

## 8 ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ ДЛЯ ТРАНСПОРТНОГО И СТРОИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСОВ

УДК 539.3

### НЕСТАЦИОНАРНАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО В ПЛАНЕ ШТАМПА И УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ПОЛОСТЬЮ

*А. М. АРУТЮНЯН, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ, Ек. Л. КУЗНЕЦОВА*  
*Московский авиационный институт, Российская Федерация*

*Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ*  
*НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

Рассматривается плоская нестационарная контактная задача (рисунок 1) для абсолютно твердого, прямоугольного в плане штампа, полуширина которого равна  $b$ , и полупространства, имеющего заглубленную полость произвольной геометрии и расположения с гладкой границей  $\Gamma$ . В начальный момент времени  $\tau=0$  штамп, двигаясь вертикально по заданному закону  $f(\tau)$ , входит в контакт в первоначально невозмущенным полупространством. Решение задачи будем искать в прямоугольной декартовой системе координат  $Oxz$ . Ось  $Ox$  направлена вдоль невозмущенной границы полупространства, а  $Oz$  – вглубь полупространства. Обозначим  $\Omega$  – полуплоскость с полостью, ограниченной контуром  $\Gamma$ . Зафиксируем произвольный момент времени  $T > 0$  и поставим задачу: определить контактные напряжения под штампом, перемещения границы полупространства вне штампа и перемещения границы полости при  $\tau \in [0, T]$ .

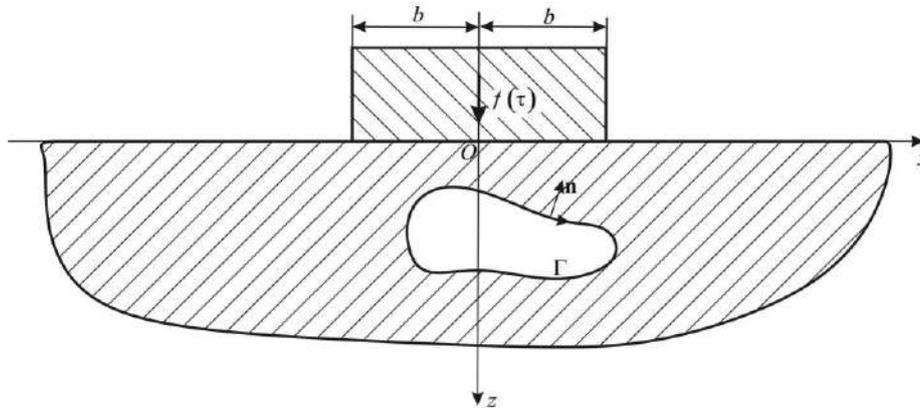


Рисунок 1 – Схема постановки задачи

Движение упругого полупространства описывают уравнения Ламе в перемещениях. В безразмерной форме они имеют вид [1]

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= (1 - \eta^{-2}) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \eta^{-2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + F_1(x, z, \tau), \\ \ddot{w} &= (1 - \eta^{-2}) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \eta^{-2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + F_3(x, z, \tau), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $u$  и  $w$  – перемещения в направлении осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно;  $\eta = \frac{c_1}{c_2}$ ;  $c_1$  и  $c_2$  – скорости распространения волн растяжения-сжатия и сдвига в полупространстве;  $F_1, F_2$  – компоненты мас-

совых сил; точками здесь и далее обозначены производные по безразмерному времени  $\tau = \frac{c_1 t}{b}$ . Все линейные величины и параметры отнесены к размеру полуширины штампа  $b$ .

