на основе теории, то она может быть проверена путем сравнения с данными; если никакая теория не лежит в основе структуры, то данные используются для оценки структуры. Если значения параметров основаны на теории, то они могут быть проверены с помощью данных; если не существует направляющей теории, то данные могут быть использованы для оценки значений параметров (см. таблицу 1).

Валидация и оценка могут быть выполнены с использованием формальных или неформальных инструментов. Формальные подходы к использованию данных требуют использования статистических инструментов, которые не охватываются в полной мере учебной программой. Отдельные методы, которые включены в программу дисциплины, часто используются неуместно даже опытными исследователями [4]. Таким образом, реальные данные играют определенную роль в процессе математического моделирования, но обеспечение их адекватности и валидности остается крайне важным.

**Педагогический контекст способов разработки математических моделей.** В общем случае математические модели могут быть разработаны следующими способами (см. таблицу 1).

**Теоретическая структура и значения параметров:** как структура модели, так и значения параметров определяются из базовой теории. Затем данные используются для проверки структуры и значений параметров. Этот подход является наиболее предпочтитель-

ным выбором для педагогов [1], поскольку математика естественным образом появляется в описании реального мира, а реальные данные используются для проверки модели. Следовательно, моделирование является средством обучения другому математическому контенту [2, с. 282].

**Теоретическая структура и эмпирические значения параметров:** структура модели разрабатывается на основе понимания или описания контекста, а данные используются для проверки структуры. Затем неизвестные значения параметров оцениваются с использованием полученных данных. Такой подход также является предпочтительным выбором для преподавания, поскольку студенты могут видеть проявление математики, за пределами реальной ситуации, при этом моделирование является средством обучения другому математическому контенту [2, с. 282]. Формально для валидации модели и оценки параметров будет использоваться статистический подход, но на начальном этапе изучения математических моделей это может оказаться ненужным и даже контрпродуктивным. Неформальный подход к оценке параметров часто предпочтителен, поскольку демонстрирует математические методы описания реального мира.

**Эмпирическая структура и оценка параметров:** как структура, так и значения параметров оцениваются на основе полученных данных. Часто возникают ситуации, когда научное или физическое понимание взаимосвязи между двумя величинами либо трудно, либо невозможно определить. В этих случаях выбранная структура модели наиболее соответствует реальным данным. Данный подход не рекомендуется использовать в среднем образовательном звене и на младших курсах вузов, поскольку необходимые статистические методы недоступны обучающимся, а подход вынуждает студентов подстраивать модели под задачу, не учитывая реальный контекст. P. Galbraith [2] утверждал, что такие модели могут быть сгенерированы в полном незнании принципов, лежащих в основе реальной ситуации, а при бездумном использовании это создает опасную аберрацию концепции моделирования [2, с. 271].

Комбинационная структура **эмпирической модели и теоретических значений параметров** необычна, если вообще возможна. Если нет руководящей теории, которая могла бы предложить структуру модели, то маловероятно, что будет существовать теория, определяющая параметры структуры без теоретической основы. Эти подходы кратко изложены в таблице 1.

**Выводы.** Данные могут использоваться для проверки или оценки структуры модели и/или для проверки или оценки значений параметров. Принятие теоретического подхода к разработке структуры модели является лучшим способом для студентов увидеть, как математические функции естественным образом проявляются для описания реального мира и, следовательно, полезны для демонстрации актуальности математики в реальном мире. Использование эмпирического подхода создает много сложностей в обучении, при этом использование теоретического подхода более предпочтительно в реальном мире, но иногда эмпирический подход является единственным вариантом.

#### Список литературы

1 **Cramer, K.A.** Using concrete models to build middle-grade students understanding of functions / K. A. Cramer // *Mathematics Teaching in the Middle School*. – 2001. – Т. 6. – С. 310–319.

2 **Galbraith, P.** Models of modelling: Is there a first among equals / P. Galbraith // *Mathematics: Traditions and [new] practices. Proceedings of the 34th Annual Conference of MERGA and AAMT*. – 2011. – P. 279–287.

3 **Giordano F.** A first course in mathematical modeling / F. Giordano, W. P. Fox, S. Horton. – Nelson Education, 2013.

4 **Kvålseth, T.O.** Cautionary note about R 2 // *The American Statistician* / T.O. Kvålseth. – 1985. – Т. 39. – № 4. – P. 279–285.

5 **Ванькина, Г.В.** Особенности преподавания математического моделирования в контексте реализации компетентного подхода / Г. В. Ванькина, Т. О. Сундукова // *Методика преподавания математических и естественнонаучных дисциплин*. – Омск, 2017. – С. 12–14.

УДК 378.147:004.31.4

## ОСОБЕННОСТИ И ВОЗМОЖНОСТИ ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

*В.И. ЮРИНОК, Л.А. РАЕВСКАЯ*

*Белорусский национальный технический университет, г. Минск*

Весной 2020 года в связи с распространением коронавируса во всем мире образовательный процесс, в том числе и в вузах Республики Беларусь, приобрел нетрадиционную форму, трансформировавшись в дистанционное обучение (ДО). Так, в БНТУ в течение трех месяцев (апрель – июнь) учебный процесс на всех факультетах осуществлялся на расстоянии в режиме реального времени.