

УДК 621.45.04

В. Ю. ЖУРАВЛЕВ, Е. В. ФАЛЬКОВА, Л. П. НАЗАРОВА,  
Д. А. КЛИМОВСКИЙ

Сибирский государственный университет науки и технологий им. академика М. Ф. Решетнева, г. Красноярск, Россия

## КИНЕМАТИКА ТОНКОСТЕННЫХ ВЫВОРАЧИВАЮЩИХСЯ ОБОЛОЧЕК ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

В работе предлагается кинематическая модель процесса выворачивания оболочки вращения, позволяющая определить теоретические зависимости основных характеристик процесса выворачивания от параметров оболочки, меняющихся при перемещении зоны перекатывания. По полученным зависимостям построены графики основных характеристик процесса выворачивания для оболочек произвольной толщины.

**Ключевые слова:** выворачивающаяся оболочка, диафрагмы-разделители, деформирование.

Тонкостенные выворачивающиеся оболочки вращения применяются в качестве вытесняющих элементов в емкостях при необходимости гарантированного разделения газовой и жидкой фаз [1].

Деформирование разделителя в процессе выворачивания носит четко выраженный пластический характер [2, 3] и сосредоточено в малом объеме торовой зоны перекатывания. Под действием распределенного давления в результате перемещения зоны пластического деформирования срединная часть разделителя изменяет положение относительно недеформированной, как это показано на рисунке 1.

Для емкости с диаметром 400–600 мм и толщиной разделителя 0,5–2 мм величина относительных деформаций меридиана на расстоянии  $s$  от срединной поверхности при переходе от недеформированной зоны с кривизной  $1/R$  в зону перекатывания с кривизной  $1/r$  равна:

$$\varepsilon_M = \frac{s}{R+s} R \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right),$$

т. е. не менее  $s/r$  и, для указанных выше размеров, на поверхности составляет 0,1–0,2. Относительные деформации параллелей и меридианов срединной поверхности по выходе из зоны пластического деформирования составляют

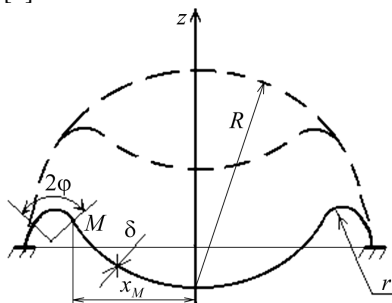


Рисунок 1 – Схема деформирования выворачивающегося разделителя

0,02–0,03 на основном участке процесса деформации. Практически вся рассматриваемая область является зоной пластических деформаций. Поэтому для выворачивающихся оболочек вращения необходимо применять материалы с большой протяженностью зоны пластических деформаций, модель которых можно представить как идеально упруго-пластическую.

Для идеально пластического тела пластическое течение определяется конечной комбинацией нагрузок. Путь нагружения, начальное напряжение и деформации при этом не учитываются. Для определения основных параметров процесса пластического выворачивания разделителя используется экстремальный принцип для идеально пластического тела, характеризующий действительное поле скоростей

$$\int_F X_{n1} v_{n1} \cdot dF \leq \tau_s \int_V H \cdot dV,$$

где  $X_{n1}$  – поверхностная нагрузка;  $v_{n1}$  – скорость перемещения точек поверхности;  $F$  – площадь деформируемой поверхности;  $\tau_s$  – предел текучести при сдвиге;  $H$  – кинематически возможная интенсивность скоростей деформации;  $V$  – объем зоны пластических деформаций.

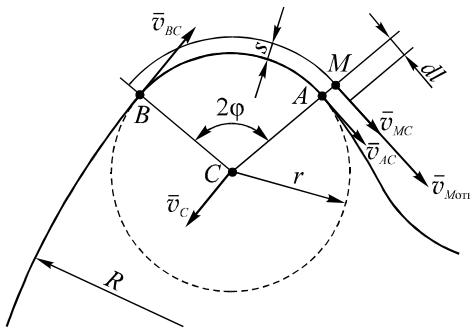


Рисунок 2 – Кинематика зоны пластического деформирования

Процесс свободного выворачивания можно представить моделью перекачивания условного тора по поверхности разделителя (рисунок 2). Пластически деформируется только область торовой поверхности разделителя. Она делит оставшуюся часть разделителя на две зоны деформации, перемещающиеся параллельно оси  $z$  в разных направлениях относительно друг друга: внешнюю зону, уже прошедшую пластическое деформирование; срединную зону, ожидающую процесс деформирования. Деформации системы осесимметричны и рассматриваются в плоскости меридионального сечения, ограниченной осью симметрии.

