влияние шероховатости контактирующих поверхностей. Исследовано распределение удельной тепловой проводимости канала при различных параметрах неплоскостности и при максималь-

ном избыточном давлении теплоносителя до 1.1 атм. Деформации стенок трубы и контактные напряжения от действия усилий затяжки и внутреннего давления определены с использованием конечно-элементной модели в нелинейной постановке. Рассмотрены расчетные случаи для вогнутой и выпуклой широкой стенки трубы (рисунок 1).

Из расчетов следует, что для вогнутой стенки стандартного канала охлаждения с неплоскостностью более 0,3 мм тепловой контакт центральной части трубы с охлаждаемой поверхностью не обеспечивается при заданных условиях нагружения. Показано, что получаемые результаты расчетов позволяют оценить величину полной тепловой проводимости зоны контакта между охла-



Рисунок 1 – Поперечное сечение каналов охлаждения

ждаемым изделием и трубами, а также прогнозировать величину среднего температурного перепада в зоне контакта.

УДК 539.4

ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ ЗАПОЛНИТЕЛЯ НА ТЕРМОСИЛОВОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХСЛОЙНОГО СТЕРЖНЯ

Э. И. СТАРОВОЙТОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Ю. М. ПЛЕСКАЧЕВСКИЙ НАН Беларуси, г. Минск

Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Российская Федерация

Для изотропных несущих слоёв несимметричного по толщине трехслойного стержня приняты гипотезы Бернулли. На границах контакта используются условия непрерывности перемещений. Материалы несущих слоев несжимаемы в поперечном направлении, в заполнителе учитывается его обжатие, деформации малые. Система координат *x*, *y*, *z* связывается со срединной плоскостью заполнителя.

На стержень действуют силовые поверхностные нагрузки: p(x) – продольная, q(x) – поперечная, и тепловой поток интенсивности q_t , направленный перпендикулярно внешнему несущему слою. Через $w_k(x)$ и $u_k(x)$ обозначены прогибы и продольные перемещения срединных поверхностей *несущих* слоёв, h_k – толщина *k*-го слоя, $h_3 = 2c$ (k = 1, 2, 3 – номер слоя), b_0 – ширина стержня.

Считаем поверхность $z = -c - h_2$ и контур стержня теплоизолированными. Это позволяет неоднородное температурное поле T(z), отсчитываемое от некоторой начальной температуры T_0 , вычислять по известной формуле.

Перемещения в слоях $u^{(k)}(x, z)$ и $w^{(k)}(x, z)$ можно выразить через четыре искомые функции: $w_1(x)$, $u_1(x)$, $w_2(x)$ и $u_2(x)$, для определения которых уравнения равновесия получены вариационным методом Лагранжа.

В слоях стержня используются физические уравнения состояния, соответствующие теории малых упругопластических деформаций, с учетом температуры:

$$s_i^{(k)} = 2G_k(1 - \omega_k(\varepsilon_u^{(k)}, T_k)) \\ \vartheta_i^{(k)}; \quad s_{xz}^{(3)} = 2G_3(1 - \omega_3(\varepsilon_u^{(3)}, T_k)) \\ \vartheta_{xz}^{(3)}; \quad \sigma^{(k)} = 3K_k(\varepsilon^{(k)} - \alpha_{0k}T_k) \quad (i = x, z; \ k = 1, 2, 3),$$

где $s_i^{(k)}$, $\mathfrak{s}_i^{(k)}$, $\sigma^{(k)}$, $\varepsilon^{(k)}$ – девиаторные и шаровые части тензоров напряжений и деформаций; $s_{xz}^{(3)}$, $\mathfrak{s}_{xz}^{(3)}$, \mathfrak{s}_{xz}

 $\omega^{(k)}(\varepsilon_{u}^{(k)},T_{k})$ – термозависимая функция нелинейности (пластичности); $\varepsilon_{u}^{(k)}$ – интенсивность деформаций; α_{0k} – коэффициент линейного температурного расширения; T_{k} – температура в k-м слое.