Ненулевые компоненты тензора деформация  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{xz}$  и  $\varepsilon_{zz}$  связаны с перемещениями соотношениями Коши:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (2)$$

Напряжения  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xz}$  и  $\sigma_{zz}$  связаны с деформациями законом Гука:

$$\sigma_{xx} = \varepsilon_{xx} + (1 - 2\eta^{-2})\varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{xz} = 2\eta^{-2}\varepsilon_{xz}, \quad \sigma_{zz} = \varepsilon_{zz} + (1 - 2\eta^{-2})\varepsilon_{xx}. \quad (3)$$

Полагаем, что контакт происходит в условиях свободного проскальзывания. Этому соответствуют следующие граничные условия:

$$\sigma_{xz}|_{z=0} = 0, \quad x \in (-\infty, \infty); \quad w|_{z=0} = f(\tau), \quad |x| \leq b; \quad \sigma_{zz}|_{z=0} = 0, \quad |x| > b. \quad (4)$$

Полагаем, что граница полости  $\Gamma$  свободна от напряжений:

$$\sigma_s|_{\Gamma} = 0, \quad \sigma_n|_{\Gamma} = 0, \quad (5)$$

где  $\sigma_s$  и  $\sigma_n$  – касательные и нормальные напряжения на контуре.

Постановку задачи замыкают нулевые начальные условия

$$u(x, z, 0) = \dot{u}(x, z, 0) = w(x, z, 0) = \dot{w}(x, z, 0) = 0. \quad (6)$$

Заменим плоскую область, ограниченную осью  $z = 0$  и контуром  $\Gamma$ , фиктивной плоской областью, представляющей собой бесконечную плоскость  $Oxy$  с внутренней полостью, ограниченной контуром  $\Gamma$ . И потребуем, чтобы для этой новой фиктивной области на оси  $z = 0$  и на контуре  $\Gamma$  выполнялись условия (4) и (5). Очевидно, что решение этой задачи в области  $z \geq 0$  будет также и решением исходной плоской контактной задачи для полупространства.

Метод решения основан на динамической теореме взаимности, согласно которой работа системы сил первого состояния на перемещениях второго состояния равна работе системы сил второго состояния на перемещениях первого [1], что выражается следующим интегральным уравнением:

$$\int_{\Gamma} (\sigma'_s * u'_s + \sigma'_n * u'_n) ds + \int_{-\infty}^{\infty} (\sigma'_{xz} * u' + \sigma'_{zz} * w') ds = \int_{\Gamma} (\sigma'_s * u_s + \sigma'_n * u_n) ds + \int_{-\infty}^{\infty} (\sigma'_{xz} * u + \sigma'_{zz} * w) ds, \quad (7)$$

где  $u_s$  и  $u_n$  – касательные и нормальные перемещения на контуре  $\Gamma$ , величины без штрихов соответствуют первому (истинному) напряженно-деформированному состоянию, а со штрихами – второму, знак «\*» означает свёртку по времени.

В истинном напряженно-деформированном состоянии положим, что массовые силы  $F_1$  и  $F_2$  отсутствуют. При этом неизвестными являются перемещения на контуре  $u_s$ ,  $u_n$ , нормальные напряжения под штампом  $\sigma_{zz}$ , касательные перемещения границы полупространства  $u$  и нормальные перемещения границы полупространства вне штампа  $w$ . Под штампом нормальные перемещения известны и согласно (4) во всех точках равны  $f(\tau)$ . Кроме того на контуре  $\Gamma$ , согласно (5), напряжения отсутствуют. Принимая это во внимание, уравнение (7) запишется в виде

$$\int_{-b}^b \sigma'_{zz} * w' ds - \int_{\Gamma} (\sigma'_s * u_s + \sigma'_n * u_n) ds - \int_{-\infty}^{\infty} \sigma'_{xz} * u ds - \int_{|x|>b} \sigma'_{zz} * w ds = \int_{-b}^b \sigma'_{zz} * f(\tau) ds. \quad (8)$$

Для решения интегрального уравнения (8) используется прямой метод граничных элементов [3]. При этом в каждый момент времени в полупространстве выделяется конечная область, находящаяся в возмущенном состоянии, что приводит несобственный интеграл в (8) к интегралу с конечными пределами. Согласно этому подходу контур  $\Gamma$  и участок оси  $Ox$ , вовлеченный в движение, приближенно аппроксимируются системой непересекающихся обрезков (граничных элементов). На каждом граничном элементе искомые перемещения и напряжения полагаются постоянными по пространственным переменным. Уравнение (8) дискредитируется по пространственным переменным с помощью системы фиктивных состояний (вторых состояний). Эти состояния соответствуют приложению к каждому граничному элементу поочередно сначала нормальной, а затем касательной сосредоточенной единичной массовой силы. Решения этих задач известны и представляют собой

функции влияния для упругой плоскости [2]. С использованием функций влияния задача сводится к системе интегральных уравнений в свертках по времени, которая решается численно с помощью метода прямоугольников.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 17-08-01127 А, 16-08-00260 А).