Меридиан срединной поверхности невывернутой части разделителя рассматривается в относительном перемещении как неподвижная кривая, по которой катится без скольжения срединная окружность сечения торовой поверхности зоны перекачивания. Тогда скорость любой точки  $A$  окружности геометрически складывается из скорости движения центра окружности  $C$  и скорости точки во вращательном движении вокруг этого центра

$$\bar{v}_A = \bar{v}_C + \bar{v}_{AC}.$$

Точка касания меридионального сечения и сечения зоны перекачивания  $B$  является мгновенным центром скоростей. Приняв точку  $C$  за полюс, перемещающийся со скоростью  $v_C$ , определяем вектор скорости мгновенного центра скоростей  $B$  суммой вектора скорости полюса  $v_C$  и вектора скорости вращательного движения вокруг полюса  $v_{BC}$ :

$$\bar{v}_B = \bar{v}_C + \bar{v}_{BC} = 0,$$

отсюда  $\bar{v}_{BC} = -\bar{v}_C$ .

Угловая скорость вращательного движения определяется по формуле

$$\omega = \frac{v_{BC}}{r} = \frac{v_C}{r}.$$

Кроме того, каждая точка  $M$  сечения торовой поверхности, отстоящая от срединной поверхности на расстояние  $s$ , за счет деформации меридиана  $\epsilon_M$  получает относительное перемещение вдоль соответствующей окружности со скоростью

$$v_{\text{отн}} = \frac{\epsilon_M dl}{dt}.$$

За время  $dt$  точка  $M$  по дуге меридиана торовой поверхности переместилась бы при неизменном меридиане на величину

$$dl = \omega(r + s)dt.$$

За счет деформации это расстояние изменится на величину  $\epsilon_M dl$ . Изменение длины меридиана вызовет относительное перемещение точки  $M$  вдоль меридиана со скоростью

$$v_{\text{отн}} = \frac{\epsilon_M dl}{dt} = \omega(r + s)\epsilon_M.$$

Угловая скорость, соответствующая относительному перемещению,

$$\omega_{\text{отн}} = \frac{v_{\text{отн}}}{r + s} = \omega\epsilon_M.$$

Таким образом, абсолютная скорость произвольной точки  $M$  в меридиональном сечении тора

$$\bar{v}_M = \bar{v}_C + \bar{v}_{MC} + \bar{v}_{M_{\text{отн}}},$$

где модули входящих в формулу скоростей  $v_C = \omega r$  – скорость точки  $C$  во вращательном движении вокруг мгновенного центра скоростей;  $v_{MC} = \omega(r+s)$  – скорость точки  $M$  во вращательном движении вокруг полюса  $C$ ;  $v_{M_{\text{отн}}} = \omega(r+s)\epsilon_M$  – скорость относительного движения точки  $M$ .

При выворачивании угол торовой области пластических деформаций равен  $2\varphi$  ( $\varphi$  – угол между вертикальной осью поперечного сечения тора и нормалью к границе торовой области). Проекция скорости точки  $M$  на ось перемещения  $z$  для значения  $\alpha_M = 2\varphi$

$$v_{Mz} = -v_C \sin \varphi - (v_{MC} + v_{M_{\text{отн}}}) \sin \varphi = -2(v_C + v_{M_{\text{отн}}}) \sin \varphi.$$

При таком представлении скорости произвольной точки  $M$  торовой поверхности в меридиональном сечении определена ее функциональная зависимость от переменного значения радиуса зоны перекатывания, соответствующего положению меридионального сечения вместо постоянного радиуса  $r$  для любого меридиана.

Перемещение разделителя при его деформировании происходит за счет изменения кривизны меридиана в местах перехода тора к недеформированной части, в местах перехода тора к деформированной и за счет деформаций материала разделителя на основном участке тора.

