

УДК 629.42

*Л. Н. БОНДАРЕНКО, В. В. КОЛБУН, А. С. ОВЧИННИКОВ*

*Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта им. акад. В. А. Лазаряна, Украина*

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ГИСТЕРЕЗИСНЫХ ПОТЕРЬ ПРИ КАЧЕНИИ КОЛЕСА ПО РЕЛЬСУ**

Выполнен анализ влияния гистерезисных потерь на сопротивление качению колеса по рельсу. Получены зависимости коэффициентов трения качения от радиуса колеса для случаев начального точечного и линейного контакта.

Впервые теория появления сопротивления качению была предложена О. Рейнольдсом [1], который считал, что его причина кроется в появлении трения скольжения в месте контакта. Только в 1955 г. Д. Тэйбор [2] экспериментально доказал, что роль трения скольжения при качении незначительна. Он предложил аналитические зависимости для определения коэффициента трения качения, исходя из теории контактных напряжений Г. Герца [3]. В конечном виде формулы для определения коэффициента трения качения Д. Тэйбором записаны в виде:

– при первоначальном точечном контакте (для эллиптической площадки)

$$k = \alpha \frac{3}{16} b; \quad (1)$$

– при линейном контакте

$$k = \alpha \frac{2}{3\pi} b, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – часть упругой энергии, рассеивающаяся из-за гистерезиса;  $b$  – полуширина пятна контакта в направлении движения.

Если величина  $b$  в формулах (1) и (2) определяется из теории контактных деформаций Г. Герца, то значения  $\alpha$  не установлены. В статье [4] нами была выполнена оценка значений коэффициента  $\alpha$  на основе известных зависимостей сил сопротивления подвижного состава. В представленной работе выполнен теоретический анализ с целью уточнения полученных ранее результатов.

Рассмотрим качение колеса радиуса  $R_1$ , центр которого движется относительно рельса со скоростью  $v$ . Упругую энергию при качении можно определить по величине работы, совершенной давлением на фронтальной (рисунок 1) области контакта.

Скорость диссипации энергии на фронтальной стороне контакта [2]:

$$A_1 = \frac{2Pb}{3\pi} \cdot \frac{v}{R_1}.$$

Коэффициент  $\alpha$  можно выразить через отношение скорости выполнения работы упругими силами на тыльной стороне контакта  $A_2$  к скорости диссипации энергии  $A_1$ :

$$\alpha = 1 - \frac{A_2}{A_1} = 1 - \frac{A_1 - A_3}{A_1} = \frac{A_3}{A_1},$$

где  $A_3$  – потеря мощности, обусловленная разностью энергий деформаций фронтальной и тыльной сторон контакта.

Результирующий момент, необходимый для поддержания качения может быть определен по формуле

$$M\omega = \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right) A_1 = \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right) \frac{v}{R_1} \cdot \frac{2Pb}{3\pi}.$$

Величина коэффициента трения качения (формула (2)) найдется как

$$k = \frac{M}{P} = \left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right) \frac{2b}{3\pi}.$$

Вся сложность при определении  $k$  состоит в нахождении скорости диссипации энергии  $A_1$ . Для этого необходимо знать форму петли гистерезиса.

Рассмотрим четыре, на наш взгляд, граничные ее формы.

1 Пусть кривые восходящей ( $\uparrow$ ) и нисходящей ( $\downarrow$ ) петли гистерезиса симметричны относительно линии, соединяющей крайние точки полуосей эллипса.

Уравнение восходящей петли

$$\sigma_2(x) = \frac{2P}{\pi b} \left[ 1 - \sqrt{\frac{2x}{b} \left(1 - \frac{x}{2b}\right)} \right].$$

На практике, во всяком случае для металлов, величина тыльной полуширины пятна контакта равна ее фронтальной полуширине ( $b = b_\tau = b_\phi$ ). Поэтому

$$dA_2 = \omega dt \left[ \frac{2P}{\pi b} \int_0^b \left( 1 - \sqrt{\frac{2x}{b} \left(1 - \frac{x}{2b}\right)} \right) x dx \right],$$

