

УДК 532.529:577.3

*Н. Н. КИЗИЛОВА, А. М. КОРОБОВ*

*Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, Харьков, Украина*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ОДНОРОДНЫХ СЛОИСТЫХ БИОЛОГИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НИЗКОИНТЕНСИВНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Приведен обзор моделей механики сплошных сред для переноса тепла в биологических тканях с учетом распределенных источников тепла в виде метаболических реакций и отвода тепла системой микроциркуляции. Модели служат для оптимизации терапии кожных, мышечных и ряда других заболеваний посредством низкоинтенсивного оптического излучения лазерами или фотодиодами. Обоснован выбор модели, основанной на законе переноса тепла Guyer-Krumhansl. Численные расчеты проведены с помощью метода конечных разностей для параметров модели, соответствующих трем слоям кожи человека. На основе сопоставления численных результатов с данными измерений на добровольцах проведена идентификация таких параметров модели, как метаболическая теплопродукция и скорость микроциркуляции, которые являются индивидуальными для пациента. Показано, что для группы молодых здоровых испытуемых эти параметры представляют собой группы с относительно небольшим разбросом. Модель с идентифицированными параметрами может затем использоваться для оптимизации фотодинамической терапии у конкретного пациента.

**Ключевые слова:** биологическая ткань, оптическое излучение, температурное поле, теплопроводность.

**Введение.** Фототерапия видимым светом (оптическое излучение, ОИ) и инфракрасным излучением (ИК) или их сочетанием является одним из самых перспективных методов дополнительного немедикаментозного лечения инфекционных болезней, проблем с кожей, сухожилиями, связками, суставами, обработкой ран и ряда других [1–3]. Действие ИК и ОИ усиливает микроциркуляцию крови, нормализует метаболические процессы, обеспечивает болеутоляющее действие, стимулирует регенеративные процессы и заживление ран [4–6]. Излучение с длинами волн  $\lambda = 0,76...400$  мкм проникает в поверхностные ткани на глубину 2–3 см, действует на кожные терморепцепторы и, после  $t = 2...3$  мин, вызывает локальную гиперемию тканей, что сопровождается активацией метаболизма ткани, окислительных процессов, сокращением содержания воды и ряду других эффектов [3–6]. Наиболее обещающие медицинские технологии основаны на использовании низкоинтенсивных (НИ) лазеров и светодиодов [3, 7]. Их воздействие приводит к незначительным тепловым эффектам в связи с отсутствием ИК компоненты и оказывает терапевтическое влияние через фотохимические и фотофизические механизмы [3, 8]. Механизмы действия фотонов связаны с поглощением

ем фотонов клеточными хромофорами и реакцией клеточных рецепторов, которые приводят к каскаду реакций на уровнях клеток и тканей [3, 7, 8]. В результате активизируется дыхание клеток, синтез ими коллагена и факторов роста, что обеспечивает ранозаживляющий эффект в костях, коже, хряще, сухожилиях и связках и многие другие терапевтические эффекты.

Для успешного применения фототерапии необходимы соответствующие математические модели, которые позволяли бы оценивать оптимальную для индивидуального пациента дозу и параметры излучения. В данной работе исследуются модели, основанные на моделях механики сплошной среды и законов переноса тепла, отличных от закона Фурье, что характерно для биологических тканей.

### Математические модели теплопереноса в однородных материалах.

Наиболее популярное уравнение баланса тепла в биологической ткани как сплошной среде с распределенными источниками (метаболическое тепло  $q_{met}$  и индуцированные химические реакции  $q_{ch}$ ) и стоками (отвод тепла вместе с циркулирующей кровью) было сформулировано Pennes в виде [9]

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(k \nabla T) + q_{met} + q_{ch} + \rho_b c_b w_b (T_b - T), \quad (1)$$

где  $T$  – температура;  $\rho$ ,  $c$ ,  $k$  – плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопереноса в материале; индекс  $b$  обозначает те же величины для крови;  $w_b$  – скорость течения крови в капиллярах.