Уравнения равновесия рассматриваемого стержня составят систему нелинейных дифференциальных уравнений в перемещениях. Для ее решения применяется метод упругих решений. Решение этой системы принимается в виде разложения в тригонометрические ряды, которые автоматически удовлетворяют граничным условиям свободного опирания на неподвижные в пространстве жесткие опоры:

$$u_{1}^{n} = \sum_{m=1}^{\infty} U_{1m}^{n} \cos\left(\frac{\pi mx}{l}\right), \quad u_{2}^{n} = \sum_{m=1}^{\infty} U_{2m}^{n} \cos\left(\frac{\pi mx}{l}\right); \quad w_{1}^{n} = \sum_{m=1}^{\infty} W_{1m}^{n} \sin\left(\frac{\pi mx}{l}\right), \quad w_{2}^{n} = \sum_{m=1}^{\infty} W_{2m}^{n} \sin\left(\frac{\pi mx}{l}\right),$$

где U_{1m}^n , U_{2m}^n , W_{1m}^n , W_{2m}^n – неизвестные амплитуды перемещений.

После подстановки перемещений и дополнительных усилий в уравнения равновесия получим систему линейных алгебраических уравнений для определения искомых амплитуд перемещений. После ее решения вычисляются перемещения в слоях стержня, деформации – из соотношений Коши и напряжения из физических уравнений состояния.

При численной реализации метода упругих решений достаточно было пять итераций, т. к. отличие от перемещений на последующем шаге не превышало 0,2 %. Численные расчеты показали существенное влияние температуры и физической нелинейности на перемещения и напряжения в стержне. Учет сжимаемости заполнителя уточняет искомые перемещения на 13–17 %.

УДК 539.37

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ВОЗЛЕ КРУГОВОГО ОТВЕРСТИЯ НА БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Е. А. СТОРОЖУК, И. С. ЧЕРНЫШЕНКО, О. В. ПИГОЛЬ Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Тонкие цилиндрические оболочки кругового и некругового сечений находят широкое применение в различных областях современной техники как конструктивные элементы машин и приборов. В большинстве случаев эти элементы по конструктивным или технологическим соображениям имеют отверстия различной формы. При значительных уровнях действующих нагрузок возле указанных концентраторов возникают зоны повышенных напряжений, а свойства их материала характеризуются нелинейной диаграммой деформирования.

Рассмотрим тонкую цилиндрическую оболочку эллиптического поперечного сечения, которая ослаблена круговым отверстием радиуса *r*₀ и отнесена к криволинейной ортогональной системе



 $\varepsilon_{11} = \vec{e}_1 \cdot \frac{\partial \vec{u}}{A_1 \partial x}; \quad \varepsilon_{22} = \vec{a}_2$

Рисунок 1 – Эллиптическая цилиндрическая оболочка с круговым отверстием

координат (x, ϕ, γ) , где x, γ – длины образующей и нормали к срединной поверхности оболочки, ϕ – угол между нормалью к срединной поверхности и вертикальной осью (рисунок 1). Примем, что оболочка изготовлена из однородного изотропного материала и находится под действием поверхностных и краевых сил.

Геометрические соотношения представим в векторной форме согласно теории непологих оболочек, в которой имеют место гипотезы Кирхгофа-Лява [1]:

$$\varepsilon_{11} = \vec{e}_1 \cdot \frac{\partial \vec{u}}{A_1 \partial x}; \quad \varepsilon_{22} = \vec{a}_2 \cdot \frac{\partial \vec{u}}{A_2 \partial \phi}; \quad \varepsilon_{12} = \vec{a}_2 \cdot \frac{\partial \vec{u}}{A_1 \partial x} + \vec{a}_1 \cdot \frac{\partial \vec{u}}{A_2 \partial \phi};$$
$$\mu_{11} = \vec{e}_1 \cdot \frac{\partial \vec{9}}{A \partial x}; \quad \mu_{22} = \vec{a}_2 \cdot \frac{\partial \vec{9}}{A \partial \phi}; \quad 2\mu_{12} = \vec{a}_2 \cdot \frac{\partial \vec{9}}{A \partial x} + \vec{a}_1 \cdot \frac{\partial \vec{9}}{A \partial \phi};$$

где \vec{u} – вектор перемещений; $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{n}$ – орты системы координат (x, ϕ, γ) ; $\vec{9} = 9_x \vec{e}_1 + 9_{\phi} \vec{e}_2$ – вектор углов поворота нормали, которые определяются по формулам: $V \vartheta_x = -\vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{A_1 \partial x}$; $\vartheta_{\phi} = -\vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{A_2 \partial \phi}$.