

соотношением лекционных и практических занятий, аудиторной и самостоятельной работы, с системой промежуточного и итогового контроля. Основа усвоения учебного материала – индивидуальные домашние задания с достаточным объемом консультаций и защитой этих заданий в форме собеседования. Сегодня это забытое славное прошлое советского математического всеобуча.

Тем не менее, экзамен для большей части студентов остается мобилизационным тренингом и это тоже важно при подготовке будущих чиновников и командиров производства. На наш взгляд, даже это свойство выступает весомым аргументом в пользу сохранения экзаменов как важнейшей образовательной технологии.

УДК 517:796

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ В БИОМЕХАНИКЕ СПОРТА

М.А. КИРКОР, А.Е. ПОКАТИЛОВ, А.М. ГАЛЬМАК

*УО «Могилевский государственный университет продовольствия»,
Республика Беларусь*

В биомеханике двигательных действий современные исследования ведутся в двух направлениях: в направлении анализа техники спортивных упражнений и в направлении синтеза, то есть в направлении построения и оптимизации двигательной деятельности спортсмена [1, 2]. В связи со сложностью получения траекторных положений спортсмена в натурном эксперименте, обычно рассматривается плоское движение спортсмена. Методы исследования пространственного движения начали развиваться сравнительно недавно, при этом на данном этапе появилась возможность заимствовать ряд технологий, разрабатываемых в кинематографе, мультипликации и в компьютерных играх. Так, например, используемая и развиваемая в кинематографе технология «захват движения» позволяет получить пространственные координаты человека. И в этом плане, оправданно развитие этих технологий применительно к задачам биомеханики спорта.

На рисунке 1 представлен фрагмент видеосъемки большого оборота назад на перекладине из спортивной гимнастики, а на рисунке 2 – кинетограмма, построенная по результатам съемки.



Рисунок 1 – Большой оборот назад на перекладине

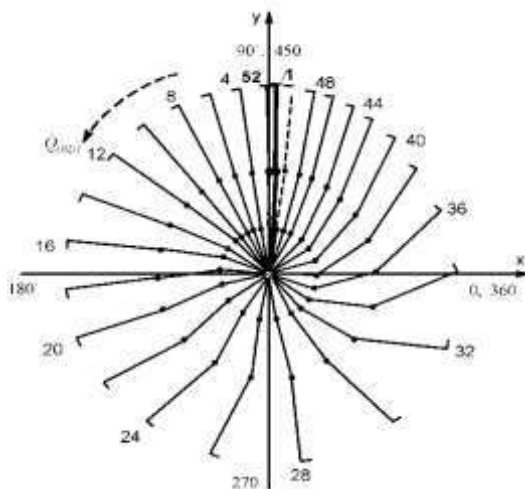


Рисунок 2 – Кинетограмма большого оборота

Отметим, что использование указанных технологий дают возможность решить многие актуальные проблемы биомеханики движения человека. Одной из таких проблем является синтез целенаправленного движения спортсмена, опорно-двигательный аппарат

которого мы определяем как биомеханическую систему (БМС). И здесь, в первую очередь, необходима разработка математических моделей движения БМС и алгоритмов их расчета.

Но предварительные исследования авторов выявили следующую проблему: существующие алгоритмы расчета при взаимодействии двух систем основываются на методе итераций. В данной задаче это означало бы, что необходимо отдельно рассчитать движение БМС, потом по полученным данным рассчитать деформацию спортивного снаряда, выступающего в качестве опоры для человека, и уже по окончательным результатам повторять расчеты с самого начала до заданной точности. Метод работает, только если полученный ряд значений сходится, в противном случае метод приближений не применим, например, в условиях самоторможения [3].

Анализ показал, что спортивный снаряд движется в условиях самоторможения, так как он деформируется упруго, а любая деформация конечна, что и будет означать самоторможение. Отсюда и возникает актуальность проблемы разработки, как математических моделей движения, так и методов их расчета.

Динамические уравнения целенаправленного движения. Для N -звенной биомеханической системы (БМС) по рисункам 1 и 2 в рекуррентной форме динамическое уравнение движения относительно управляющего момента мышечных сил в i -м суставе имеет вид [1]

$$M_{i,i-1} = g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos \varphi_j - \ddot{L}_{0r} \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin \varphi_j + \ddot{L}_{0b} \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos \varphi_j + \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \ddot{\varphi}_k \cos(\varphi_k - \varphi_j) - \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \dot{\varphi}_k^2 \sin(\varphi_k - \varphi_j). \quad (1)$$

Здесь коэффициенты C_{ij} и A_{jk} постоянны и включают в себя масс-инерционные характеристики тела спортсмена. Параметры \ddot{L}_{0r} , \ddot{L}_{0b} представляют собой ускорения в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Остальные параметры представляют собой: φ_j – обобщенные координаты звеньев БМС, $\dot{\varphi}_j$ и $\ddot{\varphi}_j$ соответственно угловые скорости и ускорения звеньев (рук, туловища и ног).

Уравнение (1) хорошо структурировано и отражает движение двух разных систем: механической (спортивный снаряд) и биомеханической системы (спортсмена). В общем виде выражение (1) можно представить следующей функциональной связью:

$$f_{O_{i-1,j}} = f_{O_{i-1,j}}^{\text{ОП}} + f_{O_{i-1,j}}^{\text{БМС}} = M_{O_{i-1,j}}^{\text{ОП}} + M_{O_{i-1,j}}^{\text{БМС}}. \quad (2)$$

Здесь функция $f_{O_{i-1,j}}^{\text{ОП}}$ отражает движение (деформацию) спортивного снаряда, называется выделенной по моменту управляющих сил опорой $M_{O_{i-1,j}}^{\text{ОП}}$, и в соответствии с уравнением (1) равна

$$f_{O_{i-1,j}}^{\text{ОП}} = M_{O_{i-1,j}}^{\text{ОП}} = -E_{0r} \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin \varphi_j + E_{0b} \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos \varphi_j. \quad (3)$$

Вторая часть выражения (1) $f_{O_{i-1,j}}^{\text{БМС}}$ является выделенной по моменту управляющих сил биосистемы $M_{O_{i-1,j}}^{\text{БМС}}$ и по уравнениям (1) и (2) равна

$$f_{O_{i-1,j}}^{\text{БМС}} = M_{O_{i-1,j}}^{\text{БМС}} = g \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos \varphi_j + \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \cos(\varphi_k - \varphi_j) - \sum_{k=1}^N \sum_{j=i}^N A_{jk} \sin(\varphi_k - \varphi_j). \quad (4)$$

Отметим, что система дифференциальных уравнений движения спортивного снаряда (4) отражает именно влияние рассматриваемого снаряда, и поэтому данные выражения применимы для расчетов движения на кинематическом и динамическом уровнях, но по ним нельзя рассчитать деформацию спортивного снаряда. Для этого нужны математические модели, описывающие колебания спортивного снаряда.

Список литературы

- 1 **Покатилов, А.Е.** Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А.Е. Покатилов, В.И. Загrevский, Д.А. Лавшук. – Минск : Изд. центр БГУ, 2008. – 279 с.
- 2 **Загrevский, В.И.** Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном эксперименте на ПЭВМ / В.И. Загrevский, Д.А. Лавшук, О.И. Загrevский. – Могилев – Томск, 2000. – 190 с.