экспериментальных результатов с данными численного моделирования методом конечных элементов в среде PATRAN/NASTRAN. По результатам проведенных в работе исследований сформулированы выводы и практические рекомендации. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-01-00837).

УДК 539.3

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ ТОЛСТОСТЕННОЙ КОМПОЗИТНОЙ КОНСТРУКЦИИ, РАБОТАЮЩЕЙ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО НАГРУЖЕНИЯ

А. В. БАБАЙЦЕВ, Ю. О. СОЛЯЕВ, С. А. ЛУРЬЕ, Л. Н. РАБИНСКИЙ
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Предложена методика проектирования осесимметричного композитного изделия, состоящего из толстостенной оболочки из углепластика и армирующего стального стержня, соединённых между собой резьбовым соединением. Конструкция нагружается давлением и инерционными усилиями и работает в условиях скоростей деформаций порядка 1–10 $с^{-1}$. Методика проектирования построена на основе решения задачи для композитной балки переменного сечения. Все нагрузки действуют вдоль оси балки. Рассматривалась осесимметричная одномерная модель, нагруженная распределенным погонным усилием, постоянным по величине. Геометрия изделия аппроксимируется участками в виде усеченных конусов, для которых с учетом пренебрежения эффектов Пуассона получены аналитические решения для определения напряженно-деформированного состояния изделия (композитная внешняя оболочка/стальной армирующий сердечник). В результате расчетов определяется прочность конструкции, с точки зрения максимальных сжимающих / растягивающих напряжений, действующих в оболочке и в стальном стержне, и с точки зрения нарушения контакта (срез резьбы) между оболочкой и стержнем. Полученное аналитическое решение используется для подбора оптимальной геометрии изделия под заданные условия нагружения.

Показаны возможность применения предложенной методики для эффективной оптимизации рассматриваемых конструкций, а также согласованность проводимых приближенных расчетов с численным конечно-элементным моделированием.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-01-00837).

УДК 539.3

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ В СМЕШАННЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ТЕЛ

С. Ю. БАБИЧ, Ю. П. ГЛУХОВ, В. Ф. КОРНИЕНКО
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев, Украина

Как известно, комплексные потенциалы классической (линейной) теории упругости для статических задач изотропного тела впервые введены в работах Колосова-Мусхелишвили. Дальнейшее развитие теория комплексных потенциалов для классической теории упругости в случае статических задач для анизотропных (ортотропных) тел получила в работах С. Г. Лехницкого. Для динамических задач комплексные потенциалы также без начальных напряжений впервые рассмотрены Л. А. Галиным.

В данной работе рассматривается использование комплексных потенциалов для предварительно напряженных упругих тел. Актуальность таких исследований не должна вызывать сомнений, так как начальные (остаточные) напряжения практически присутствуют во всех элементах конструкций и обусловлены разного рода причинами, например технологическими операциями, проводимыми при изготовлении современных материалов, или сборкой конструкций. Начальные напряжения необходимо учитывать при решении задач о деформировании грунтов (особенно мерзлых), в композитных материалах при технологических процессах их создания, в кровеносных сосудах живых организмов. Иногда целесообразно преднамеренно создавать начальные напряжения (остаточные и технологические) для компенсации тех напряжений, которые возникают в элементах конструкций в процессе работы, для повышения их прочностных характеристик. Кроме того, в упругопластических телах также могут присутствовать внутренние остаточные напряжения после снятия нагрузок. Таким образом, механика материалов и элементов конструкций, геофизика, сейсмология, механика горных пород, механика композитов, биомеханика, неразрушающие ультразвуковые методы определения напряжений и ряд других – такой далеко не полный перечень научных направлений фундаментального и прикладного характера, в которых возникают проблемы, связанные с необходимостью исследования влияния начальных (остаточных) напряжений. При этом начальные напряжения существенным образом влияют на распределение напряженно-деформированного состояния в предварительно-напряженных телах (особенно для несжимаемых тел) и, в частности, влияют на контактные характеристики при исследовании контактных задач.

