

$$u = \sum_{k=1}^4 G_{1k} * f_k, \quad \vartheta = \sum_{k=1}^4 G_{2k} * f_k, \quad \eta_1 = \sum_{k=1}^4 G_{3k} * f_k, \quad \eta_2 = \sum_{k=1}^4 G_{4k} * f_k.$$

Для нахождения функций Грина используется преобразование Лапласа по времени и синус-, косинус-преобразование Фурье по координате, что сводит задачу в изображениях Фурье-Лапласа к системе линейных алгебраических уравнений. При таком подходе трансформанты искомых функций являются рациональными функциями параметра преобразования Лапласа. Обращение преобразования Лапласа производится с помощью известных теорем операционного исчисления. Обращение преобразований Фурье производится численно с помощью известных методов численного интегрирования.

Представленный алгоритм решения позволяет свести к минимуму использование численных методов и может быть обобщён на случай  $N$  – компонентной среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №17-08-00663 и №18-31-00437).

#### Список литературы

- 1 **Князева, А. Г.** Введение в термодинамику необратимых процессов. Лекции о моделях / А. Г. Князева. – Томск : Иван Федоров, 2014. – 172 с.
- 2 **Давыдов, С. А.** Двухкомпонентное упруго диффузионное полупространство под действием нестационарных возмущений / С. А. Давыдов, А. В. Земсков, Д. В. Тарлаковский // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. – 2014. – № 2. – С. 31–38.
- 3 **Давыдов, С. А.** Поверхностные функции Грина в нестационарных задачах термомехано диффузии / С. А. Давыдов, А. В. Земсков, Д. В. Тарлаковский // Проблемы прочности и пластичности. – 2017. – Т. 79. – № 1. – С. 38–47.
- 4 **Давыдов, С. А.** Распространение одномерных связанных термоупругодиффузионных возмущений в изотропном полупространстве с учетом ненулевых времен релаксации / С. А. Давыдов, А. В. Земсков // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2018. – Спец. вып. 2. – С. 144–150.
- 5 **Davydov, S. A.** An Elastic Half-Space under the Action of One-Dimensional Time-Dependent Diffusion Perturbations / S. A. Davydov, A. V. Zemskov, D. V. Tarlakovskii // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2015. – Vol. 36. – No. 4. – P. 503–509.
- 6 **Sherief, H. H.** The theory of generalized thermoelastic diffusion / H. H. Sherief, F. A. Hamza, H. A. Saleh // International Journal of Engineering Science. – 2004. – Vol. 42. – P. 591–608.

УДК 539.3

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ МНОГОСВЯЗНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ЦЕЛЬЮ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИЙ АВИАКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*О. В. ЕГОРОВА*

*Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

Рассматривается краевая задача для описания нелинейными дифференциальными уравнениями десятого порядка (модель Тимошенко) при различных вариантах граничных и начальных условий. Рассматриваемые элементы конструкции выполняются как из традиционных конструкционных материалов, так и из современных и перспективных материалов: волокнистые композиты и пластики, многослойные композиционные материалы и т.д. Для решения поставленных задач используется вариационно-разностная формулировка в виде метода конечных разностей, которая позволяет строить модифицированные разностные схемы для случаев многосвязных областей со сложной формой границ. В качестве модельных задач рассматриваются математические модели в виде пластин и оболочек различной формы, составных и подкрепленных аэрокосмических конструкций каркасного и панельного типа на основе моделей типа Тимошенко в интегро-дифференциальной форме.

По результатам исследования ожидаются следующие научные результаты:

- отладка и тестирование прикладных программ для ЭВМ основанных на фундаментальных методах математического моделирования процессов нелинейного деформирования типовых несущих конструкций авиакосмических систем и структур;

- проведение исследования влияния различных физико-механических параметров на особенности деформирования таких типовых элементов авиакосмических систем, как многослойные арки и

панели из композиционных материалов, работающих в области больших перемещений и углов поворота нормали и связанной с этим существенной перестройкой исходной геометрии конструкции;

– исследование влияние граничных условий на особенности критического и закритического деформирования арочных и панельных конструкций из многослойных композитов в рамках разработанных математических моделей;

– исследование возможности снижения максимальных значений ускорений в заданных точках каркасных конструкций стартовых установок авиакосмических систем, а также возможности повышения трещиностойкости и несущей способности элементов каркасных конструкций, выполненных как из традиционного железобетона, так и из перспективных многослойных композитов, при действии статических и динамических нагрузок различного вида и природы (включая сейсмические), путем использования амортизирующих систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-01-00641).

УДК 62.752, 621:534.833; 888.6

## ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЛОКАЛЬНЫХ СТРУКТУРНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ В МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

*А. В. ЕЛИСЕЕВ*

*Иркутский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация*

**Введение.** Механические колебательные системы с одной и двумя степенями свободы являются наиболее часто используемой платформой для оценки динамических свойств технических объектов, работающих в условиях динамических нагрузений [1–3]. Внимание к особенностям динамических состояний определяется интересом к таким факторам, как возникновение динамических реакций, связность колебаний по отдельным степеням свободы, эффекты одновременного действия внешних факторов [4–7]. Развитие измерительной базы для оценки и анализа колебательных процессов предопределяет внимание к ряду особенностей динамических колебательных систем, что инициирует более детализированные подходы к исследованию динамических взаимодействий.

В докладе предлагается возможность построения новых методологических позиций, в рамках которых развивается, детализируется, анализируется концепция взаимодействия механических систем, опирающаяся на представления о существовании неких структурных образований, обладающих фундаментальными свойствами.

**Некоторые основные положения. Определение динамических свойств диады.** Основным свойством диады предполагается возможность при задании начальных условий реализовать движение в свободной форме. Можно рассматривать не только упругую, но и упруго-диссипативную связь. Принципиальная схема диады с упруго-диссипативной связью представлена на рисунке 1. Возможно включение устройства преобразования движения в структуру диады. Свойства диад отражены в ряде публикаций [7–10].

Интерес к диаде не является самоцелью развиваемого подхода. В работе детально изложены особенности динамических взаимодействий, которые привносит диада в движение механической системы, связанной с опорными поверхностями. Исследования показали, что динамические свойства диады определяют частотные свойства системы с двумя степенями свободы.

Разработан и предлагается метод оценки и определения частот собственных колебаний, основанный на использовании особой функции, которая может быть построена на тех же принципах, на которых построена энергетическая функция Релея. Такая частотная функция предполагает введение в структуру кинетической и потенциальной энергии коэффициента связности колебаний, что достаточно легко определяется для механических колебательных систем с двумя и тремя степенями свободы (к примеру, для цепных систем). Частотная энергетическая функция обладает тем свойством, что её экстремальные значения при изменении коэффициента связности

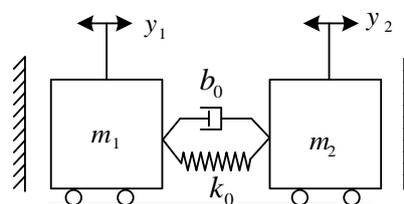


Рисунок 1 – Диада с упруго-диссипативной связью, не взаимодействующая с опорными поверхностями