Использование модели (1) для количественного описания локального нагрева в поверхностных тканях человека и экспериментальных животных за счет НИОИ при условиях Дирихле и Неймана на внешней поверхности в предположении  $q_{met} = \text{const}$ ,  $q_{ch} = 0$  приводит к температурным кривым  $T(t)$ , которые не согласуются с результатами измерений [3]. В частности, рассчитанные кривые характеризуются одним временем релаксации  $\tau$  (т. е.  $T \sim e^{-t/\tau}$ ), тогда как данные экспериментов регистрируют кривые как минимум с двумя временами как при облучении, так и при последующей релаксации.

Для устранения этого недостатка модели (1) была предложена модель с одним временем запаздывания  $\tau_q$  между изменением вектора  $\nabla T(t)$  в каждой точке сплошной среды и вызванным им изменением потока тепла  $q(t + \tau_q)$  в той же точке (single phase lag, SPL модель) [10]. При этом параболическое уравнение (1) становилось гиперболическим

$$\begin{aligned} \rho c \tau_q \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + (\rho c + \rho_b c_b w_b \tau_q) \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_b c_b w_b T = \\ = \text{div}(k \nabla T) + q_{met} + q_{ch} + \rho_b c_b w_b T_b \end{aligned} \quad (2)$$

и описывало распространение тепловых волн с конечной скоростью.

Позже было показано, что SPL модель (2) дает нефизические результаты [11]. Другая модификация уравнения Pennes основана на введении второго

времени запаздывания  $\tau_T$ , которое требуется для изменения градиента температуры (dual phase lag model, DPL) [10], для которой

$$\begin{aligned} \rho c \tau_q \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + (\rho c + \rho_b c_b w_b \tau_q) \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_b c_b w_b T = \\ = k \left( \nabla^2 T + \tau_T \frac{\partial(\nabla^2 T)}{\partial t} \right) + q_{met} + q_{ch} + \rho_b c_b w_b T_b. \end{aligned} \quad (3)$$

Сравнительный анализ решений (2) и (3) для задач с простой геометрией (облучение термоупругого полупространства) показал, что обе модели предсказывают сходные кривые  $T(t)$  при достаточно малых  $\tau_q$  и  $\tau_T$ . Если  $\tau_{q,T} > 10$  с, то различия между температурными кривыми, посчитанными на основании (2) и (3), становятся существенными. Поскольку фотоиндуцированные реакции в клетках и тканях запускаются с некоторым запаздыванием (более 10 с), использованием модели (3) вместо (1) или (2) может приводить к существенно отличным кривым нагревания и релаксации тканей [3]. В работах [12–14] было показано, что если в DPL модели  $\tau_q - \tau_T \leq 0$ , то возникает нарушение принципа причинности, т. к. при этом запаздывание реакции (изменение потока тепла) на событие (изменение градиента температуры) в точке меньше, чем запаздывание самого события в ответ на изменение внешних условий (интенсивности облучения и др.).

Обобщение моделей SPL и DPL на случай трех и более времен запаздывания привело к уравнениям баланса тепла, которые не соответствуют базовым принципам термодинамики, в частности, второму закону [15].

Термодинамически непротиворечивый закон теплопроводности, отличный от закона Фурье, – это закон Guyer-Krumhansl (GK) в форме [11, 16]

$$\tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \nabla^2 T + \kappa^2 \frac{\partial(\nabla^2 T)}{\partial t} \right), \quad (4)$$

где  $\alpha = k/\rho c$ ,  $\kappa^2([\kappa^2] = \text{м}^2)$  – коэффициент диссипации тепла.

При  $\alpha, \tau = 0$  (4) соответствует теплопередаче в соответствии с законом Фурье. В уравнении (4) все параметры положительные и имеют четкий физический смысл, в отличие от моделей (2) и (3). Модификация классического уравнения Pennes (1) с учетом (4) имеет вид

$$\tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial t} + \tilde{\rho}_b \tilde{c}_b w_b T = \alpha \left( \nabla^2 T + \kappa^2 \frac{\partial(\nabla^2 T)}{\partial t} \right) + \tilde{q}_{met} + \tilde{q}_{ch} + \tilde{\rho}_b \tilde{c}_b w_b T_b, \quad (5)$$

где  $\tilde{\rho}_b = \rho_b / \rho c$ ,  $\tilde{c}_b = c_b / c$ ,  $\tilde{q}_{met} = q_{met} / \rho c$ ,  $\tilde{q}_{ch} = q_{ch} / \rho c$ .