или

$$A_2 = \frac{0,08Pb}{\pi} \cdot \frac{v}{R_1}.$$

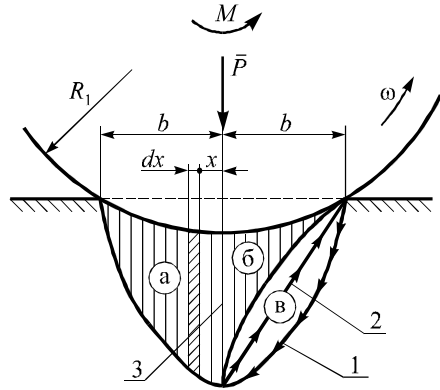


Рисунок 1 – Эпюры давлений при качении цилиндра по плоскости:

*a* – фронтальные упругие по Герцу,  
*б* – тыльная (вариант);

1, 2 – петли гистерезисных потерь соответственно  $\sigma = \sigma_0 (1 - x^2/b^2)$ ,  $\sigma = \sigma_0 (1 - x/b)$ ;  
3 – максимальные напряжения  $\sigma_0 = 2P/\pi b$

Отсюда величина  $\alpha$  составляет

$$\alpha = 1 - \frac{A_2}{A_1} = 1 - \frac{0,24}{2} = 0,88.$$

Следовательно

$$k = \alpha \cdot \frac{2b}{3\pi} = 0,187b,$$

а с учетом выражения для нахождения  $b$ :

$$k = 0,682 \cdot \frac{\sigma_0}{E} R_1. \quad (3)$$

Расчеты показывают, что при  $\sigma_0 = 750$  МПа,  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа значения  $k$ , найденные по формуле (3), практически совпадают с экспериментально определенными величинами для крановых колес радиусом  $R_1 \leq 125$  мм [5].

2 Предположим, что петля гистерезиса занимает всю тыльную сторону эпюры давлений, т. е.  $\alpha = 1$ . Эти значения  $\alpha$  соответствуют радиусам крановых колес 125, 260 и 355 мм, что больше реальных радиусов до 39 %. Следовательно, такие петли гистерезиса реально не существуют.

3 Нетяжело установить, что при  $\alpha = 0$   $A_1 = A_2$ , что приводит к  $A_3 = 0$ , отсутствию петли гистерезиса и  $k = 0$ , а это соответствует абсолютной упругости материалов колеса и рельса.

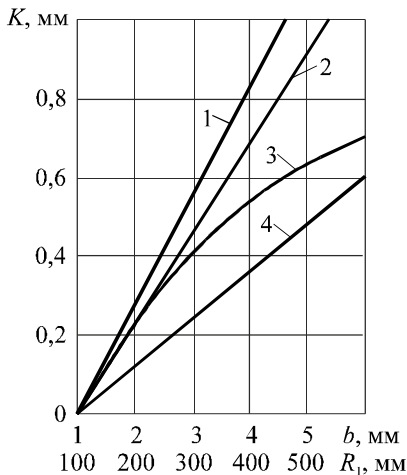


Рисунок 2 – Зависимости коэффициента трения качения  $k$  от полуширины пятна контакта для: 1 –  $\alpha = 1$ ; 2 –  $\alpha = 0,88$ ; 3 –  $\alpha = 0,5$ ; и 4 – справочная зависимость  $k$  от  $R_1$

4 Если предположить, что восходящая ветвь петли гистерезиса проходит по прямой, соединяющей точки осей четверти эллипса, уравнение которой  $\sigma = \sigma_0(1 - x/b)$ , то, рассуждая аналогично п. 1, легко получить, что  $\alpha = 0,5$ .

5 Зависимости коэффициента трения качения и полуширины пятна контакта, а также радиусы цилиндра при коэффициентах гистерезисных потерь  $\alpha = 1; 0,88; 0,50$  показаны на рисунке 2.

Воспользовавшись параболическим выравниванием, можно получить уравнение, связывающее  $k$  и  $b$ . Введением в уравнение экспоненты, которой обычно выражаются гистерезисные потери при рассмотрении различных физических явлений, получим

$$k = 0,225be^{-1,2R_1}, \quad (4)$$

где  $R_1$  в м.

Сравнивая формулы (2) и (4), можно заключить, что с достаточной для подобных задач точностью коэффициент гистерезисных потерь при линейном контакте выражается экспонентой, т. е.  $\alpha = e^{-1,2R_1}$ .

Проделав аналогичные операции для эллиптического контакта между колесом и рельсом, получим:

$$k = 0,16be^{0,2R_1} \quad (5)$$

или, приводя уравнение (5) к форме, соответствующей выражению (1), получим, что  $\alpha = 0,85e^{0,2R_1}$ .

Перейдем к контакту колесо-рельс подвижного состава.

