УДК 539.3

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ С ТРЕХСЛОЙНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНОЙ В ГРУНТЕ

Н. А. ЛОКТЕВА, Н. А. СИНОДОВ, А. Н. УЛЬЯШИНА
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Российская Федерация

Одним из наиболее эффективных средств защиты от негативного воздействия колебаний, создаваемого подземным транспортом, являются вибропоглощающие преграды. В данной работе в качестве такого препятствия рассматривается прямоугольная трёхслойная пластина. Для её расчёта была разработана математическая модель взаимодействия пластины с окружающей её упругой средой.

Трёхслойная пластина, окружена с двух сторон заполненными грунтом полупространствами «1» и «2». Используется прямоугольная декартова система координат $Oxyz$. При этом предполагается, что плоскость Oxy для пластины является срединной, вдоль оси Ox и Oy ограничена и имеет длину l. В качестве модели грунта была использована однородная упругая изотропная среда. Математическая постановка задачи включает в себя задание набегающей волны, уравнений движения грунта и пластины, краевых условий для пластины и грунта, условий на бесконечности, а также условий контакта грунта с препятствием.

Целью является определение суммарного векторного поля ускорений a (виброускорений) во втором полупространстве как функции частоты ω и пространственных координат x, y и z в зависимости от параметров пластины:

$$a_x = -\omega^2 u_1^{\;2}\,,\ a_y = -\omega^2 u_2^{\;2}\,,\ a_z = -\omega^2 w^{\;2}\,,\ \ a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\,.$$

Для описания движения грунта используется замкнутая система уравнений, описывающая её плоское движение. Она включает в себя уравнения движения, соотношения Коши, физический закон, связывающий компоненты напряжения и деформации через параметры Ламе. Кроме того, используются эквивалентные уравнения в перемещениях (уравнения Ламе). Также перемещения выражаются через скалярные и векторные потенциалы [1].

Движение пластины описывается системой уравнений Паймушина В. Н. [2]. На несущие слои действуют нормальные внешние давления p_1 и p_2.

В качестве граничных условий было рассмотрено шарнирное закрепление краёв:

$$w_c\Big|_{0,l_1} = 0;\ \ w_c\Big|_{0,l_2} = 0;\ w_a\Big|_{0,l_1} = 0;$$

$$w_a\Big|_{0,l_2} = 0;\ \frac{\partial^2 w_c}{\partial x^2}\Big|_{0,l_1} = 0;\ \frac{\partial^2 w_c}{\partial y^2}\Big|_{0,l_2} = 0;\ \frac{\partial^2 w_a}{\partial x^2}\Big|_{0,l_1} = 0;\ \frac{\partial^2 w_a}{\partial y^2}\Big|_{0,l_2} = 0.$$

Через $u_1^{\;k}$ и $u_2^{\;k}$ обозначаем тангенциальные перемещения вдоль осей Ox и Oy соответственно, а через $w^{(k)}$ – нормальное перемещение k-го несущего слоя.

Кинематические параметры пластины представлены в виде тригонометрических рядов, удовлетворяющих граничным условиям [3]. Применяя аналогичные преобразования к выражениям для деформаций, напряжений, перемещений и потенциалов для упругой среды, получаем тангенциальные и нормальные перемещения грунта. Поскольку занимаемая грунтом область неограниченна, то потенциалы решения уравнений движения упругой среды должны удовлетворять условиям излучения Зоммерфельда. Из условий контакта среды и пластины определяются константы:

$$p_1 = \ \sigma_{33}^{1} + \sigma_{33*}\ \Big|_{z=0},\ p_2 = -\sigma_{33}^{\;2}\Big|_{z=0};$$

$$w^{\,1}\ + w_*\ \Big|_{z=0} = w^{\,2}\Big|_{z=0} = w_0,\ \sigma_{13}^{1}\Big|_{z=0} = \sigma_{13}^{\;2}\Big|_{z=0} = 0, \sigma_{23}^{1}\Big|_{z=0} = \sigma_{23}^{\;2}\Big|_{z=0} = 0.$$

На основании полученных значений констант находятся нормальные и касательные перемещения. Далее вычисляются виброускорения по осям Ox, Oy и Oz, а также модуль виброускорения.

В качестве примера получена зависимость виброускорения a на границе пластины при $z = 0$ от частоты волны ω и длины пластины x при толщине пластины $h = 0{,}1$ м, длине $l = 5$ м и диапазоне частот $\omega = 1 - 200$ Гц (рисунок 1, где *1* – модуль виброускорения a на границе пластины; *2* – модуль виброускорения $a \cdot 10^{28}$ на расстоянии 10 м).

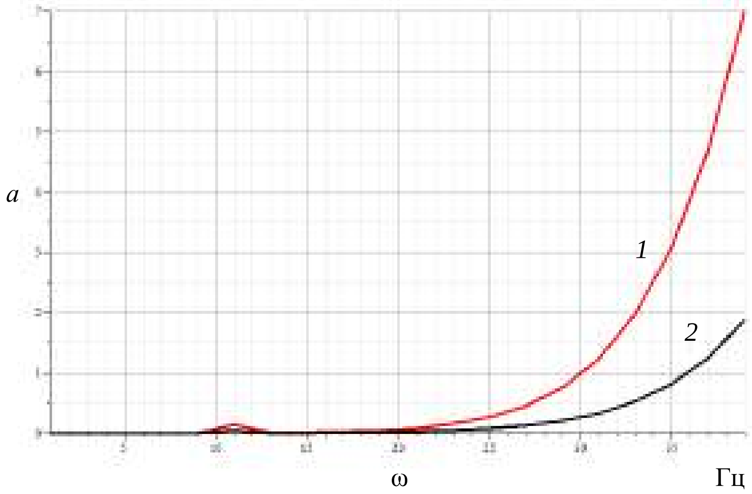

Рисунок 1

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-58-00034).

Список литературы

1 Волны в сплошных средах : учеб. пособ. / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.

2 **Иванов, В. А.** Уточненная теория устойчивости трехслойных конструкций (линеаризованные уравнения нейтрального равновесия и простейшие одномерные задачи) / В. А. Иванов, В. Н. Паймушин, Т. В. Полякова // Изв. вузов. Матем. – 1995. – № 3. – С. 15–24.

3 Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 830 с.

4 Свод правил по проектированию и строительству СП 23-105–2004 «Оценка вибрации при проектировании, строительстве и эксплуатации объектов метрополитена». – М. : ГОССТРОЙ РОССИИ. – 2014.

УДК 539.37

О СХОДИМОСТИ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТОРОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

И. В. ЛУЦКАЯ, В. А. МАКСИМЮК, И. С. ЧЕРНЫШЕНКО
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Оболочки некругового поперечного сечения широко применяются в современном инженерном деле. Так, в строительстве эллиптические полые профили сочетают в себе преимущества круглых и прямоугольных профилей. Замкнутые тонкие тороидальные оболочки представляют интерес как элементы наземных и космических конструкций. К последним [1] относятся сверхлегкие надувные спутниковые компоненты, которые служат поддерживающими конструкциями космических телескопов и антенн.

Тороидальные оболочки представляют также теоретический интерес с точки зрения тестирования методов расчета оболочек, поскольку при определенном соотношении их параметров они принимают форму таких конструкций, в некоторых частях которых напряженно-деформированное состояние (НДС) оказывается очевидным [2]. Кроме того, такие оболочки представляют методологический интерес как объект тестирования на так называемое мембранное запирание (locking). Дело в том, что подобные тесты являются преимущественно двумерными. Осесимметричное деформирование оболочек вращения двоякой кривизны вследствие,