

УДК 539.42:624.074

С. В. БОСАКОВ¹, О. В. КОЗУНОВА²¹Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь²Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

ТРЕЩИНА В БЕТОННОМ МАССИВЕ ПОД ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ

В работе приводятся решения двух задач о плоских трещинах прямоугольной и полукруглой формы, находящихся на поверхности полуограниченного бетонного массива под действием внутреннего равномерного давления. Результаты получены на основании способа Б. Н. Жемочкина. Для этого бетонное полупространство плоскостью, параллельной плоскости трещины, разбивается на два четвертьпространства. Приведены графики для распределения нормальных напряжений и соответствующие им коэффициенты интенсивности напряжений по оси симметрии трещин.

Ключевые слова: трещина, полупространство, способ Жемочкина, четвертьпространство, коэффициент интенсивности напряжений.

Введение. Трещины являются основным видом дефектов хрупких материалов типа бетона или асфальтобетона при низких температурах. Опасность их появления в бетонных дорожных покрытиях связана с тем, что, как отмечается в работе [1], при заполнении водой и ее замерзании в осенне-весенний период в окрестности вершины трещины возникают значительные растягивающие напряжения, ведущие к ее росту. Напряженное состояние в окрестности является пространственным и до настоящего времени малоизученным. Подобная картина распределения напряжений также возникает в бетонной дорожной плите при наезде колеса автомобиля на заполненную водой поверхность трещину.

Ниже в рамках линейной механики разрушения [2] решается задача об определении напряженного состояния в окрестности поверхностной трещины нормального отрыва в полуограниченном бетонном массиве [3].

Постановка задачи. Исследуется напряженно-деформированное состояние вертикальной трещины прямоугольной или полукруглой формы, выходящей на поверхность полуограниченного бетонного массива. Трещина находится под действием равномерного горизонтального давления интенсивности q , приложенного к обеим сторонам щели (рисунок 1). Устанавливается распределение нормальных напряжений в бетонном массиве в плоскости трещины. Принимается, что бетонный массив является упругим однородным изотропным полупространством с упругими постоянными E , ν . Тогда, очевидно, плоскость uOz является плоскостью симметрии рассматриваемой задачи, и на ней возникают только нормальные напряжения $\sigma_x(y, z)$.

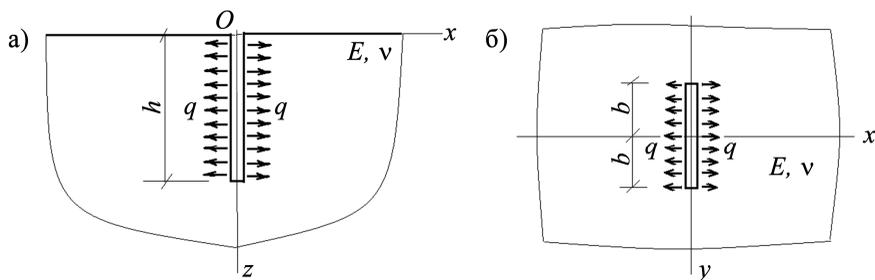


Рисунок 1 – Прямоугольная поверхностная щель в бетонном массиве

Для их определения необходимо рассмотреть упругое четвертьпространство с частично закрепленной гранью в плоскости yOz , которое находится под действием равномерной нагрузки q , распределенной по прямоугольной площади $b \leq y \leq b$, $0 \leq z \leq h$ (рисунок 2).

Решение задачи для прямоугольной трещины. Поставленную задачу будем решать способом Жемочкина [4]. С этой целью разобьем плоскость yOz четвертьпространства (за исключением области трещины) на прямоугольные участки переменных размеров (рисунок 3) и в центре каждого участка разместим горизонтальную жесткую связь. Будем считать, что сила в связи вызывает равномерную эпюру нормальных напряжений в пределах участка.