*Точечный контакт* (новый рельс).

Для определения сил сопротивления рекомендуется формула [6]

$$W_T = w \cdot P, \quad (6)$$

где  $w = 3 \dots 4$  Н/кН – коэффициент сопротивления качению.

Полуширина пятна контакта при пренебрежении конусностью бандажа [7]

$$b = 1,397n_b \sqrt[3]{\frac{P}{E} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}},$$

где  $n_b$  – коэффициент, зависящий от коэффициентов уравнения эллипса касания;  $R_2$  – радиус закругления головки рельса, м.

При диаметре колеса  $2R_1 = 1050$  мм, радиусе  $R_2 = 300$  мм, коэффициенте Пуассона  $\mu = 0,3$ , модуле упругости материалов колеса и рельса  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа для значения силы  $P = 100$  кН получаем, что значение размера  $b = 7,65$  мм, а коэффициент трения качения согласно (5) составляет  $k = 1,36$  мм. Соответственно сила сопротивления качению при новом рельсе  $W_H = k P / R_1 = 259$  Н, что удовлетворительно согласуется с определенным по формуле (6) значением  $W_T = 300 \dots 400$  Н.

В эксплуатации профиль катания бандажей начинает приближаться к очертанию головок рельсов. В этом случае *эллиптическая площадка контакта* вырождается в прямоугольную, ширина которой определяется по формуле

$$b = 1,52 \sqrt{\frac{P}{B} \cdot \frac{R_1}{E}}.$$

При приведенных выше данных и ширине площадки контакта изношенных бандажей и рельсов  $B = 35$  мм [6], получим  $b = 4,07$  мм. Тогда согласно формуле (4)  $k = 0,49$  мм, а сила сопротивления качению  $W_H = 93$  Н, что в 2,8 раза меньше, чем при новом рельсе. Столь значительное отличие значений сил сопротивления связано с тем, что при точечном контакте максимальные напряжения примерно в то же число раз больше, чем при линейном.

Анализ полученных зависимостей и приведенных на рисунке 2 графиков позволяет сделать следующий вывод: коэффициент гистерезисных потерь в

аналитически полученных выражениях с достаточной для подобного класса задач (максимальная ошибка составляет 15 % при точечном и 6 % – при линейном контакте) описывается экспонентой, аргумент которой прямо пропорционален радиусу тела качения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Reynolds, O.** On rolling friction / O. Reynolds // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. – 1875. – Vol. 166. – P. 155–174.

2 **Tabor, D.** The mechanism of rolling friction: the elastic range / D. Tabor // *Proceeding of the Royal Society of London. Ser. A*. – 1955. – Vol. 229, № 1177. – P. 198–220.

3 **Джонсон, К.** Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.

4 **Бондаренко, Л. Н.** Экспериментально-аналитическая оценка коэффициента гистерезисных потерь при качении колеса по рельсу / Л. Н. Бондаренко, В. В. Колбун, А. С. Овчинников // *Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. научн. тр.* – Гомель: БелГУТ, 2013. – Вып. 7. – С. 17–20.

5 **Справочник по кранам:** В 2 т. Т. 2 / М. П. Александров [и др.]. – Л.: Машиностроение, 1988. – 559 с.

6 **Подвижной состав и тяга поездов** / А. П. Третьяков [и др.]. – М.: Транспорт, 1979. – 368 с.

7 **Писаренко, Г. С.** Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.

*L. N. BONDARENKO, V. V. KOLBUN, A. S. OVCHINNIKOV*

#### DETERMINATION OF THE HYSTERESIS LOSSES COEFFICIENT FOR THE WHEEL ROLLING ON RAIL

The analysis of the hysteresis losses effect on the wheels - rail rolling resistance is performed. There were obtained the dependences of the rolling friction coefficient on the wheel radius for the cases of the initial point and linear contact.

Получено 27.01.2014

ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования  
и учебно-методические разработки. Вып. 8. Гомель, 2014

---

УДК 536.2

*А. И. ВЕРЕМЕЙЧИК, М. И. САЗОНОВ, В. М. ХВИСЕВИЧ*  
*Брестский государственный технический университет*

#### ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООБМЕНА ДУГИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ПОЛОСТИ ПЛАЗМЕННОГО РЕЗА

С целью изучения особенностей теплообмена дуги с поверхностью полости реза разработана и создана плазменная установка, которая позволяет смоделировать тех-