

УДК 539.384

А. Г. КОЗЕЛ

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ НА ОСНОВАНИИ ПАСТЕРНАКА

Приведена постановка и решение краевой задачи об осесимметричном изгибе не-симметричной по толщине физически нелинейной трёхслойной круговой пластины на двухпараметрическом основании Пастернака. Принимается, что гипотезы Кирхгофа справедливы в тонких несущих слоях, для лёгкого несжимаемого по толщине заполнителя применяется модель Тимошенко. Физические уравнения связи напряжений с деформациями в слоях соответствуют теории малых упругопластических деформаций. Дифференциальные уравнения равновесия в усилиях и перемещениях получены с помощью вариационного метода Лагранжа. Для решения нелинейной задачи применен метод упругих решений. Проведен численный анализ полученного решения.

Ключевые слова: трёхслойная пластина, физическая нелинейность, осесимметричный изгиб, основание Пастернака, численные результаты.

Введение. Наметившиеся в последние годы тенденции к применению слоистых конструкций в авиа- и ракетостроении, судостроении, а также в интенсивно развивающихся отраслях строительства и промышленности, приводят к необходимости разработки теории и эффективных методик их расчёта. Трёхслойные конструкции, набранные из двух несущих слоев и заполнителя, обеспечивающего их совместную работу, обладают широким спектром конструктивных достоинств. При относительно небольшой массе они имеют высокую несущую способность и изгибную жесткость, кроме этого, способны противостоять радиационным и другим негативным воздействиям.

Методика решения нестационарных задач теории упругости предложена в [1]. Деформирование трёхслойных элементов конструкций под действием статических нагрузок рассматривалось в работах [2–4], в том числе с учетом сжимаемости заполнителя [5, 6]. Исследование колебаний трехслойных пластин круговой формы на упругом основании проведено в [7, 8]. Модель упругого основания с использованием двух коэффициентов постели, учитывающая его сжимаемость и связность, была впервые использована П. Л. Пастернаком [9] для исследования взаимодействия с однородными элементами конструкций. Деформирование упругих круговых трехслойных пластин на основании Пастернака исследовалось в работах [10–16]. Постановки краевой задачи для упругопластической круговой трехслойной пластины, связанной с основанием Пастернака в усилиях и перемещениях, приведены в статьях

[17, 18]. В рассматриваемой работе основе полученного итерационного решения для аналогичной пластины проведен численный анализ зависимости перемещений от параметров основания.

Постановка краевой задачи. Рассматривается изгиб круговой трёхслойной пластины с лёгким заполнителем на двухпараметрическом основании под действием равномерно распределенной нагрузки интенсивности $q_0 = \text{const}$. Для изотропных внешних слоев толщиной h_1, h_2 приняты гипотезы Кирхгофа о несжимаемости, прямолинейности и перпендикулярности нормали к деформированной срединной плоскости. В лёгком относительно толстом несжимаемом по толщине заполнителе ($h_3 = 2c$) деформированная нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол $\psi(r)$, тангенциальные перемещения линейно распределены по толщине, не учитывается работа касательных напряжений.

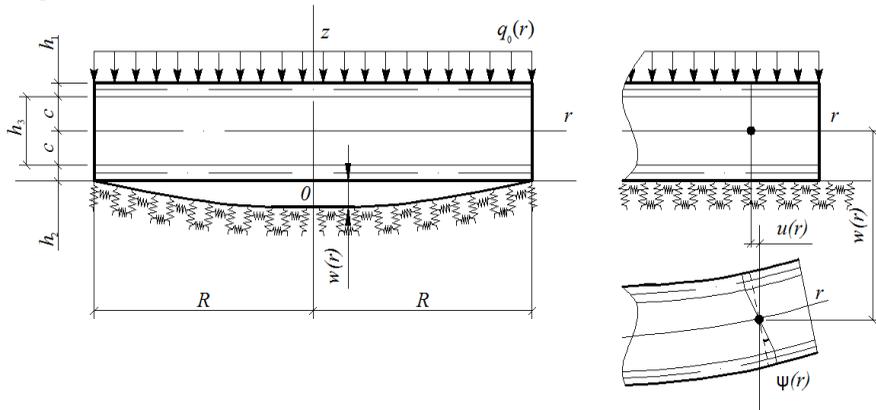


Рисунок 1 – Схема деформирования круговой пластины

Цилиндрическая система координат r, φ, z связана со срединной плоскостью заполнителя. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев. На нижнюю поверхность пластины действует реакция основания q_R , которая принимается в соответствии с моделью Пастернака, [9]

$$q_R(r) = -\kappa_0 w + t_f \Delta w, \quad (1)$$

где κ_0 – коэффициент сжатия; t_f – коэффициент сдвига материала основания; Δ – оператор Лапласа.

