находятся из решения кубического уравнения. Сформулированы достаточные условия того, чтобы полюса решения задачи (1)–(6) в изображениях при ядре (7) имели первый порядок, что упрощает выражение для оригинала.

Таким образом, если коэффициент Пуассона не зависит от времени, а ядро релаксации имеет вид (7), то решение задачи (1)–(6) для линейно-вязкоупругого тела (в оригиналах) легко построить, если известно решение соответствующей задачи для упругого тела.

В качестве примера применения предложенного подхода рассмотрена задача о распространении нестационарных волн в поперечном сечении бесконечно длинного линейно-вязкоупругого цилиндра, изначально находящегося в невозмущенном состоянии. Внутренняя поверхность цилиндра жестко заделана, а зависящая от времени нагрузка действует на внешнюю поверхность цилиндра, являясь равномерно распределенной вдоль образующей и обеспечивая условие плоской деформации. Нагрузка, вообще говоря, не является осесимметричной и может иметь как радиальную, так и сдвиговую составляющие и действовать либо на всю поверхность, либо на ее часть. Коэффициент Пуассона материала считается постоянным, а ядро релаксации имеет вид (7).

Решение строится при помощи разложения в ряд Фурье по угловой координате и интегрального преобразования Лапласа по времени. После построения решения в изображениях проводится процедура обращения каждой компоненты ряда Фурье в пространство оригиналов. Для случая, когда зависимость нагрузки от времени имеет характер функции Хевисайда, решение представлено в достаточно простой форме и остается справедливым во всем диапазоне изменения времени без предположения о малости вязкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 18-08-00471 а, 17-08-01146а).

#### Список литературы

1 **Розовский, М. И.** Интегрально-операторный метод в наследственной теории ползучести / М. И. Розовский // Докл. АН СССР. – 1965. – Т. 160. – № 4. – С. 792–795.

2 Ильясов, М. Х. Нестационарные вязкоупругие волны / М. Х. Ильясов. – Баку, 2011 – 330 с.

3 Желтков, В. И. Переходные функции в динамике вязкоупругих тел / В. И. Желтков, Л. А. Толоконников, Н. Г. Хромова // Докл. РАН. – 1993. – Т. 329. – № 6. – С. 718–719.

4 Лычева Т. Н. Спектральные разложения в динамических задачах вязкоупругости / Т. Н. Лычева, С. А. Лычев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 120–150.

5 **Филиппов, И. Г.** Математическая теория колебаний упругих и вязкоупругих пластин и стержней / И. Г. Филиппов, В. Г. Чебан. – Кишинев : Штиинца, 1988. – 190 с.

6 Егорычев, О. А. Нормальный удар по торцу цилиндрической оболочки / О. А. Егорычев, О. И. Поддаева // Строительная механика и расчет сооружений. – 2006. – № 1. – С. 34–36.

7 Colombaro, I. On the propagation of transient waves in a viscoelastic Bessel medium / I. Colombaro, A. Giusti, F. Mainardi // Z. Angew. Math. Phys., 68: 62, DOI: 10.1007/s00033-017-0808-6. (2017).

8 **Пшеничнов, С. Г.** Нестационарные динамические задачи линейной вязкоупругости / С. Г. Пшеничнов // Изв. РАН. МТТ. – 2013. – № 1. – С. 84–96.

# УДК 621.3

# ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ НЕПЛОСКОСТНОСТИ СТЕНКИ ПЛОСКООВАЛЬНОЙ ТРУБЫ ТЕПЛООТВОДЯЩЕГО КАНАЛА НА ВЕЛИЧИНУ ТЕПЛОВОЙ ПРОВОДИМОСТИ ЗОНЫ ЕЕ КОНТАКТА С ОХЛАЖДАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

## В. П. РАДЧЕНКО, Д. Л. ВЕНЦЕНОСЦЕВ Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Рассматривается проблема проектирования эффективных жидкостных систем охлаждения радиоэлектронных компонентов с применением каналов охлаждения плоскоовального сечения. На основе конечно-элементных расчетов исследуется влияние неплоскостности стенок каналов на параметры теплоотведения в рассматриваемых конструкциях. В расчетах учитывается неполное примыкание труб к охлаждаемой поверхности, связанное с отсутствием в конструкции канала центрального отверстия под стягивающие крепежные элементы. Также учитывается