В наших предыдущих работах было показано, что без учета слагаемых  $q_{met}$ ,  $q_{ch}$  переход от облучения к релаксации на температурных кривых не соответствует данным измерений, в том числе и при использовании наибо-

лее обоснованной модели (5). Удалось показать, что в случае линейной аппроксимации зависимостей  $q_{met}(T)$ ,  $q_{ch}(T)$  результирующие кривые  $T(t)$  соответствуют измеренным на поверхности руки волонтеров с довольно высокой точностью [17].

В данной работе с помощью данных собственных измерений [3, 17] на молодых здоровых испытуемых проведена идентификация параметров модели (5) и выполнен анализ полученных результатов для дальнейшего ее использования в целях планирования индивидуальной терапии.

**Слоистая модель поверхностных тканей и постановка задачи.** Кровные ткани тела человека представлены кожей, состоящей из слоев эпидермиса (1), дермиса (2) и гиподермиса (3) с толщинами  $h_1 \sim 100 \dots 120$  мкм,  $h_2 \sim 1000 \dots 1200$  мкм, а значения  $h_3$  зависят от степени развития подкожной клетчатки. Далее расположены глубокие ткани, которые могут быть костью, мышцей, соединительной и др. тканями с различными термомеханическими свойствами. Рассматривается цилиндрическая область высотой  $h$  радиуса  $R$ , заполненная слоями от эпидермиса до глубоких тканей. В центре области на расстоянии 5 мм от эпидермиса находится светодиод или оптоволокно, создающей на коже световое пятно с диаметром  $\sim 15$  мм. Распределение интенсивности ОИ по поверхности пятна Гауссово

$$q_s(t, r, 0) = q_0 \exp(-r^2 / (2R^2 \sigma^2)),$$

где  $q_0$  и  $\sigma$  – технические характеристики источника ОИ, длины волн – от красного до синего цвета [3]. Воздействие ОИ проводится в течение 20 мин, при этом в центре пятна каждые 2 мин с помощью фотоэлектрического датчика с точностью 0,1 °С измеряется поверхностная температура. После окончания воздействия ОИ, измерения температуры проводятся еще в течение 30 мин для получения релаксационных кривых.

Для определения распределения температур в слоистом биологическом материале уравнения (5) записываются для каждого слоя с соответствующими коэффициентами

$$\begin{aligned} \tau^{(j)} \frac{\partial^2 T^{(j)}}{\partial t^2} + \frac{\partial T^{(j)}}{\partial t} + \tilde{\rho}_b \tilde{c}_b w_b T^{(j)} = \alpha^{(j)} \left( \nabla^2 T^{(j)} + \kappa^{(j)2} \frac{\partial (\nabla^2 T^{(j)})}{\partial t} \right) + \\ + \tilde{q}_{met}^{(j)} + \tilde{q}_{ch}^{(j)} + \tilde{\rho}_b \tilde{c}_b w_b T_b, \end{aligned} \quad (6)$$

На границах раздела между слоями заданы условия непрерывности температуры и потоков тепла в виде

$$\begin{aligned} x = h_1 & : T^{(1)} = T^{(2)}, \quad \lambda^{(1)} \partial T^{(1)} / \partial x = \lambda^{(2)} \partial T^{(2)} / \partial x, \\ x = h_1 + h_2 & : T^{(2)} = T^{(3)}, \quad \lambda^{(2)} \partial T^{(2)} / \partial x = \lambda^{(3)} \partial T^{(3)} / \partial x, \\ x = h_1 + h_2 + h = h & : T^{(3)} = T^{(4)}, \quad \lambda^{(3)} \partial T^{(3)} / \partial x = \lambda^{(4)} \partial T^{(4)} / \partial x, \end{aligned} \quad (7)$$

Границы материала определялись из условий отсутствия соответствующих поперечных и радиальных потоков тепла

$$\begin{aligned} x = h: & \quad \lambda^{(4)} \partial T^{(4)} / \partial x = 0, \\ r = R: & \quad \lambda^{(i)} \partial T^{(i)} / \partial r = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