В силу симметрии нагрузки тангенциальные перемещения в слоях отсутствуют $u_\varphi^{(k)} = 0$ (k – номер слоя), а прогиб пластины w , относительный сдвиг в заполнителе ψ и радиальное перемещение u координатной плоскости не зависят от координаты φ . В дальнейшем эти функции считаются искомыми.

Предполагается, что материалы несущих слоев в процессе деформирования проявляют упругопластические свойства, наполнитель – нелинейно упругие. Физические уравнения состояния соответствуют теории малых упругопластических деформаций

$$\begin{aligned} s_{\alpha}^{(k)} &= 2G_k(1 - \omega_k(\epsilon_u^{(k)}))\vartheta_{\alpha}^{(k)}, \quad \sigma^{(k)} = 3K_k\epsilon^{(k)}, \\ s_{rz}^{(3)} &= 2G_3\vartheta_{rz}^{(3)}(1 - \omega_3(\epsilon_u^{(3)})), \quad (k=1, 2, 3, \alpha=r, \varphi), \end{aligned} \quad (2)$$

где $s_{\alpha}^{(k)}$, $\vartheta_{\alpha}^{(k)}$, $\sigma^{(k)}$, $\epsilon^{(k)}$ – девиаторные и шаровые части тензоров напряжений и деформаций; G_k, K_k – модули сдвиговой и объёмной деформации k -го слоя; $\omega_k(\epsilon_u^{(k)})$ – функции пластичности материалов несущих слоев, которые в случае $\epsilon_u^{(k)} \leq \epsilon_y^{(k)}$ следует положить равными нулю; $\epsilon_u^{(k)}$ – интенсивность деформаций в k -м слое ($k=1, 2$), $\epsilon_y^{(k)}$ – деформационный предел текучести материалов несущих слоёв; $s_{rz}^{(3)}$, $\vartheta_{rz}^{(3)}$ – касательное напряжение и угловая деформация в наполнителе; $\omega_3(\epsilon_u^{(3)})$ – универсальная функция физической нелинейности наполнителя, причём $\omega_3 \equiv 0$ при $\epsilon_u^{(3)} \leq \epsilon_s^{(3)}$; $\epsilon_s^{(3)}$ – предел физической нелинейности материала наполнителя.

Система дифференциальных уравнений равновесия в усилиях, описывающая деформирование рассматриваемой пластины, получена в [17] с помощью принципа Лагранжа. В перемещениях она является нелинейной, поэтому для ее решения применен метод упругих решений. В этом случае, с учетом (1), система принимает следующий итерационный вид:

$$\begin{aligned} L_2(a_1 u^{(n)} + a_2 \Psi^{(n)} - a_3 w_{,r}^{(n)}) &= p_{\omega}^{(n-1)}, \\ L_2(a_2 u^{(n)} + a_4 \Psi^{(n)} - a_5 w_{,r}^{(n)}) &= h_{\omega}^{(n-1)}, \\ L_3(a_3 u^{(n)} + a_5 \Psi^{(n)} - a_6 w_{,r}^{(n)}) - \kappa_0 w^{(n)} + t_f \Delta w^{(n)} &= -q_0 + q_{\omega}^{(n-1)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где n – номер приближения; $p_{\omega}^{(n-1)}$, $h_{\omega}^{(n-1)}$, $q_{\omega}^{(n-1)}$ – дополнительные «внешние» нагрузки, которые служат поправками на физическую нелинейность материалов, они на первом шаге полагают равными нулю, а в дальнейшем вычисляют по результатам предыдущего приближения

