УДК 539.3

К ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧ О ДИНАМИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ СИСТЕМЫ «ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ – ГРУНТОВАЯ СРЕДА ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗКАХ»

В. Ф. МЕЙШ
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Ю. А. МЕЙШ
Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина

Рассматривается бесконечная полость эллиптического сечения в грунтовой среде (рисунок 1). Предполагается, что полость подкреплена цилиндрической оболочкой эллиптического сечения. Учитывая форму полости, для описания волновых процессов в грунтовой среде используется неортогональная система координат. Полагаем, что к поверхности подкрепленной полости прилагается нагрузка $P(r,\varphi)$, воздействующая на окружающую грунтовую среду.

Динамическая нагрузка $P(r,\varphi)$, которая воздействует на контур сечения, определяется согласно теории взрывных волн [2].

Грунт рассматривается согласно трехкомпонентной нелинейной модели грунтов (воздух, вода, твердая составляющая) [1, 2]. Уравнение состояния данной модели записываются в виде

$$\frac{\rho_0}{\rho}=\sum_{i=1}^{3}\alpha_i\left[\frac{\gamma_i\left(P-P_0\right)}{\rho_{i0}c_{i0}^2}+1\right]^{-\chi_i}, \qquad (1)$$

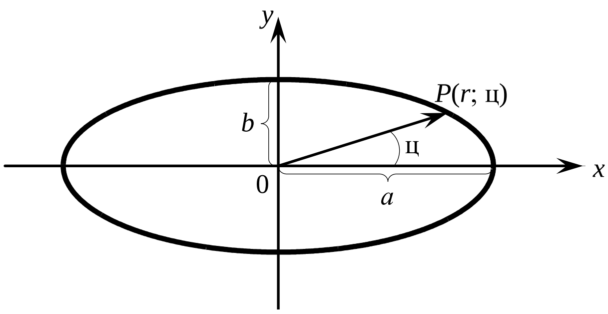

Рисунок 1

где $\chi_i=1/\gamma_i$, γ_i – показатель изентропы i-й компоненты. Для уравнения состояния трехкомпонентной среды (водонасыщенного грунта) (1) вводятся следующие обозначения: α_i – содержание по объему компонент; ρ_{i0} – плотность; V_{i0} – их удельный объем; c_{i0} – скорость звука в компонентах при атмосферном давлении P_0; i – номер компоненты (1 – воздух, 2 – жидкость, 3 – твердые частички). При давлении $P=P_0$ плотность среды ρ_0 и удельный объем V_0 определяется по формулам

$$\rho_0=\frac{1}{V_0}=\sum_{i=1}^{3}\alpha_i\rho_{i0}, \qquad \sum_{i=1}^{3}\alpha_i=1.$$

Оболочка рассматривается в рамках теории типа Тимошенко [5].

Таким образом, в дальнейшем рассматривается плоская задача о распространении нестационарных волн в грунтовой среде в обобщенной полярной системе координат [3]. Уравнения движения среды и оболочки задаются в параметрической форме:

$$x=ar\cos\varphi,\quad y=br\cos\varphi, \qquad (2)$$

где $a;b$ – полуоси эллиптического сечения; $r;\varphi$ – координаты поверхности (см. рисунок 1). Из соотношений (2) находим коэффициенты первой квадратичной формы поверхности согласно [4]. В физических величинах уравнения движения среды в неортогональной системе координат имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{v_1}{\sqrt{a_{11}}}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{g}\,\frac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\sqrt{g}\,\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}\right)+\Gamma_{11}^{1}\frac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}+$$

$$+2\Gamma_{12}^{1}\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}+\Gamma_{22}^{1}\frac{T_{22}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}=0; \qquad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{v_2}{\sqrt{a_{22}}}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{g}\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{11}}}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\sqrt{g}\frac{T_{22}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}\right)+\Gamma_{11}^{2}\frac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}+$$

$$+2\Gamma_{12}^{2}\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}+\Gamma_{22}^{2}\frac{T_{22}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}=0;$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}}\rho v_1\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{22}}}\rho v_2\right)=0.$$

В уравнениях (3) учтено, что $\Gamma_{21}^{1}=T_{21}^{1}$, $\Gamma_{21}^{2}=\Gamma_{12}^{2}$, $T_{12}=T_{21}$. В уравнениях (3) введены следующие обозначения:

$$g=a_{11}a_{22}-a_{12}^{2};\quad T_{11}=(\rho v_1^2+P);\quad T_{22}=(\rho v_2^2+P);\quad T_{12}=\rho v_1 v_2; \tag{4}$$

$r;\varphi$ – пространственные координаты; t – временная координата; $v_1(r,\varphi,t)$ – компонента вектора скорости v в направлении координаты r; $v_2(r,\varphi,t)$ – компонента вектора скорости v в направлении координаты φ; $\rho(r,\varphi,t)$ – плотность среды; $P(r,\varphi,t)$ – давление в среде; a_{ij} – коэффициент первой квадратичной формы; Γ_{ij}^{k}, $(i,\ j,\ k=1;2)$ – символы Кристофеля II рода, отвечающие за геометрию области S в неортогональной криволинейной системе координат [4].

Уравнения движения среды в контравариантных величинах в произвольной криволинейной системе координат $(r;\varphi)$ в тензорно-векторном виде принимаются согласно [4]. Предполагаемый алгоритм решения основывается на использовании разностных схем Мак – Кормака для численного решения динамических задач о поведении сжимаемой жидкости [6] и конечно – разностной аппроксимации уравнений колебаний оболочки [5].

Список литературы

1 **Ляхов, Г. М.** Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах / Г. М. Ляхов. – М. : Наука, 1982 – 286 с.

2 Механический эффект взрыва в грунтах / И. А. Лучко [и др.]. – Киев : Наук. думка, 1989. – 232 с.

3 **Гуляєв, В. І.** Елементи теорії поверхонь / В. І. Гуляєв, І. В. Горбунович, Л. В. Гловач. – Київ : Нац. транспортний ун-т, 2011. – 239 с.

4 **Кильчевский, Н. А.** Основы тензорного исчисления с приложениями к механике / Н. А. Кильчевский . – Киев : Наук. думка, 1972. – 198 с.

5 **Головко, К. Г.** Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках : [монография] / К. Г. Головко, П. З. Луговой, В. Ф. Мейш ; под ред. акад. НАН Украины А. Н. Гузя. – Киев : Изд.-полигр. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.

6 **Флетчер, К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2 / К. Флетчер. – М. : Мир, 1991. – 526 с.

УДК 539.3

ПОСТРОЕНИЕ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ТЕОРИИ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

В. Ф. МЕЙШ
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Ю. А. МЕЙШ, В. М. МЕЛЬНИК
Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина

Построение повышенной точности конечно-разностных схем основано на подходе нахождения приближенных решений по Ричардсону [1]. Рассмотрим уравнения колебаний конических оболочек в общем виде. Предполагается, что напряженно-деформированное состояние исходной оболочки можно описать в рамках теории оболочек типа Тимошенко [2]. В этом случае уравнения колебания имеют вид