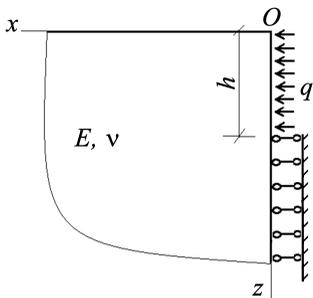


Рисунок 2 – Схема трещины как четвертьпространства с частично закрепленной гранью (разрез по плоскости xOz)

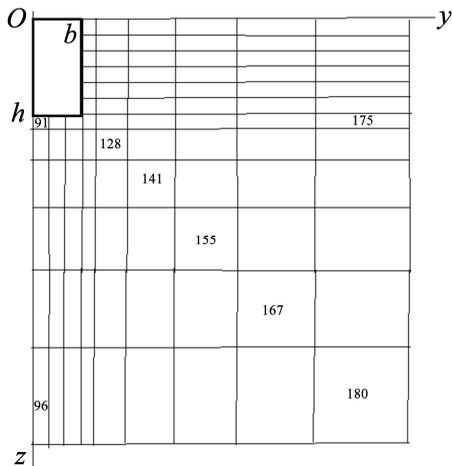


Рисунок 3 – Разбивка расчетной области на прямоугольные участки

Полученная статически неопределимая система решается методом сил [5], при этом за неизвестные принимаются усилия в разрезанных связях Же-

мочкина. Каждая строка этой системы канонических уравнений метода сил выражает условие отсутствия горизонтальных перемещений в центре соответствующего участка.

Коэффициенты при неизвестных силах в связях Жемочкина представляют горизонтальные перемещения четвертьпространства от действия горизонтальной единичной силы, равномерно-распределенной по прямоугольному участку, и определяются интегрированием выражения для горизонтальных перемещений грани четвертьпространства от действия горизонтальной силы, приложенной к той же грани (рисунок 4), которое имеет вид [6]

$$W(r, z) = \frac{P(1 - \nu^2)}{\pi E} \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1 + a_0}{R_2} + \frac{2a_0}{\pi R_1} \arctg \frac{R_1}{2\sqrt{az}} + a_1 \frac{az}{R_2^3} + \frac{a_1}{\pi} \left(\frac{\sqrt{az}}{R_1^2} - \frac{2az}{R_1^3} \arctg \frac{R_1}{2\sqrt{az}} \right) \right], \quad (1)$$

где $a_0 = \frac{4}{\pi^2 - 4}$; $a_1 = 2,1$.

Первое слагаемое в формуле (1) содержит сингулярность, и при определении коэффициентов при неизвестных силах в связях Жемочкина оно интегрировалось точно [7].

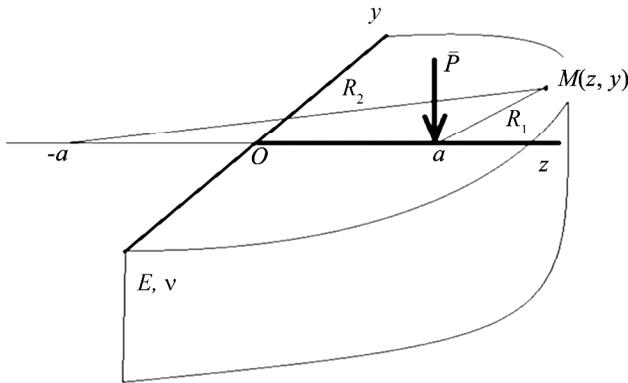


Рисунок 4 – Действие сосредоточенной силы на упругое четвертьпространство бетонного массива

Внешняя нагрузка на полупространство с щелью является самоуравновешенной и согласно принципу Сен-Венана [8], напряжения $\sigma(y, z)$ быстро убывают от места приложения самоуравновешенной нагрузки. Это позволяет ограничить расчетную область контакта между четвертьпространствами размерами $-7b \leq y \leq 7b$, $0 \leq z \leq 4,5h$, что соответствовало постановке 180 связей Жемочкина.

Результаты расчета для прямоугольной трещины. На рисунке 5 приведены график $\sigma(y, z)$ для одного положения участков Жемочкина на плоскости yOz (рисунок 3).