$$\begin{aligned} p_{\omega}^{(n-1)} &= T_{r\omega}^{(n-1)}{}_{,r} + \frac{1}{r}(T_{r\omega}^{(n-1)} - T_{\varphi\omega}^{(n-1)}), \quad h_{\omega}^{(n-1)} = H_{r\omega}^{(n-1)}{}_{,r} + \frac{1}{r}(H_{r\omega}^{(n-1)} - H_{\varphi\omega}^{(n-1)}), \\ q_{\omega}^{(n-1)} &= M_{r\omega}^{(n-1)}{}_{,rr} + \frac{1}{r}(2M_{r\omega}^{(n-1)}{}_{,r} - M_{\varphi\omega}^{(n-1)}{}_{,r}), \\ T_{\alpha\omega}^{(n-1)} &= \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} 2G_k \omega_k(\epsilon_{\alpha}^{(k)(n-1)})\vartheta_{\alpha}^{(k)(n-1)} dz, \quad M_{\alpha\omega}^{(n-1)} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} 2G_k \omega_k(\epsilon_{\alpha}^{(k)(n-1)})\vartheta_{\alpha}^{(k)(n-1)} z dz, \\ H_{\alpha\omega}^{(n-1)} &= M_{\alpha\omega}^{(3)(n-1)} + c(T_{\alpha\omega}^{(1)(n-1)} - T_{\alpha\omega}^{(2)(n-1)}); \end{aligned}$$

дифференциальные операторы L_2 , L_3 и коэффициенты a_i вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} L_2(g) &\equiv g_{,rr} + \frac{g_{,r}}{r} - \frac{g}{r^2}, \quad L_3(g) \equiv g_{,rrr} + \frac{2g_{,rr}}{r} - \frac{g_{,r}}{r^2} + \frac{g}{r^3}, \quad a_1 = \sum_{k=1}^3 h_k K_k^+, \\ a_2 &= c(h_1 K_1^+ - h_2 K_2^+), \quad a_3 = h_1(c + \frac{1}{2}h_1)K_1^+ - h_2(c + \frac{1}{2}h_2)K_2^+, \\ a_4 &= c^2(h_1 K_1^+ + h_2 K_2^+ + \frac{2}{3}c K_3^+), \quad a_5 = c[h_1(c + \frac{1}{2}h_1)K_1^+ + h_2(c + \frac{1}{2}h_2)K_2^+ + \frac{2}{3}c^2 K_3^+], \\ a_6 &= h_1(c^2 + ch_1 + \frac{1}{3}h_1^2)K_1^+ + h_2(c^2 + ch_2 + \frac{1}{3}h_2^2)K_2^+ + \frac{2}{3}c^3 K_3^+, \\ K_k^+ &\equiv K_k + \frac{4}{3}G_k, \quad K_k^- \equiv K_k - \frac{2}{3}G_k. \end{aligned}$$

Таким образом, на каждом шаге приближения мы имеем линейную задачу теории упругости с известными дополнительными «внешними» нагрузками.

В случае жесткой заделки контура пластины краевая задача по определению перемещений замыкается присоединением к (3) граничных условий:

$$u^{(n)} = \psi^{(n)} = w^{(n)} = w^{(n)}_{,r} = 0 \quad \text{при } r = R. \quad (4)$$

Решение краевой задачи. С помощью первых двух уравнений система (3) приводится к виду

$$\begin{aligned} u^{(n)} &= b_1 w_{,r}^{(n)} - \frac{1}{a_1 a_4 - a_2^2} \frac{1}{r} \int r \int (a_2 h_\omega^{(n-1)} - a_4 p_\omega^{(n-1)}) d r d r + C_1^{(n)} r + \frac{C_2^{(n)}}{r}, \\ \psi^{(n)} &= b_2 w_{,r}^{(n)} + \frac{1}{a_1 a_4 - a_2^2} \frac{1}{r} \int r \int (a_1 h_\omega^{(n-1)} - a_2 p_\omega^{(n-1)}) d r d r + C_3^{(n)} r + \frac{C_4^{(n)}}{r}, \\ w_{,rrr}^{(n)} + \frac{2}{r} w_{,rr}^{(n)} - \frac{1}{r^2} w_{,rr}^{(n)} + \frac{1}{r^3} w_{,r}^{(n)} - t_{f_1} (w_{,rr}^{(n)} + \frac{1}{r} w_{,r}^{(n)}) + \kappa^4 w^{(n)} &= q_0 + f_\omega^{(n)}. \quad (5) \end{aligned}$$

