Далее получено семейство кривых температур от расстояния при конкретных значениях возраста Солнца. Исходным материалом для получения зависимости температуры от координаты – это максимальные температуры на существующих планетах Меркурий, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн в настоящее время (возраст Солнца 5 млрд лет).

Температура Венеры не учитывалась из-за парникового эффекта на этой планете.

Выводы: 1 Максимальная температура на планетах менялась с течением времени, при этом она уменьшалась, т. к. Солнце остывало, предположительно из-за убыли дейтерия ($^{2}_{1}\mathrm{H}$) и трития ($^{3}_{1}\mathrm{H}$) в его недрах.

2 Получена зависимость температуры Солнца от времени и понижение температуры в солнечной системе в зависимости от расстояния от Солнца.

Список литературы

1 **Бурханов, Ш. Д.** Экология космоса и соответствующие оценки в астрономии / Ш. Д. Бурханов, С. Ш. Бурханов, Р. М. Мирсаатов // ТИТЛП. Ч. 2, Ташкент, октябрь, 2010. – С. 249–252.

2 **Климишин, И. А.** Релятивистская астрономия / И. А. Климишин. – М. : Наука, 1993.

3 **Бурханов, С. Ш.** О приближении Земли к Солнцу / С. Ш. Бурханов, Ш. Д. Бурханов, Р. Курбанов ; ТХТИ // Республиканский межвузовский сборник. – Ташкент, 2011. – С.63–65.

4 **Бурханов, Ш. Д.** Температура поверхности солнца / Ш. Д. Бурханов, С. Ш. Бурханов // Актуальные проблемы молекулярной спектроскопии конденсированных сред : тез. докл. 5-й Междунар. конф. – Самарканд, 2016. – С. 158.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛУПОЛОСЫ, ОСЛАБЛЕННОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ

Н. Д. ВАЙСФЕЛЬД, З. Ю. ЖУРАВЛЁВА, В. В. РЕУТ
Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова, Украина

Рассматривается упругая полуполоса, которая занимает область, описываемую в декартовой системе координат соотношениями $0<x<a, 0<y<\infty$. Боковые грани полуполосы находятся в условиях защемления $u(0,y)=0, v(0,y)=0, u(a,y)=0, v(a,y)=0$. По короткому торцу на полуполосу действует нормальная нагрузка интенсивности $p(x)$

$$\sigma_y\big|_{y=0}=p(x),\quad \tau_{xy}\big|_{y=0}=0,\qquad 0<x<a. \tag{1}$$

Внутри полуполосы на линии $b_0<y<b_1, x=C$ расположена продольная трещина

$$\begin{aligned} &u(C-0,y)-u(C+0,y)=\langle u(C,y)\rangle=\varphi_1(y)\neq 0,\quad b_0<y<b_1;\\ &v(C-0,y)-v(C+0,y)=\langle v(C,y)\rangle=\varphi_2(y)\neq 0,\quad b_0<y<b_1; \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &\tau_{xy}(C-0,y)-\tau_{xy}(C+0,y)=\langle \tau_{xy}(C,y)\rangle=0,\qquad b_0<y<b_1;\\ &\sigma_x(C-0,y)-\sigma_x(C+0,y)=\langle \sigma_x(C,y)\rangle=0,\qquad b_0<y<b_1. \end{aligned} \tag{3}$$

Необходимо определить смещения и напряжения, которые удовлетворяют краевым условиям на боковых гранях, на коротком торце (1), условиям на трещине (2)–(3) и уравнениям равновесия Ламе.

Для своде́ния исходной задачи к одномерной к уравнениям равновесия Ламе и краевым условиям применяется полубесконечное sin-, cos-преобразования Фурье по переменной *y*. Разрывная краевая задача в пространстве трансформант формулируется в векторном виде. Её решение строится в виде суперпозиции общего решения однородного векторного уравнения и частного решения неоднородного векторного уравнения. Общее решение однородного векторного уравнения построено с помощью аппарата матричного дифференциального исчисления [1]. Для построения частного решения к векторной разрывной краевой задаче применяется матричное интегральное преобразование по обобщённой схеме [2]. В результате частное решение векторного уравнения выражается через матрицу-функцию Грина, построенную в виде билинейного разложения.

Обращая интегральное преобразование, получаем выражения для функций перемещений, которые зависят от трёх неизвестных функций $\chi(x)$, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, где $\chi(x)=v(x,0)$.