влияние шероховатости контактирующих поверхностей. Исследовано распределение удельной тепловой проводимости канала при различных параметрах неплоскостности и при максималь-

ном избыточном давлении теплоносителя до 1.1 атм. Деформации стенок трубы и контактные напряжения от действия усилий затяжки и внутреннего давления определены с использованием конечно-элементной модели в нелинейной постановке. Рассмотрены расчетные случаи для вогнутой и выпуклой широкой стенки трубы (рисунок 1).

Из расчетов следует, что для вогнутой стенки стандартного канала охлаждения с неплоскостностью более 0,3 мм тепловой контакт центральной части трубы с охлаждаемой поверхностью не обеспечивается при заданных условиях нагружения. Показано, что получаемые результаты расчетов позволяют оценить величину полной тепловой проводимости зоны контакта между охла-



Рисунок 1 – Поперечное сечение каналов охлаждения

ждаемым изделием и трубами, а также прогнозировать величину среднего температурного перепада в зоне контакта.

УДК 539.4

## ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ ЗАПОЛНИТЕЛЯ НА ТЕРМОСИЛОВОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХСЛОЙНОГО СТЕРЖНЯ

# Э. И. СТАРОВОЙТОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Ю. М. ПЛЕСКАЧЕВСКИЙ НАН Беларуси, г. Минск

Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Российская Федерация

Для изотропных несущих слоёв несимметричного по толщине трехслойного стержня приняты гипотезы Бернулли. На границах контакта используются условия непрерывности перемещений. Материалы несущих слоев несжимаемы в поперечном направлении, в заполнителе учитывается его обжатие, деформации малые. Система координат *x*, *y*, *z* связывается со срединной плоскостью заполнителя.

На стержень действуют силовые поверхностные нагрузки: p(x) – продольная, q(x) – поперечная, и тепловой поток интенсивности  $q_t$ , направленный перпендикулярно внешнему несущему слою. Через  $w_k(x)$  и  $u_k(x)$  обозначены прогибы и продольные перемещения срединных поверхностей *несущих* слоёв,  $h_k$  – толщина *k*-го слоя,  $h_3 = 2c$  (k = 1, 2, 3 – номер слоя),  $b_0$  – ширина стержня.

Считаем поверхность  $z = -c - h_2$  и контур стержня теплоизолированными. Это позволяет неоднородное температурное поле T(z), отсчитываемое от некоторой начальной температуры  $T_0$ , вычислять по известной формуле.

Перемещения в слоях  $u^{(k)}(x, z)$  и  $w^{(k)}(x, z)$  можно выразить через четыре искомые функции:  $w_1(x)$ ,  $u_1(x)$ ,  $w_2(x)$  и  $u_2(x)$ , для определения которых уравнения равновесия получены вариационным методом Лагранжа.

В слоях стержня используются физические уравнения состояния, соответствующие теории малых упругопластических деформаций, с учетом температуры:

$$s_i^{(k)} = 2G_k(1 - \omega_k(\varepsilon_u^{(k)}, T_k)) \\ \vartheta_i^{(k)}; \quad s_{xz}^{(3)} = 2G_3(1 - \omega_3(\varepsilon_u^{(3)}, T_k)) \\ \vartheta_{xz}^{(3)}; \quad \sigma^{(k)} = 3K_k(\varepsilon^{(k)} - \alpha_{0k}T_k) \quad (i = x, z; \ k = 1, 2, 3),$$

где  $s_i^{(k)}$ ,  $\mathfrak{s}_i^{(k)}$ ,  $\sigma^{(k)}$ ,  $\varepsilon^{(k)}$  – девиаторные и шаровые части тензоров напряжений и деформаций;  $s_{xz}^{(3)}$ ,  $\mathfrak{s}_{xz}^{(3)}$ ,  $\mathfrak{s}_{xz}$