где $C_1^{(n)}$, $C_2^{(n)}$, $C_3^{(n)}$, $C_4^{(n)}$ – константы интегрирования на n -м шаге;

$$t_{f_1} = t_f D, \quad \kappa^4 = \kappa_0 D, \quad q = q_0 D, \quad b_1 = \frac{a_3 a_4 - a_2 a_5}{a_1 a_4 - a_2^2}, \quad b_2 = \frac{a_1 a_5 - a_2 a_3}{a_1 a_4 - a_2^2},$$

$$f_\omega^{(n)} = -D q_\omega^{(n-1)} + D_1 \frac{1}{r} (r p_\omega^{(n-1)})_{,r} + D_2 \frac{1}{r} (r h_\omega^{(n-1)})_{,r},$$

$$D = \frac{a_1 (a_1 a_4 - a_2^2)}{(a_1 a_6 - a_3^2)(a_1 a_4 - a_2^2) - (a_1 a_5 - a_2 a_3)^2},$$

$$D_1 = \frac{a_1 (a_3 a_4 - a_2 a_5)}{(a_1 a_6 - a_3^2)(a_1 a_4 - a_2^2) - (a_1 a_5 - a_2 a_3)^2},$$

$$D_2 = \frac{a_1 (a_1 a_5 - a_2 a_3)}{(a_1 a_6 - a_3^2)(a_1 a_4 - a_2^2) - (a_1 a_5 - a_2 a_3)^2}.$$

Приведенные здесь интегралы определяются, исходя из равенства нижнего предела нулю при переменном верхнем пределе r .

Решение уравнения (5)₃ получим по методике, примененной в [18], тогда рекуррентный прогиб, при равномерно распределенной нагрузке, будет

$$w^{(n)} = C_5^{(n)} J_0(\sqrt{a}kr) + C_6^{(n)} H_0^{(1)}(\sqrt{a}kr) + \\ + C_7^{(n)} J_0(\sqrt{\bar{a}}kr) + C_8^{(n)} H_0^{(2)}(\sqrt{\bar{a}}kr) + \frac{q + f_\omega^{(n)}}{\kappa}, \quad (6)$$

где $J_0(\sqrt{a}kr)$, $J_0(\sqrt{\bar{a}}kr)$ – функции Бесселя комплексных аргументов $\sqrt{a}kr$ и $\sqrt{\bar{a}}kr$, $H_0^{(1)}(\sqrt{a}kr)$, $H_0^{(2)}(\sqrt{\bar{a}}kr)$ – функции Ханкеля первого и второго рода от тех же аргументов; a и \bar{a} – коэффициенты, введенные в [18].

Для сплошных круговых пластин, исходя из ограниченности прогиба в начале координат, в выражениях (5), (6) следует положить $C_2^{(n)} = C_4^{(n)} = 0$ и $C_6^{(n)} = C_8^{(n)} = 0$.

Рекуррентное решение задачи об изгибе круговой упругопластической трехслойной пластины на упругом основании Пастернака принимает вид

$$w^{(n)} = C_5^{(n)} J_0(\sqrt{a}kr) + C_7^{(n)} J_0(\sqrt{\bar{a}}kr) + \frac{q + f_\omega^{(n)}}{\kappa}, \\ u^{(n)} = b_1 w_{,r}^{(n)} - \frac{1}{a_1 a_4 - a_2^2} \frac{1}{r} \int r \int (a_2 h_\omega^{(n-1)} - a_4 p_\omega^{(n-1)}) dr dr + C_1^{(n)} r, \\ \Psi^{(n)} = b_2 w_{,r}^{(n)} + \frac{1}{a_1 a_4 - a_2^2} \frac{1}{r} \int r \int (a_1 h_\omega^{(n-1)} - a_2 p_\omega^{(n-1)}) dr dr + C_3^{(n)} r. \quad (7)$$

Константы интегрирования $C_1^{(n)}$, $C_3^{(n)}$, $C_5^{(n)}$, $C_7^{(n)}$ следуют из условий закрепления пластины, например (4).

Численный параметрический анализ. Численные результаты получены для защемленной по контуру пластины единичного радиуса $R = 1$ м, связанной с основанием малой жесткости ($\kappa_0 = 5$ МПа/м). Величина интенсивности поверхностной нагрузки $q_0 = -12$ МПа принята таким образом, чтобы нелинейные свойства материалов слоев проявились в достаточной степени; толщины слоев $h_1 = h_2 = 0,04$ м, $h_3 = 0,4$ м.

Функции пластичности и нелинейности в соотношениях (2) удобно представить в виде, предложенном в [19],

$$\omega_k(\epsilon_u) = \begin{cases} 0, & \epsilon_u \leq \epsilon_y, \\ A_k (1 - \epsilon_y^{(k)} / \epsilon_u)^{\alpha_k}, & \epsilon_u > \epsilon_y, \end{cases}$$

где A_k, α_k – константы нелинейности материалов слоев.