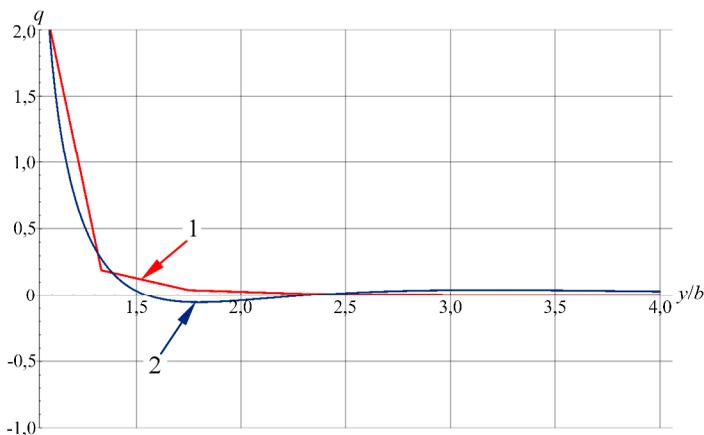


Рисунок 5 – Распределение нормальных напряжений по участкам Жемочкина 91–96:
1 – результаты расчета; 2 – аппроксимированная кривая

Если аппроксимировать полученный график распределения нормальных напряжений (рисунок 5) слагаемыми вида

$$\frac{e^{-z/h}}{\sqrt{z^2/h^2 - 1}}, \sqrt{z^2/h^2 - 1} e^{-z/h}, \left(\sqrt{z^2/h^2 - 1}\right)^3 e^{-3z/h}, \quad (2)$$

то по методу наименьших квадратов для $h = 0,06$ м, $b = 0,06$ м можно определить коэффициент интенсивности напряжений для трещины нормального отрыва по формуле [3]

$$K_1 = \lim_{z \rightarrow h} \sqrt{2\pi} \sqrt{z-h} \sigma(z).$$

В нашем случае получено $K_1 = 2,395 q\sqrt{h}$.

Решение и результаты для полукруглой трещины. Рассмотрим нагружение самоуравновешенной нагрузкой полукруглой трещины в полуограниченной бетонной среде. Разбивка расчетной области четвертьпространства на участки Жемочкина приводится на рисунке 6. Связи Жемочкина ставились в центре тяжести каждого участка в полярных координатах.

Выражение для определения горизонтальных перемещений четвертьпространства от действия единичной горизонтальной силы, распределенной по участку Жемочкина, в полярных координатах получается интегрированием (1), имеет сложный вид и в работе не приводится.

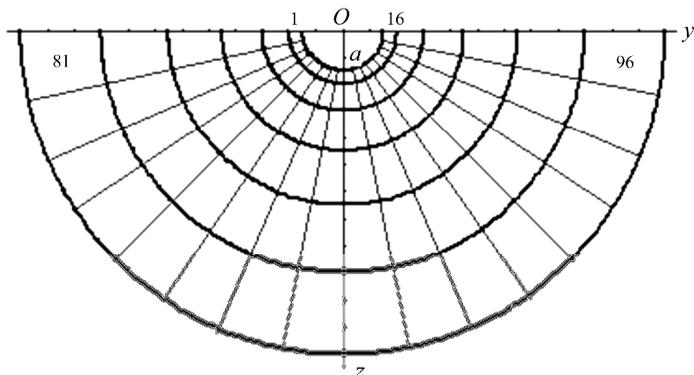


Рисунок 6 – Разбиение расчетной области четвертьпространства на участки Жемочкина для полукруглой трещины

На рисунке 7 представлено распределение нормальных напряжений в полупространстве с полукруглой трещиной радиуса a .