#### Список литературы

- 1 **Новацкий, В.** Теория упругости / В. Новацкий. – М. : Мир, 1975. – 872 с.
- 2 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
- 3 **Крауч, С.** Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. – М. : Мир, 1987. – 325 с.

УДК 539.3

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АЛЮМИНИЕВЫХ ПЛАСТИН С ОДНОСТОРОННИМ ПОРОШКОВЫМ ПОКРЫТИЕМ

*А. В. БАБАЙЦЕВ, АУНГ ЧЖО ТХУ, ЯН НАИНТ МИН, М. И. МАРТИРОСОВ, Л. Н. РАБИНСКИЙ*  
*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

В настоящее время на многие металлические элементы машиностроительных конструкций наносятся различные типы покрытий. Это обусловлено хорошими защитными антикоррозионными характеристиками большинства покрытий, а также их декоративными свойствами. Такое сочетание металлической основы и самого покрытия обеспечивает конструкции необходимые эксплуатационные характеристики. Однако при расчетах на прочность не учитываются прочностные характеристики нанесенного покрытия. Это обусловлено недостатком сведений по механическим характеристикам самих покрытий, используемых в настоящее время в технике.

В работе проводятся экспериментальные и теоретические исследования по определению механических характеристик образцов из тонколистового алюминиевого сплава, на которые наносятся защитные полимерные покрытия. Образцы для испытаний представляют собой удлиненные прямоугольные пластины 12 мм Ч 120 мм различной толщины, начиная от алюминиевой фольги. Полимерное покрытие наносится только с одной стороны исследуемых пластин и представляет собой лакокрасочное покрытие порошкового типа. Состав порошковых полимерных покрытий определяется основными видами сырьевого материала: смолой, отвердителем, пигментами и добавками. Смолы придают покрытию основные свойства, пигменты предназначены для получения цветового и декоративного эффекта (например, для регулирования степени глянца), добавки служат для придания некоторых специальных свойств (например, для снижения температуры сушки, увеличения твердости поверхности и др.). Перед нанесением на образцы такого покрытия проводилась предварительная подготовка поверхностей: обезжиривание (удаление с поверхности органических загрязнений), а затем хромирование (для повышения защитных свойств металла и увеличения долговечности покрытия). После подготовки поверхностей проводилась сушка пластин от влаги в сушильной камере при температуре ~120 °С. Затем после этой операции наносилась порошковая полимерная краска производства фирмы Europolveri (Италия) на эпоксидно-полиэфирной основе электростатическим распылением (цвет RAL9010 – по международному стандарту). Нанесение покрытий (напыление) осуществлялось в покрасочной камере Gema (Швейцария). Толщина покрытия составляла 60–80 мкм и контролировалась электронным толщиномером QuaNix 7500 (Германия), предназначенным для измерения толщины покрытия на ферромагнитных и неферромагнитных поверхностях. Далее происходила полимеризация напыленного слоя в печи полимеризации (термокамере) при температуре 140 °С в течение 5–30 мин, в результате чего образуется прочное равномерное покрытие с заданными свойствами.

Проводились эксперименты на центральное растяжение и трехточечный изгиб, сравнивались механические характеристики исследуемых образцов с аналогичными образцами без покрытия, а также образцов с двухсторонним порошковым полимерным покрытием. Определялись упругие характеристики покрытий. Эти эксперименты проводились на универсальной испытательной машине INSTRON 5980 (Великобритания) при комнатной температуре. Дается сравнение полученных