Принимается, что верхние несущие слои пластины выполнены из алюминиевого сплава Д16Т, для заполнителя выбран фторопласт-4 (ПТФЭ), соответствующие упругие и нелинейные характеристики материалов заимст-

вованы из [20, 21]: Д16Т – $A_1 = 0,96$; $\alpha_1 = 2,34$; $\epsilon_y^{(1)} = 0,735$ %, для фторопласта – $A_3 = 0,905$; $\alpha_3 = 1,48$; $\epsilon_s = \epsilon_y^{(3)} = 3,3$ %.

Численное исследование итерационного решения (7) продемонстрировало быструю сходимость метода. Это подтверждают графики прогиба w и сдвига в заполнителе ψ вдоль радиуса пластины на рисунке 2 *а, б*, номер кривой соответствует номеру итерации. За искомое решение принимается 4-е приближение, отличающееся от предыдущего менее чем на 1 %. Учет физической нелинейности материалов слоев искомой пластины дает увеличение расчётных перемещений до 16 %.

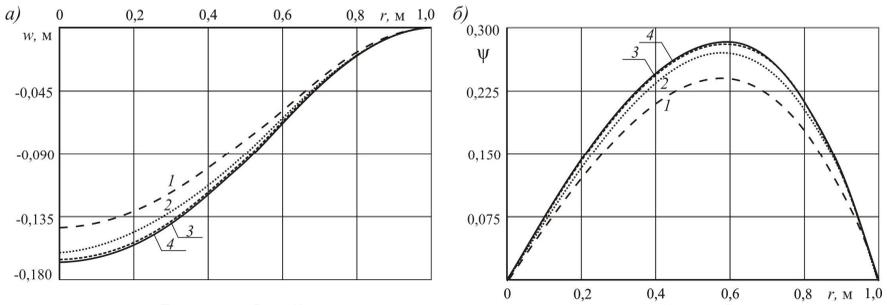


Рисунок 2 – Сходимость метода упругих решений, $t_f = 0$

На рисунке 3 показано изменение перемещений вдоль радиуса пластины при различных коэффициентах сдвига основания t_f , МПа·м: 1 – $t_f = 0$; 2 – $t_f = 1$; 3 – $t_f = 1,75$. При $t_f = 1$ МПа·м уменьшение максимумов перемещений достигает 26 %, дальнейшее увеличение коэффициента сдвига до $t_f = 1,75$ МПа·м (согласно рекомендациям [22]) приводит к уменьшению перемещений до 37 %.

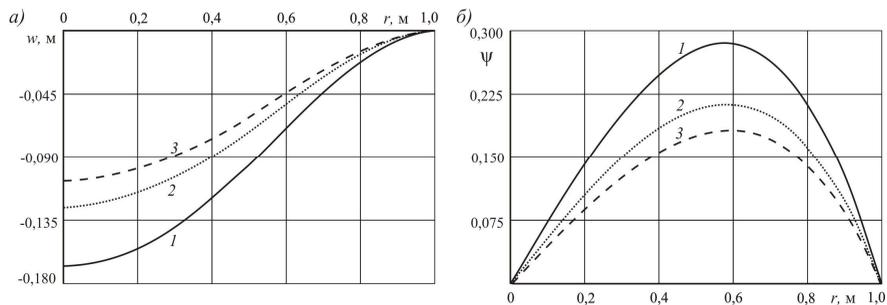


Рисунок 3 – Прогиб w (а) и сдвиг ψ (б) для коэффициентов сдвига основания: 1 – $t_f = 0$; 2 – $t_f = 1$ МПа·м; 3 – $t_f = 1,75$ МПа·м

Заключение. Предложенное решение краевой задачи позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние упругопластической круговой

трехслойной пластины, связанной с упругим основанием Пастернака при различных нагрузках и материалах слоев и основания. Учет сдвиговой жесткости при использовании модели основания Пастернака позволяет уточнить оценку расчётного ресурса конструкций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского Республиканского фонда фундаментальных исследований (проект № Т19РМ-089).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Тарлаковский, Д. В.** Нестационарные задачи для упругой полуплоскости с подвижной точкой смены граничных условий // Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 3. – С. 188–206.

2 **Gorshkov, A. G.** Harmonic Vibrations of a Viscoelastoplastic Sandwich Cylindrical Shell / A. G. Gorshkov, E. I. Starovoitov, A. V. Yarovaya // International Applied Mechanics. – 2001. – Vol. 37, No. 9. – P. 1196–1203.

