

Здесь $N_{px}^{(1)}$, $Q_{pxy}^{(1)}$, $Q_{px}^{(1)}$, $M_{px}^{(1)}$, $N_{ly}^{(1)}$, $Q_{lyx}^{(1)}$, $Q_{ly}^{(1)}$, $M_{ly}^{(1)}$ – заданные усилия на торцах пластины в первом несущем слое (с индексом «2» – во втором несущем слое). Индекс p принимает значения $0, a$, индекс l – $0, b$, указывая, на каком конце пластины задано усилие.

Список литературы

- 1 Старовойтов, Э. И. Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки / Э. И. Старовойтов. – Гомель : БелГУТ, 2002. – 343 с.
- 2 Старовойтов, Э. И. Изгиб прямоугольной трехслойной пластины на упругом основании / Э. И. Старовойтов, Е. П. Доровская // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2006. – № 3. – С. 21–28.
- 3 Старовойтов, Э. И. Цилиндрический изгиб прямоугольной трехслойной пластины в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки : Междунар. сб. науч. тр. – Гомель, 2014. – Вып. 8. – С. 179–185.
- 4 Зеленая, А. С. Уравнения равновесия прямоугольной трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем / А. С. Зеленая // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXIII Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова, Вятчи, 13–17 февр. 2017 г. – М. : ООО «ТР-принт», 2017. – Т. 2. – С. 33–36.

УДК 539.3

ДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ ГАРМОНИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ НА КОНСОЛЬНО ЗАКРЕПЛЕННУЮ ПЛАСТИНУ

С. И. ИВАНОВ, Н. А. ЛОКТЕВА

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Российская Федерация

В настоящее время наиболее широко в качестве звукоизолирующих преград, сокращающих вредное воздействие транспортных магистралей на окружающую среду и человека, используются пластины, выполненные из однородного материала, которые наиболее просты в изготовлении и экономически оправданны. В работе исследуются звукопоглощающие свойства однородной консольно-закрепленной пластины, на которую воздействует плоская гармоническая звуковая волна. Результатом решения данной задачи является возможность построения зависимости перемещений и параметра звукоизоляции от частоты набегающей волны.

Рассматривается консольно-закрепленная бесконечная в одном направлении пластина высотой l , окруженная акустической средой. Используется прямоугольная декартова система координат $Oxyz$, начало которой помещено в точке крепления пластины. Со стороны отрицательного направления оси Oz на препятствие набегают плоская гармоническая волна с амплитудой давления на фронте p_* и частотой ω . Компоненты напряженно-деформированного состояния оболочки и параметры акустической среды не зависят от координаты y . В результате ее взаимодействия с оболочкой в акустической среде возбуждается давление с амплитудой p_2 . Основной целью является вычисление перемещения w как функции частоты ω и пространственных координат x и z .

Математическая постановка задачи включает в себя задание давления p_* , уравнения для пластины и акустической среды, краевые условия для пластины, условия на бесконечности, а также условия контакта акустической среды с препятствием и неподвижной полуплоскостью $x=0$. В качестве последних принимаем требование непротекания.

Движение пластины с учетом плоской постановки задачи описывается уравнением

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + p, \quad D = I(\lambda + 2\mu).$$

где ρ – плотность материала пластины; h – толщина пластины; λ и μ – параметры Ламе; w – нормальные перемещения пластины. Пластина закреплена консольно. Согласно постановке задачи, функции перемещения изменяются по гармоническому закону.

Воздействие плоской гармонической волны на пластину задается следующим образом:

$$p = p_1 - p_2, \quad p_1 = p_* + p_{1w}, \quad p_* = -i\omega \rho_1 A_\phi.$$

В данном случае ρ_1 – плотность акустической среды, а A_Φ – произвольная постоянная.

Для определения нормальные перемещений пластины находится значение функции Грина $G_0(x)$.

Для задания воздействия на преграду звуковой волны необходимо определить связь амплитуд давлений с кинематическими параметрами пластины. Для этого решается вспомогательная задача. Предполагается, что рассматривается четверть акустического пространства, ограниченного $0 \leq x < \infty$ и $0 \leq z < \infty$, на границе которого при $z=0$ задается нормальное перемещение, изменяющееся по времени по гармоническому закону. Требуется найти давление на границе пространства. В результате решения волнового уравнения в потенциалах получаем следующую зависимости

$$p_{1w} = -w_0\Gamma, \quad p_2 = w_0\Gamma; \quad \Gamma = -\omega^2\rho_0 \int_0^l G(x, z, \xi) d\xi;$$

$$G(x, z, \xi) = \frac{1}{\pi} \left[K_0(\omega|x-\xi|) + K_0(\omega|x+\xi|) \right],$$

где $G(x, z, \xi)$ – функция влияния Грина; K_0 – модифицированная функция Бесселя 2-го рода; ξ – координата приложения дельта-функции Дирака.

Для решения данной связанной задачи необходимо учитывать взаимосвязь кинематических параметров пластины и амплитуды давления набегающей волны, что в результате дает интегро-дифференциальное уравнение

$$\rho h \omega^2 w = -D \frac{d^4 w}{dx^4} - 2w\Gamma + p.$$

Для решения уравнения (13) применяется метод последовательных приближений:

$$w_0 = G_0(x) P_*,$$

$$w_1 = G_0(x) [2w_0\Gamma + P_*],$$

...

$$w_n = G_0(x) [2w_{n-1}\Gamma + P_*].$$

В результате полученное значение w_n , после выполнения n операций, позволяет определить амплитуды давлений в прошедшей и отраженной волнах, а также коэффициент звукопоглощения и показатель звукоизоляции. Таким образом, становится возможным выбирать оптимальные параметры материала, из которого выполнена пластина, и ее геометрию, что представляет существенный практический интерес.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-58-00034).

Список литературы

- 1 Волны в сплошных средах : учеб. пособ. для вузов / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
- 2 Полянин, А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А. Д. Полянин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 576 с.

УДК 539.3

ПЕРЕМЕЩЕНИЯ В КРУГОВОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЕ НА СЛОЖНОМ ОСНОВАНИИ

А. Г. КОЗЕЛ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Распространённой расчётной моделью трёхслойных конструкций является круглая пластина на упругом основании. Подобный конструктивный элемент присутствует в объектах аэрокосмической техники, судостроения, машиностроения, радиоэлектроники, а также в строительстве. Поэтому возникает актуальная проблема разработки эффективных методик расчёта напряжённо-деформированного состояния трёхслойных конструкций, связанных со сложным основанием.