а для начального момента времени задано однородное распределение температуры и, в силу второго порядка по времени уравнений (6), начальное условие для первой производной в виде

$$t = 0: \quad T^{(i)} = 36,6^\circ \text{C} \equiv T_0, \quad \partial T^{(i)} / \partial t = 0. \quad (9)$$

Численное решение задачи (6)–(9) проводилось методом конечных разностей с постоянным шагом по координатам  $(r, x)$ . Шаг по времени определялся из условия устойчивости счета. Подробно численная схема изложена в [18].

**Численные расчеты поля температур, сравнение с экспериментом и обсуждение.** Численные расчеты проводились при следующих значениях параметров модели:  $R = 30$  мм,  $h_1 = 100$  мкм,  $h_2 = 2 \dots 3$  мм,  $h_3 = 1 \dots 2$  см в зависимости от индивида,  $\lambda^{(1)} = 0,2 \dots 0,3$  Вт/(м·К),  $\lambda^{(2)} = 0,4 \dots 0,5$  Вт/(м·К),  $\lambda^{(3)} = 0,1 \dots 0,2$  Вт/(м·К),  $c^{(1)} = (4,2 \dots 4,5) \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup>·К),  $c^{(2)} = (3,8 \dots 4,1) \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup>·К),  $c^{(3)} = (2,5 \dots 2,9) \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup>·К),  $c_b = (3,9 \dots 4,0) \cdot 10^6$  Дж/(м<sup>3</sup>·К),  $w_b^{(1)} = 0$ ,  $w_b^{(2)} = w_b^{(3)} = (1 \dots 2) \cdot 10^{-3}$  с<sup>-1</sup>, верхние индексы (1), (2), (3) относятся к эпидермису, дермису и гиподермису соответственно.

Данные для тканей:

- кровь:  $T_b = 37^\circ \text{C}$ ,  $\rho_b = 1160$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_b = 3650 \dots 3770$  Дж/кг·К,  $w_b = 0,5 \dots 3$  с<sup>-1</sup>;
- кожа:  $h = 2,5 \dots 3$  см,  $\rho = 1190$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 3600 \dots 3765$  Дж/кг·К,  $\lambda = 0,235 \dots 0,42$  Вт/м·К,  $q_{met} = 245 \dots 368$  Вт/м<sup>3</sup>,  $\tau = 10^{-3}$  с;
- мышцы:  $h = 0,5 \dots 3,5$  см,  $\rho = 1190$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 3600 \dots 3768$  Дж/кг·К,  $\lambda = 0,44 \dots 0,5$  Вт/м·К,  $q_{met} = 368 \dots 684$  Вт/м<sup>3</sup>,  $\tau = 0,4 \dots 0,5$  с;
- кость:  $h = 0,35 \dots 1$  см,  $\rho = 1190$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 3600 \dots 3768$  Дж/кг·К,  $\lambda = 0,17 \dots 0,19$  Вт/м·К,  $q_{met} = 220 \dots 300$  Вт/м<sup>3</sup>,  $\tau = 1 \dots 1,5$  с.

Для рассчитанных температурных полей  $T(t, r, x)$  строились температурные кривые  $T(t)$  в центре пятна  $(r, x) = (0, 0,2)$ , которые затем сопоставлялись с результатами измерений у того же индивида. С помощью метода наименьших квадратов проводилась коррекция индивидуальных значений параметров  $q_{met}^{(j)}$ ,  $q_{ch}^{(j)}$ ,  $w_b$ . Результаты измерений на трех участках левой и нижней верхних конечностей молодых здоровых испытуемых без сильно выраженной подкожной клетчатки приведены на рисунке 1 в виде осредненных кривых с указанием индивидуального разброса.