В работах академика А. Н. Гузя впервые введены комплексные потенциалы для плоских и антиплоских статических линеаризированных задач в случае предварительно напряженных упругих тел. При этом для плоских задач напряжения и перемещения одинаковым образом выражаются через комплексные потенциалы в случае сжимаемых и несжимаемых тел (отличаются только выражения для определения коэффициентов, зависящих от начальных напряжений). Таким образом, из этого следует, что при решении смешанных задач (контактных и задач для трещин) можно получать решения в общей форме в случае сжимаемых и несжимаемых материалов при произвольной структуре упругого потенциала. В дальнейшем А. Н. Гузем и одним из авторов этой работы комплексные потенциалы обобщены на случай плоских динамических задач для предварительно напряженных тел, когда исходные динамические задачи допускают преобразование к стационарным задачам в подвижной системе координат, движущейся прямолинейно с постоянной скоростью. Исследования проведены с привлечением соотношений линеаризированной теории упругости при больших (конечных) начальных деформациях и нескольких вариантов теории малых начальных деформаций. Для тел с начальными напряжениями указан способ получения точных решений на основе комплексных потенциалов. Приведены значения комплексных параметров для тел с упругими потенциалами конкретной формы. В частности, использованы простейшие структуры упругих потенциалов (потенциал гармонического типа для сжимаемых тел и потенциалы Трелоара, Бартенева-Хазановича в случае несжимаемых материалов).

В настоящее время авторами решены многочисленные контактные задачи с использованием введенных комплексных потенциалов, а также с применением изящного аппарата теории функций комплексной переменной и методов решения задачи Римана-Гильберта. Здесь только упомянем о решении статических задач для первой, второй и смешанной контактной задачи в случае полуплоскости для одного штампа и системы нескольких штампов с учетом трения и без него. Плоские динамические задачи для тел с начальными напряжениями, как в классическом случае (без начальных напряжений) имеют точное решение, когда исходная динамическая задача допускает преобразование к стационарной задаче в подвижной системе координат, движущейся прямолинейно с постоянной скоростью. При решении многочисленных смешанных задач для предварительно напряженных тел применялось представление напряжений и перемещений через комплексные потенциалы, что способствовало получению решений в замкнутой форме. В [1] получены представления для напряжений и перемещений через комплексные потенциалы для сжимаемых тел в случае неравных корней характеристического (определяющего) уравнения в виде

$$\begin{aligned}
\tilde{Q}_{22} &= 2\,\mathrm{Re}\left[\Phi_1'(z_1)+\Phi_2'(z_2)\right];\\
\tilde{Q}_{21} &= -2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1\gamma_{21}^{(1)}\Phi_1'(z_1)+\mu_2\gamma_{21}^{(2)}\Phi_2'(z_2)\right];\\
\tilde{Q}_{12} &= -2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1\gamma_{12}^{(1)}\Phi_1'(z_1)+\mu_2\gamma_{12}^{(2)}\Phi_2'(z_2)\right];\\
\tilde{Q}_{11} &= 2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1^2\gamma_{11}^{(1)}\Phi_1'(z_1)+\mu_2^2\gamma_{11}^{(2)}\Phi_2'(z_2)\right];\\
u_k &= 2\,\mathrm{Re}\left[\gamma_k^{(1)}\Phi_1(z_1)+\gamma_k^{(2)}\Phi_2(z_2)\right],\quad (k=1,2).
\end{aligned}\tag{1}$$

В случае равных корней характеристического уравнения соответствующие представления для напряжений и перемещений выглядят как (1). Для несжимаемых упругих тел в случае неравных корней характеристического уравнения комплексные потенциалы совпадают по форме с (1), а для неравных корней – с [2]. Безусловно, входящие в эти формулы коэффициенты определяются через известные величины различными соотношениями. Если сравнить представления напряжений и перемещений через комплексные потенциалы для динамических задач (1) в случае неравных корней и с [2] в случае равных корней с соответствующими [3, 4] представлениями для статических задач, то из этого сравнения следует, что напряжения $\tilde{Q}_{22}$, $\tilde{Q}_{21}$, $\tilde{Q}_{11}$ и перемещения u_1 и u_2 выражаются через комплексные потенциалы одинаковыми формулами, отличаются лишь выражения для определения напряжения $\tilde{Q}_{12}$ (безусловно, входящие в эти формулы коэффициенты определяются через известные величины различными соотношениями).