В зонах изменения кривизны меридиана его деформация происходит за счет поворота сечения вокруг крайних точек срединной поверхности, являющихся мгновенными центрами скоростей. Скорость деформаций в этих зонах равна

$$\eta_M = \frac{\omega}{x_M}(r + s).$$

Скорость деформации параллели на основном участке тора определяется отношением проекции скорости точки  $M$  к расстоянию до оси симметрии

$$\eta_{\parallel} = \frac{\omega}{x_M} \cdot \{-r \cos \varphi + [r + (r + s)\epsilon_M] \cos(\varphi - \alpha_M)\}.$$

Интенсивность скоростей деформации в точке определяется по известному значению первой главной скорости деформации  $\eta_1$  с точностью не менее 0,86 по формуле

$$H' = 2|\eta_1|.$$

В точках  $A$  и  $B$ , где деформация происходит за счет изменения кривизны меридиана, величина интенсивности скоростей деформации

$$H' = 2|\eta_M|.$$

А на остальной части тора она определяется скоростью увеличения длины параллели

$$H' = 2|\eta_{\parallel}|.$$

С учетом равномерно распределенного поверхностного давления энергетический принцип принимает вид

$$\int_F P_{n1} v_{n1} dF = -2\pi P \omega (r + \delta) (1 + \epsilon_M) \int_0^{x_M} [\sin(\varphi - \alpha_B) - \sin(\varphi - \alpha_M)] x dx.$$

Правая часть уравнения энергетического принципа преобразуется к виду

$$\tau_s \int_V H dV = 4\tau_s \pi \omega r \delta \left[ \frac{x_C \delta}{2r} \left( (1 + \epsilon_M) + \left( -\cos \varphi 2\varphi + 2\sin \varphi + (1 + \delta/r) \cdot \frac{1}{4} \epsilon_M \sin \varphi \right) \right) \right].$$

Решение уравнения дает величину давления выворачивания

$$P = \frac{4\tau_s \delta}{x_C \sin \varphi} \sqrt{x_C \delta \cdot (\sin \varphi - \varphi \cdot \cos \varphi)}.$$

Радиус зоны перекачивания определяется условием минимума энергии выворачивания [4]

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x_C \delta}{\sin \varphi - \varphi \cos \varphi}}.$$

По полученным зависимостям построены графики основных характеристик процесса выворачивания для оболочек произвольной толщины (рисунок 3).

Таким образом, предложенная кинематически возможная модель процесса выворачивания оболочки вращения позволила определить теоретические зависимости основных характеристик процесса выворачивания (давление выворачивания и радиус зоны перекачивания) от параметров оболочки, меняющихся при перемещении зоны перекачивания.

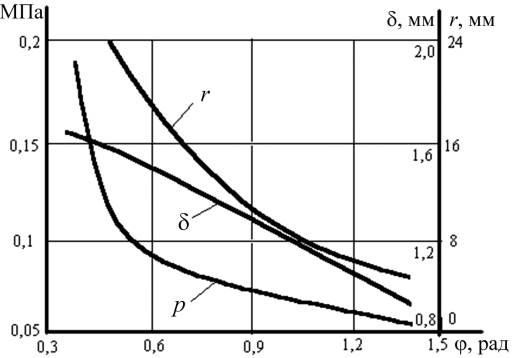


Рисунок 3 – Основные параметры процесса выворачивания

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Ефремов, В. Н.** Металлические выворачивающиеся диафрагмы – разделители топливных баков / В. Н. Ефремов, В. Ю. Журавлев. – Красноярск : САА, 1998. – 104 с.
  - 2 **Даев, И. Ф.** Пластическое деформирование вытеснительных диафрагм / И. Ф. Даев, В. Н. Залесов. – М. : Машиностроение, 1977. – 72 с.
  - 3 **Мудров, Д. С.** Исследование напряженно-деформированного состояния вытеснительных диафрагм / Д. С. Мудров, В. В. Зиль // Геотехнічна механіка. – 2016. – № 131. – С. 173–182.
  - 4 Математическая модель процесса выворачивания металлических разделителей топливных баков / В. Н. Ефремов [и др.] // Вестник СибГАУ. – 2005. – № 3. – С. 127–129.
- V. Yu. ZHURAVLEV, E. V. FALKOVA, L. P. NAZAROVA, D. A. KLIMOVSKIY  
Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk*

## EVERSION KINEMATICS OF THIN-WALLED SHELLS UNDER PLASTIC DEFORMATION

In this paper there is proposed a kinematic model of the eversion process of the shell of rotation, which makes it possible to determine the theoretical dependences of the main characteristics of the turning out process on shell parameters that change when the rolling zone moves. Based on the obtained dependences, there were created the graphs of the main characteristics of the eversion process for shells of arbitrary thickness.

Получено 13.04.2018