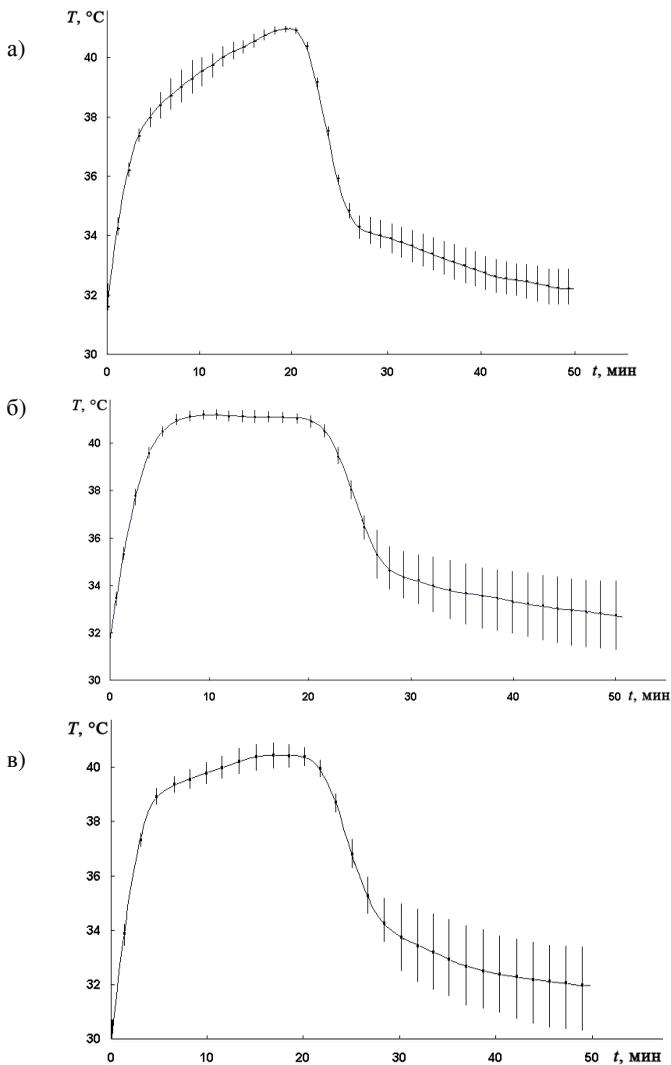


Рисунок 1 – Кривые поверхностной температуры тела, измеренные в центре запястья (а), в области лучевой кости (б) и плечелучевой мышцы (в)

Для всех испытуемых принимались одинаковые исходные параметры всех слоев модели, приведенные выше, тогда как после сопоставления рассчитанных кривых с измеренными на трех различных участках проводилась коррекция наиболее неопределенных параметров, которые могут сильно варьировать как от индивида к индивиду, так и у одного и того же индивида в зависимости

от степени активности и других условий. Предполагалось, что такие параметры как  $q_{met}$ ,  $w_b^{(2)}$ ,  $w_b^{(3)}$ ,  $w_b$  незначительно меняются в разных участках верхней конечности, в то время как  $q_{ch}^{(j)}$  могут быть различными как в слоях кожи ( $j = 1, 2, 3$ ), так и в тканях ( $j = 4$ ). Результаты корректирования этих параметров модели для 10 из исследованных испытуемых приведены в таблице 1. Данные ранжированы по увеличению  $q_{met}$ .

**Таблица 1 – Результаты коррекции индивидуальных параметров модели (6)–(9) на основе сопоставления результатов численных расчетов и экспериментальных кривых методом наименьших квадратов**

№	$q_{met}$ , Вт/м <sup>2</sup>	$w_b^{(2)} \cdot 10^{-3}$ , с <sup>-1</sup>	$w_b^{(3)} \cdot 10^{-3}$ , с <sup>-1</sup>	$w_b \cdot 10^{-3}$ , с <sup>-1</sup> (кожа)	$w_b \cdot 10^{-3}$ , с <sup>-1</sup> (кость)	$w_b \cdot 10^{-3}$ , с <sup>-1</sup> (мышца)	$q_{ch}^{(2),(3)}$ , Вт/м <sup>3</sup>	$q_{ch}^{(4)}$ , Вт/м <sup>3</sup>
1	220	0,80	0,90	1,10	1,00	2,70	223	188
2	228	0,85	1,00	1,20	1,05	2,50	225	165
3	242	1,00	1,10	1,15	1,05	2,20	241	193
4	254	1,05	1,20	1,25	1,10	2,40	215	160
5	271	1,10	1,25	1,30	1,10	2,75	235	176
6	310	1,35	1,40	1,35	1,20	2,45	227	181
7	332	1,55	1,55	1,60	1,10	2,30	245	164
8	358	1,70	1,75	1,70	1,10	2,60	230	174
9	384	1,85	1,90	1,95	1,20	2,70	237	179
10	395	2,10	2,20	2,25	1,25	2,80	242	155