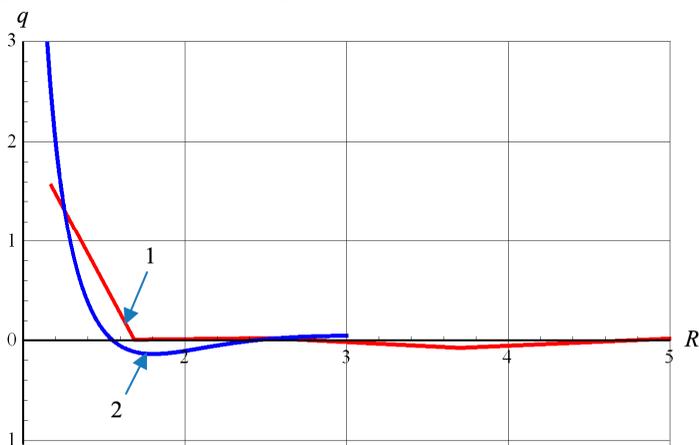


Рисунок 7 – Распределение нормальных напряжений по участкам Жемочкина 8–88
1 – полученное решение, 2 – аппроксимированная кривая

Также получена величина коэффициента интенсивности напряжений для оси симметрии полукруглой трещины нормального отрыва $K_1 = 2,599 q\sqrt{h}$.

Выводы. Полученные результаты могут быть использованы для определения момента роста трещины в бетонных и асфальтобетонных дорожных покрытиях от замерзающей влаги [1] при соблюдении пропорций между размерами трещины и толщиной дорожного покрытия.

Предлагаемый в работе подход можно обобщить на ряд заглубленных или поверхностных трещин в полупространстве или в пространстве, нахо-

дящихся под действием самоуравновешенного давления и лежащих в одной плоскости. Как отмечено в работе [2], такая система трещин является наиболее опасной.

Также этот подход применим к определению напряжений в окрестности наполненной водой трещины на поверхности бетонного массива при действии на нее колеса автотранспорта.

Авторы выражают признательность сотруднику ФАУ «РОСДОРНИИ» к.т.н. А. Е. Мерзликину, по инициативе которого осмыслена идея и подготовлена эта статья.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Ходан, Е. П.** Льдообразование в структуре асфальтобетона и критерии его зависимости от температуры охлаждения / Е. П. Ходан, Г. Д. Игошкин, С. Е. Кравченко // Автомобильные дороги и мосты. – Вып. 2 (22). – 2018. – С. 66–73.

2 **Партон, В. З.** Механика упруго-пластического разрушения / В. З. Партон, Е. М. Морозов. – М. : ФМ, Наука, 1985. – 501 с.

3 **Андрейкин, А. Е.** Пространственные задачи теории трещин / А. Е. Андрейкин. – Киев : Наукова думка, 1989. – 348 с.

4 **Жемочкин, Б. Н.** Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. Н. Жемочкин, А. П. Синицын. – М. : Стройиздат, 1962. – 239 с.

5 **Ржаницын, А. Р.** Строительная механика / А. Р. Ржаницын. – М. : Высш. шк., 1991. – 439 с.

6 **Босаков, С. В.** Действие сосредоточенной силы на упругое четвертьпространство / С. В. Босаков // Теоретическая и прикладная механика. – 1988. – Вып. 15. – С. 100–108.

7 **Босаков, С. В.** Статические расчеты плит на упругом основании / С. В. Босаков. – Минск : БНТУ, 2002. – 128 с.

8 **Александров, А. В.** Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высш. шк., 1990. – 400 с.

S. V. BOSAKOV¹, O. V. KOZUNOVA²

¹Belarusian National Technical University, Minsk, Belarus

²Belarusian State University of Transport, Gomel, Belarus

THE CRACK IN THE CONCRETE SOLID UNDER INTERNAL PRESSURE

The solutions of two problems of flat cracks of rectangular and semicircular shape, located on the surface of a semi-unlimited concrete solid under the action of internal uniform pressure, are given. The results are based on the method of B. N. Zhemochkin. For this, the concrete half-space is divided into two quarters by a plane parallel to the plane of the crack. The graphs for the distribution of normal stresses and the corresponding stress intensity factors along the symmetry axis of the cracks are shown.

Получено 01.12.2019