УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ БОЛЬШИХ НАЧАЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА ПОВЕРХНОСТНУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГОГО СЛОЯ, КОНТАКТИРУЮЩЕГО СО СЛОЕМ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

А. М. БАГНО
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

В настоящей работе для проведения исследования в качестве подхода выбраны постановки задач и метод, основанные на применении представлений общих решений линеаризованных уравнений движения упругого тела и жидкости, предложенные в работах [1, 2].

В рамках принятых моделей система исходных соотношений линеаризованной теории гидроупругости для тел с начальными напряжениями, взаимодействующими с идеальной сжимаемой жидкой средой, имеет вид [1, 2]:

1) несжимаемые упругие тела –

$$\left(\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta}\frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_\beta} - \delta_{j\alpha}\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u_\alpha + \tilde{q}\frac{\partial f}{\partial z_i} = 0,\ \ \tilde{q}_{ij}\frac{\partial u_j}{\partial z_i} = 0,\ \ z_k \in V_1; \tag{1}$$

$$\tilde{Q}_j \equiv N_i^0\left(\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta}\frac{\partial u_\alpha}{\partial z_\beta} + \tilde{q}_{ij} f\right);\ \tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta} = \lambda_i\lambda_\beta\kappa_{ij\alpha\beta},\ \ \tilde{q}_{ij} = \lambda_i q_{ij},\ \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1; \tag{2}$$

2) идеальная сжимаемая жидкость –

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0}\nabla p = 0;\ \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \nabla\cdot\mathbf{v} = 0;\ \frac{\partial p}{\partial \rho^*} = a_0^2; \tag{3}$$

$$p_{ij} = -\delta_{ij}p;\ \tilde{P}_j = p_{ij}N_i^0;\ a_0 = \text{const},\ z_k \in V_2. \tag{4}$$

При этом специфику взаимодействия упругих и жидких сред отражают динамические и кинематические граничные условия

$$\tilde{Q}_1\Big|_{z_2=0} = 0;\ \tilde{Q}_2\Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_2\Big|_{z_2=0};\ \tilde{Q}_1\Big|_{z_2=-h_2} = 0;\ \tilde{Q}_2\Big|_{z_2=-h_2} = 0;\ \tilde{P}_2\Big|_{z_2=h1} = 0;\ v_2\Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{z_2=0}. \tag{5}$$

Здесь введены такие обозначения: u_α и v_i – компоненты векторов смещений твердого тела $\boldsymbol{u}$ и возмущений скорости жидкости $\boldsymbol{v}$; ρ и ρ_0 – плотности материала упругого слоя и жидкости; λ_i – удлинения упругого слоя в направлениях координатных осей; ρ^* и p – возмущения плотности и давления в жидкости; h_1 и h_2 – толщины жидкого и упругого слоев; $\tilde{Q}_j$ и $\tilde{P}_j$ – составляющие напряжений в упругом теле и жидкости. Выражения для тензоров $\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta}$ и $\tilde{q}_{ij}$, зависящие от вида начального состояния и типа упругого потенциала материала твердого тела, приведены в работах [1].

Для анализа распространения возмущений, гармонически изменяющихся во времени, решение системы уравнений находим в классе бегущих волн. Далее решаем две задачи Штурма – Лиувилля на собственные значения для уравнений движения упругого тела и жидкости, а также определяем соответствующие собственные функции. После подстановки решений в граничные условия и выполнения ряда преобразований получаем дисперсионное уравнение.

В дальнейшем дисперсионное уравнение решалось численно. При этом расчеты проводились для гидроупругой системы, состоящей из несжимаемого упругого слоя и слоя воды. В качестве материала для упругого слоя выбиралась высокоэластичная резина, упругие свойства которой описываются упругим потенциалом Трелоара.