Таким образом, несмотря на большой набор параметров, характеризующих перенос тепла в поверхностных тканях человека при однотипном облучении источником ОИ, такие параметры, как метаболическое тепло, генерируемое в тканях, интенсивность микроциркуляции в слоях ткани и разных тканях, а также тепловой эффект фотохимических реакций, находятся в рамках стандартных значений, приведенных в биофизической литературе [19]. Значения  $q_{met}$  несколько превышают указанный в справочных изданиях диапазон значений, причем повышенные значения теплопродукции за счет метаболических реакций коррелируют с более высокими скоростями микроциркуляции крови как в слоях кожи, так и в расположенных глубже тканях. Тепловой эффект фотохимических реакций у разных испытуемых также не выявил большого разброса. Это говорит о том, что в здоровом организме реакция на ОИ связана с нормальным тканевым метаболизмом, в то время как у пожилых испытуемых и пациентов с различными заболеваниями может наблюдаться совершенно иная динамика, связанная с дополнительными фотоиндуцированными процессами, связанными с болезнью, поражением или возрастной дегенерацией тканей.

После идентификации параметры индивидуальных моделей (см. таблицу 1) могут использоваться для определения оптимальных доз фототерапии *in silico*, путем модельных симуляций на основе предложенного численного метода.

Планируется проведение аналогичных исследований для пациентов с синдромом диабетической стопы, для которых в многочисленных экспериментальных исследованиях показана возможность ускоренного заживления диабетических язв стопы [3].

**Заключение.** В работе представлена биомеханическая модель поверхностных тканей человека как слоистого материала с разными механическими и термическими свойствами слоев, разными интенсивностями микроциркуляции крови и других параметров. Математическая модель основана на использовании модели Pennes с учетом закона теплопереноса ГК в каждом слое. Решение задачи в виде температурных кривых  $T(t)$  при облучении с последующей релаксацией сопоставлялось с данными измерений на испытуемых. На основе сравнения проводилась коррекция индивидуальных параметров по отношению к начальным постоянным для всех значений. Показано, что в группе молодых здоровых испытуемых эти показатели однородны, что может указывать на сходную реакцию здоровых тканей. Биомеханическая модель с идентифицированными параметрами может использоваться для оценки терапевтического влияния ОИ на индивида при других схемах воздействия (длительности облучения и релаксации, число повторов и др.) для получения наилучшего эффекта, избегания перегрева и т.д. Разработанная модель может лечь в основу системы принятия решения врача-физиотерапевта.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Conlan, M. J. Biostimulation of wound healing by low-energy laser irradiation. A review / M. J. Conlan, J. W. Rapley, C. M. Cobb // *Journal of Clinical Periodontology*. – 1996. – Vol. 23, Is. 5. – P. 492–496.

2 Karu, T. Low power laser therapy / T. Karu // *Biomedical photonics handbook*. Chapter 48. – Boca Raton, FL : CRC Press, 2003. – P. 48-1–48-25.

3 Кизилова, Н. Н. Механизмы влияния низкоинтенсивного оптического излучения на систему микроциркуляции. Обзор / Н. Н. Кизилова, А. М. Коробов // *Фотобиология та фотомедицина*. – 2016. – № 1–2. – С. 75–95.

4 Yoshino, F. Effects of blue-light irradiation during dental treatment / F. Yoshino, A. Yoshida // *Japanese Dental Science Review*. – 2018. – Vol. 54, No. 4. – P. 160–168.

5 Non-ablative LED photomodulation–light activated fibroblast stimulation clinical trial / R. Geronemus, R. A. Weiss, M. A. Weiss // *Lasers Surg. Med.* – 2003. – Vol. 32, Suppl. 15. – P. 22.