Подстановка выражений для функций перемещений в условия $\sigma_y\big|_{y=0} = p(x)$, $\tau_{xy}\big|_{x=C-0} = 0,\ \sigma_x\big|_{x=C-0} = 0,$ приводит к системе трёх сингулярных интегральных уравнений

$$\begin{cases} \int_{-1}^{1} \tilde{\chi}(\xi) Z(x,\xi) d\xi + \tilde{K}_0(x) = \tilde{r}(x), x \in I_1; \\ \dfrac{d^2}{dy^2} \int_{-1}^{1} \tilde{\varphi}_1(\eta) \ln \dfrac{1}{|\eta - y|} d\eta + \tilde{K}_1(y) = 0, y \in I_1; \\ \dfrac{d^2}{dy^2} \int_{-1}^{1} \tilde{\varphi}_2(\eta) \ln \dfrac{1}{|\eta - y|} d\eta + \tilde{K}_2(y) = 0, y \in I_1 \end{cases} \tag{4}$$

с дополнительным условием $\int_{-1}^{1} \tilde{\chi}(\xi) d\xi = 0,$

где $\tilde{\chi}(\xi) = \chi\left(\dfrac{a(\xi+1)}{2}\right)$, $\tilde{\varphi}_i(\eta) = \varphi_i\left(\dfrac{(b_1 - b_0)\eta + (b_1 + b_0)}{2}\right)$, $i = 1,2$, $I_1 = [-1;1]$;

$$\tilde{K}_0(x) = \int_{-1}^{1} \tilde{\chi}(\xi)\, \tilde{f}_0(\xi, x) d\xi + \int_{-1}^{1} \tilde{\varphi}_1(\eta) \tilde{R}_{0,1}(+0,\eta) d\eta + \int_{-1}^{1} \tilde{\varphi}_2(\eta) \tilde{R}_{0,2}(+0,\eta) d\eta;$$

$$\tilde{K}_i(y) = \int_{-1}^{1} \tilde{\chi}(\xi)\, \tilde{f}_i(\xi, C+0) d\xi + \int_{-1}^{1} \tilde{\varphi}_1(\eta) \tilde{R}_{i,1}(y,\eta) d\eta + \int_{-1}^{1} \tilde{\varphi}_2(\eta) \tilde{R}_{i,2}(y,\eta) d\eta, i = 1,2;$$

$$Z(x,\xi) = h_1\left(\frac{1}{\xi + x - 2} + \frac{1}{\xi + x + 2}\right) + h_2\left(\frac{x-1}{(\xi + x - 2)^2} + \frac{x+1}{(\xi + x + 2)^2}\right) + h_3\left(\frac{(\xi - 1)(x-1)}{(\xi + x - 2)^3} + \frac{(\xi + 1)(x+1)}{(\xi + x + 2)^3}\right);$$

$h_1 = -\dfrac{\kappa^2 - 3}{2\kappa}, h_2 = -\dfrac{2}{\kappa}, h_3 = \dfrac{4}{\kappa}$, $\tilde{f}_i(\xi, x), \tilde{R}_{i,1}(y,\eta), \tilde{R}_{i,2}(y,\eta), \tilde{r}(x), i = 0,1,2$ – известные функции.

Для учёта неподвижной особенности в первом уравнении системы (4) построено трансцендентное уравнение

$$\cos(\lambda\pi) + \frac{2}{3 - 4\mu}\lambda^2 - \frac{4}{3 - 4\mu}\lambda - \frac{8\mu^2 - 12\mu + 3}{3 - 4\mu} = 0$$

и найдены его корни. Система (4) решается по специальной методике [3], согласно которой неизвестные функции разыскиваются в виде

$$\tilde{\chi}(\xi) = \sum_{k=0}^{N-1} \left[s_k^0 \rho_k^-(\xi) + s_{k+N}^0 \rho_k^+(\xi) \right], \ \ \xi \in [-1;1]; \tag{5}$$

$$\tilde{\varphi}_i(\eta) = \sum_{n=0}^{2N-1} s_n^i \sqrt{1 - \eta^2}\, U_n(\eta), \eta \in [-1;1], i = 1,2. \tag{6}$$

Промежуток [–1; 1] делится на $2N$ частей точками $x_i : P_{2N-1}^{\lambda_0,\lambda_0}(x_i) = 0, i = \overline{0, 2N-1}$, и система сингулярных интегральных уравнений (4) рассматривается при $x = x_i$, $i = \overline{0, 2N-1}$. В результате приходим к решению системы линейных алгебраических уравнений.