3 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование упругого трехслойного стержня локальными нагрузками / Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая, Д. В. Леоненко // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2001. – № 4. – С. 37–40.

4 **Нестерович, А. В.** Напряжения в круговой пластине типа Тимошенко при несимметричном растяжении-сжатии / А. В. Нестерович // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – Вып. 11. – С. 195–203.

5 **Захарчук, Ю. В.** Влияние сжимаемости заполнителя на перемещения в трехслойной круговой симметричной пластине // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2018. – № 2. – С. 14–27.

6 **Зеленая, А. С.** Деформирование упругой трехслойной прямоугольной пластины со сжимаемым заполнителем / А. С. Зеленая // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. Серия Естественные науки. – 2017. – № 6 (105). – С. 89–95.

7 **Starovoitov, E. I.** Resonant effects of local loads on circular sandwich plates on an elastic foundation / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko // International Applied Mechanics. – 2010. – Vol. 46, No 1. – P. 86–93.

8 **Леоненко, Д. В.** Свободные колебания круговых трехслойных пластин на упругом основании // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2008. – № 3. – С. 42–47.

9 **Пастернак, П. Л.** Основы нового метода расчёта фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели / П. Л. Пастернак. – М. : Гос. изд-во литературы по строительству и архитектуре, 1954. – 55 с.

10 **Козел, А. Г.** Деформирование круговой трёхслойной пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2017. – Вып. 32. – С. 235–240.

11 **Козел, А. Г.** Перемещения в круговой трехслойной пластине на двухпараметрическом основании / А. Г. Козел // Механика. Исследования и инновации. – 2017. – Вып. 10. – С. 90–95.

12 **Козел, А. Г.** Деформирование круговой трехслойной пластины, защемленной по контуру, на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2018. – Вып. 33. – С. 318–323.

13 **Козел, А. Г.** Деформированное состояние трёхслойной круговой пластины, связанной с основанием Пастернака / А. Г. Козел // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2018. – № 1. – С. 24–33.

14 **Старовойтов, Э. И.** Изгиб упругой трёхслойной круговой пластины на основании Пастернака / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т. 24. – № 1. – С. 392–406.

15 **Козел, А. Г.** Влияние сдвиговой жёсткости основания на напряжённое состояние сэндвич-пластины / А. Г. Козел // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2018. – № 6 (332). – С. 25–35.

16 **Старовойтов, Э. И.** Влияние жесткости основания Пастернака на деформирование круговой трёхслойной пластины / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2019. – № 2. – С. 107–114.

17 **Козел, А. Г.** Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – Вып. 11. – С. 127–133.

18 **Козел, А. Г.** Решение задачи об изгибе упругопластической круговой пластины на основании Пастернака / А. Г. Козел // Теоретическая и прикладная механика. – 2019. – Вып. 34. – С. 165–171.

19 **Starovoitov E. I.** Foundations of the theory of elasticity, plasticity, and viscoelasticity / E. I. Starovoitov, F. B. Nagiyev. – Toronto, New Jersey : Apple Academic Press, 2012. – 346 p.

20 **Старовойтов, Э. И.** Соппротивление материалов / Э. И. Старовойтов – М. : Физматлит, 2008. – 384 с.

21 **Трацевская, Е. Ю.** Экспериментальное исследование динамических характеристик неустойчивости трехфазных грунтов / Е. Ю. Трацевская // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2017. – № 2. – С. 57–64.

22 **Fwa, T. F.** Use of Pasternak foundation model in concrete pavement analysis / T. F. Fwa, X. P. Shi, S. A. Tan // Journal of Transportation Engineering. – Vol. 122, No. 4. – 1996. – С. 323–328.

KOZEL A. G.

Belarusian State University of Transport, Gomel, Belarus

DEFORMATION OF A PHYSICALLY NONLINEAR THREE-LAYER PLATE ON THE PASTERNAK BASE

There is presented the formulation and solution of the boundary value problem of the axisymmetric bending of a physically nonlinear three-layer circular plate on a two-parameter Pasternak base. The Kirchhoff's hypotheses are assumed for the thin carrier layers; for the light incompressible in thickness filler, the Timoshenko model is used. The physical equations of the stress-strain relationship in layers correspond to the theory of the small elastic-plastic deformations. Equilibrium differential equations in forces and displacements are obtained using the Lagrange variational method. The method of elastic solutions is applied to solve the nonlinear problem. The numerical analysis of the obtained solution is carried out.

Получено 02.11.2019