Было установлено, что предварительные деформации вызывают изменение частот зарождения мод Лэмба и смещение их дисперсионных кривых. Начальное сжатие ($\lambda_1 = 0{,}8$) приводит к сдвигу критических частот и дисперсионных кривых в коротковолновую часть спектра. Численно было показано, что при сжатии и $\lambda_1 \approx 0{,}54$ (более точное значение $\lambda_1 \approx 0{,}543694$), то есть при уменьшении длины высокоэластичного несжимаемого тела на 46 % величины фазовых скоростей первой и второй мод обращаются в нуль. Это свидетельствует о том, что в условиях плоского напряженно-деформированного начального состояния для высокоэластичного несжимаемого неогуковского тела при $\lambda_1 \approx 0,54$ возникает явление поверхностной неустойчивости. Отметим, что это значение совпадает с ранее полученной величиной в теории устойчивости и соответствует значению параметра критического укорочения $\lambda_{кр}$.

Вычисления показали, что в гидроупругом волноводе фазовая скорость первой моды обращается в нуль при $\lambda_1 \approx 0,543695$. Это свидетельствует о том, что в условиях плоского напряженно-деформированного начального состояния поверхность упругого слоя гидроупругой системы, контактирующая со слоем жидкости, при $\tilde{\lambda}_{кр} = \lambda_1 \approx 0,543695$ теряет поверхностную устойчивость. У второй поверхности упругого слоя, которая является свободной, явление поверхностной неустойчивости возникает при $\lambda_{кр} = \lambda_1 \approx 0,543694$. Эти различия между $\tilde{\lambda}_{кр}$ и $\lambda_{кр}$ свидетельствуют о том, что наличие слоя идеальной сжимаемой жидкости приводит к понижению порога поверхностной неустойчивости гидроупругого волновода и возникновению ее раньше при меньшем сжатии $\tilde{\lambda}_{кр} > \lambda_{кр}$.

Таким образом, развитая линеаризованная теория волн применительно к высокоэластичным несжимаемым телам позволяет исследовать волновые процессы не только в общем и ряде частных случаев, а также возможность и условия возникновения явления поверхностной неустойчивости как в упругом слое, так и в гидроупругой системе.

Список литературы

1 **Гузь, А**. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями : в 2 ч. / А. Гузь. – Saarbrucken : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016.

2 **Guz, A. N.** Dynamics of compressible viscous fluid / A. N. Guz. – Cambridge : Cambridge Scientific Publishers, 2009. – 428 p.

УДК 62.752, 621:534;833; 888.6, 629.4.015;02

СПОСОБ НАСТРОЙКИ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ПОМОЩИ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Р. С. БОЛЬШАКОВ, А. В. НИКОЛАЕВ

Иркутский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация

Введение. Для стабильной эксплуатации транспортных средств при действии вибрационных нагружений в современных условиях необходим контроль над их динамически состоянием [1–3]. Одним из наиболее широко используемых методов является динамическое гашение колебаний [4], которое может быть получено при помощи введения в систему специальных устройств.

В предлагаемом докладе рассматриваются возможности настройки динамического состояния механической колебательной системы с твердым телом на упругих опорах с помощью дополнительно введенного рычажного механизма с дополнительной массой.

I. Общие положения. Постановка задачи. Рассматривается расчетная схема в виде механической колебательной системы с твердым телом на упругих опорах с дополнительно присоединенным динамическим гасителем колебания (рисунок 1, *а*). Возмущение представлено периодической силой Q_1 (гармоническое воздействие). Введены следующие обозначения: y_0 – колебания центра тяжести рабочего органа 1; M – масса твердого тела; J – момент инерции; y_1, y_2 – координаты движения твердого тела; $y_{В.О}$, $y_А$ – линейные колебания крепления динамического гасителя; φ – угловое колебание твердого тела; φ_1 – угловое колебание динамического гасителя 10; т. O – центр тяжести; т. A – точка крепления неподвижной части динамического гасителя к твердому телу; т. B – точка крепления упругого элемента динамического гасителя к твердому телу; l_0 – расстояние между крайними точками динамического гасителя; k_1, k_2, k_3 – жесткости упругих элементов.