Для подсчёта коэффициентов интенсивности напряжений на концах трещины используются следующие формулы:

$$K_{I-} = \sum_{k=0}^{\infty} s_k^1 \frac{\sqrt{\pi(b_1 - b_0)}(n+1)(-1)^k}{\sqrt{2}}; \ K_{I+} = \sum_{k=0}^{\infty} s_k^1 \frac{\sqrt{\pi(b_1 - b_0)}(n+1)}{\sqrt{2}};$$

$$K_{II-} = \sum_{k=0}^{\infty} s_k^2 \frac{\sqrt{\pi(b_1 - b_0)}(n+1)(-1)^k}{\sqrt{2}}; \ K_{II+} = \sum_{k=0}^{\infty} s_k^2 \frac{\sqrt{\pi(b_1 - b_0)}(n+1)}{\sqrt{2}}.$$

В работе представлена новая методика решения плоской смешанной задачи теории упругости для полуполосы, ослабленной продольной трещиной. Решение задачи свелось к решению системы трёх сингулярных интегральных уравнений, первое из которых содержит две неподвижные особенности. Для их учёта построено трансцендентное уравнение, найдены его корни и применена специальная методика. Подсчитаны коэффициенты интенсивности напряжений на концах трещины. Исследовано их изменение при изменении длины трещины и её положения внутри полуполосы.

Список литературы

1 **Vaysfel'd, N.** On one new approach to the solving of an elasticity mixed plane problem for the semi-strip / N. Vaysfel'd, Z. Zhuravlova // Acta Mechanica. – 2015. – Vol. 226. – No.12. – P. 4159–4172. – DOI: 10.1007/s00707-015-1452-x.

2 **Попов, Г. Я.** Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений / Г. Я. Попов. – М. : Наука, 1982. – 344 с.

3 **Reut, V.** Elastic crack-tip stress field in a semi-strip / V. Reut, N. Vaysfeld, Z. Zhuravlova // Frattura ed Integrita Strutturale. – No. 44. –2018. – P. 82–93. – DOI: 10.3221/IGF-ESIS.44.07.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЧЕТВЕРТИ ПРОСТРАНСТВА

Н. Д. ВАЙСФЕЛЬД, А. В. ПОЖИЛЕНКОВ

Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова, Украина

Рассматривается упругая область $0<x<\infty,\ -\infty<y<\infty,\ 0<z<\infty$ (рисунок 1). По грани $x=0$ выполняются условия защемления

$$u(0,y,z)=v(0,y,z)=w(0,y,z)$$

На грани z = 0 краевые условия могут быть произвольными, но для определенности выберем наиболее интересные условия первой основной задачи теории упругости

$$\sigma_z\Big|_{z=0}=-p(x,y),\qquad \tau_{zx}\Big|_{z=0}=\tau_{zy}\Big|_{z=0}=0.$$

Требуется отыскать поле смещений и напряжений, удовлетворяющее поставленным краевым условиям и уравнениям равновесия

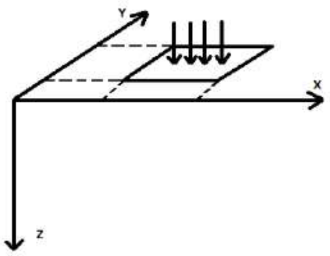

Рисунок 1 – Геометрическое представление задачи

$$\begin{cases} \Delta u+\mu_0\dfrac{\partial\theta}{\partial x}=0; \\ \Delta v+\mu_0\dfrac{\partial\theta}{\partial y}=0; \\ \Delta w+\mu_0\dfrac{\partial\theta}{\partial z}=0, \end{cases}$$

где $\Delta=\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа; $\theta=\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}+\dfrac{\partial w}{\partial z}$ – объемное расширение; $\mu_0=\dfrac{1}{1-2\mu}$; μ – коэффициент Пуассона; u, v, w – смещения по осям x, y и z соответственно.

Для решения задачи были введены две новые функции [1]: $Z=u'+v,\ Z^*=v'-u$, здесь штрих над буквой обозначает производную по x, а точка – производную по переменной y. В результате исходная система уравнений равновесия распалась на два совместно решаемых и одно отдельно решаемое уравнение. Применение интегральных преобразований привело в пространстве трансформант Фурье к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} w''_{\alpha\beta}(z)-\mu_*^{-1}N_{\alpha\beta}^2 w_{\alpha\beta}(z)+\mu_*^{-1}\mu_0 Z'_{\alpha\beta}=0; \\ Z''_{\alpha\beta}(z)-N_{\alpha\beta}^2\left[\mu_* Z_{\alpha\beta}(z)+\mu_0 w'_{\alpha\beta}(z)\right]=0, \end{cases}$$

где $N_{\alpha\beta}^2=\alpha^2+\beta^2$, α и β – параметры интегральных преобразований Фурье.