Для динамических задач комплексные потенциалы использованы в контактных задачах для полуплоскости с начальными напряжениями с учетом трения и без него, а также в задачах определения реакции на движущуюся нагрузку двухслойного упругого предварительно напряженного полупространства.

И в заключение отметим, что введенные комплексные потенциалы для динамических задач содержат в себе ряд ранее известных результатов, которые являются следствием предельных переходов. Так, полагая в выражениях комплексных потенциалов в случае равных корней для динамических задач начальные напряжения равными нулю, получаем комплексные потенциалы в форме Л. А. Галина. Если дополнительно положить равной нулю скорость движения штампа, то приходим к известным комплексным потенциалам Колосова-Мусхелишвили для статических задач классической теории упругости для изотропных несжимаемых тел. Если в динамических комплексных потенциалах для неравных корней определяющего уравнения положить скорость движения штампа и начальные напряжения равными нулю, то приходим к известным представлениям С. Г. Лехницкого для статических задач классической теории упругости ортотропных несжимаемых тел.

Список литературы

1 **Гузь, А. Н.** Статика и динамика упругих оснований с начальными (остаточными) напряжениями / А. Н. Гузь, С. Ю. Бабич, Ю. П. Глухов. – Кременчуг : Press-line, 2007. – 795 с.

2 **Гузь, О.** М. Контактна взаємодія пружних тіл з початковими напруженнями / О. М. Гузь, С. Ю. Бабич, В. Б. Рудницький. – Кипв : Вища школа, 1995. – 304 с.

3 **Гузь, А. Н.** Смешанные задачи для упругого основания с начальными напряжениями / А. Н. Гузь, С. Ю. Бабич, Ю. П. Глухов. – Германия, 2015. – Saarbrьcken : LAP LAMBERT Academic Publishing. – 468 с.

4 **Guz, A. N.** Contact problems for elastic bodies with initial stresses Focus on Ukrainian research / A. N. Guz, S.Yu. Babich, V. B. Rudnitsky // Applied Mechanics Reviews. – Vol. 51. – No. 5. – 1998. – P. 343–371.

УДК 539.3

О КРИТЕРИИ СУЩЕСТВОВАНИЯ КВАЗИЛЭМБОВСКИХ МОД В СИСТЕМЕ «УПРУГИЙ СЛОЙ – ПОЛУПРОСТРАНСТВО ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ»

А. М. БАГНО, Г. И. ЩУРУК
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

Задача о распространении волн Лэмба в упругом слое, взаимодействующем с жидким полупространством, принадлежит к классическим задачам механики. Вместе с тем, являясь задачей, зависящей от многих параметров, она остается изученной недостаточно полно. Обзор работ и анализ результатов, полученных в рамках классической теории упругости и модели идеальной сжимаемой жидкости, а также с привлечением более общих моделей твердых и жидких сред, приведены в статье [1]. Значительное прикладное использование акустических волн в строительстве, сейсмологии, сейсморазведке и других областях ставит задачу изучения их частотного спектра и дисперсионных свойств для различных гидроупругих систем. При этом наиболее важным для практики является исследование волновых процессов в широком диапазоне частот, охватывающем как длинноволновую, так и коротковолновую части спектра для толщин упругого слоя соизмеримых с длиной волны. В настоящей работе для анализа частотного спектра квазилэмбовских мод в системе упругий слой – жидкое полупространство используются трехмерные линеаризованные уравнения Эйлера