6 Karu, T. Photobiology of low-power laser effects / T. Karu // *Health Physics*. – 1989. – Vol. 56, No. 5. – P.691–704.

7 Low-intensity laser therapy: a review / A. Schindl [et al.] // *Journal of Investigative Medicine*. – 2000. – Vol. 48, No. 5. – P. 312–326.

8 Karu, T. Primary and secondary mechanisms of action of visible to near-IR radiation on cells / T. Karu // *Journal of Photochemistry and Photobiology B: Biology*. – 1999. – Vol. 49, Is. 1. – P. 1–17.

9 Pennes, H. H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting forearm / H. H. Pennes // *Journal of Applied Physiology*. – 1948. – Vol. 1, No. 2. – P. 93–122.

10 **Tzou, D. Y.** Macro- to Microscale Heat Transfer: The Lagging Behavior / D. Y. Tzou. – New York : Taylor and Francis, 1997. – 552 p.

11 **Kovács, R.** Heat conduction beyond Fourier's Law: theoretical predictions and experimental validation : PhD Thesis / R. Kovács / Budapest University of Technology and Economics. – Budapest, 2017. – 9 p.

12 **Ordóñez-Miranda, J.** On the stability of the exact solutions of the dual-phase lagging model of heat conduction / J. Ordóñez-Miranda, J. J. Alvarado-Gil // *Nanoscale Research Letters*. – 2011. – Vol. 6. – P. 327–332.

13 **Fabrizio, M.** Stability and second law of thermodynamics in dual-phase-lag heat conduction / M. Fabrizio, B. Lazzari // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2014. – Vol. 74. – P. 484–489.

14 **Rukolaine, S. A.** Unphysical effects of the dual-phase-lag model of heat conduction / S. A. Rukolaine // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2014. – Vol. 78. – P. 58–63.

15 **Rukolaine, S. A.** Unphysical effects of the dual-phase-lag model of heat conduction: higher-order approximations / S. A. Rukolaine // *International Journal of Thermal Sciences*. – 2017. – Vol. 113. – P. 83–88.

16 **Kovács, R.** Generalized heat conduction in heat pulse experiments. / R. Kovács, P. Ván // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2015. – Vol. 83. – P. 613–620.

17 **Kizilova, N.** On biomedical engineering techniques for efficient phototherapy / N. Kizilova, A. Korobov // *International Journal on Biosensors and Bioelectronics*. – 2018. – Vol. 4, No. 6. – P. 289–295.

18 **Кизилова, Н. Н.** Моделирование микроциркуляции крови и тепломассопереноса в тканях человека / Н. Н. Кизилова, А. М. Коробов // *Вестник КНУ имени Т. Г. Шевченко. Серия «Физико-математические науки»*. – 2017. – № 4. – С. 37–42.

19 **Березовский, В. А.** Биофизические характеристики тканей человека. Справочник / В. А. Березовский, Н. Н. Колотилов. – Киев : Наукова думка, 1990. – 224 с.

*N. N. KIZILOVA, A. M. KOROBOV*

*V. N. Karazin Kharkov National University, Kharkov, Ukraine*

## **INVESTIGATION OF THE HEAT TRANSFER IN HOMOGENEOUS LAYERED BIOLOGICAL MATERIALS UNDER THE INFLUENCE OF THE LOW-INTENSIVE OPTICAL RADIATION**

A review of the continuum mechanics models for the heat transfer in biological tissues considering the distributed heat sources in the microcirculation system is presented. The models are applied for the laser therapy optimization for the skin muscles and some other diseases by the low-intensity laser therapy or light-emitting diodes. The choice of models based on the Guyer-Krumhansl heat transfer law is justified. The numerical calculations are performed using finite differences method for the model parameters corresponded to the three layers of human skin. Based on a comparison of the numerical results and the data measured on volunteers, the identification of such individual model parameters as metabolic heat and intensity of microcirculation is carried out. It is shown that those parameters exhibit quite low dispersion in the group of young healthy volunteers. The model with the identified parameters can be later used for the photodynamic therapy optimization of the specific patient.

Получено 18.11.2019