$$\begin{cases} -q^2\varphi^{FL} + \dfrac{\partial^2\varphi^{FL}}{\partial z^2} = s^2\varphi^{FL}, \\ -q^2\psi^{FL} + \dfrac{\partial^2\psi^{FL}}{\partial z^2} = \eta^2 s^2\psi^{FL}, \end{cases}$$

$$s^2 v = -q^2 a^2 v^{FL} + 1 + \sigma_{330}^{FL},\ \sigma_{33}^{FL} = -iqku^{FL} + \frac{\partial w^{FL}}{\partial z}, \tag{9}$$

$$w^{FL} = \frac{\partial\varphi^{FL}}{\partial z} - iq\psi^{FL},\ u^{FL} = -iq\varphi^{FL} - \frac{\partial\psi^{FL}}{\partial z},$$

$$\sigma_{13}^{FL} = \frac{1-k}{2}\left(\frac{\partial u^{FL}}{\partial z} - iqw^{FL}\right).$$

Решая данную систему уравнений, находим изображение функции влияния

$$v^{FL} = \frac{k_1(s,q)\eta^2 s^2}{k_1(s,q)\left[-a^2\eta^2q^2s^2 - \eta^2s^4 + 2k_2q^2(s,q)(k-1)\right] + \left(\eta^2q^2s^2 + 2q^4\right)(1-k) + \eta^2s^4 + 2q^2s^2}, \tag{10}$$

$$k_2(s,q) = \sqrt{q^2 + \eta^2 s^2},\ k_1(s,q) = \sqrt{q^2 + s^2},\ k_m(s,q) = \sqrt{s^2 + a^2q^2}.$$

Оригинал функции влияния определяется с применением численно-аналитического алгоритма. При этом оригинал по Лапласу определяется аналитически, а по Фурье – численно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-58-00008 Бел_а).

Список литературы

1 **Михайлова, Е. Ю.** Плоская нестационарная задача об ударе по мембране / Е. Ю. Михайлова, Д. В. Тарлаковский // Актуальные проблемы развития транспортных систем и строительного комплекса : тр. Междунар. науч.-практ. конф. – Гомель, 2001. – С. 318–319.

2 **Mikhailova, E.Yu.** Nonstationary Axisymmetric Problem of the Impact of a Spherical Shell on an Elastic Half-Space (Initial Stage of Interaction) / E. Yu. Mikhailova, G. V. Fedotenkov // Mechanics of Solids. – 2011. – Vol. 46, No. 2. – P. 239–247.

3 **Михайлова, Е. Ю.** Нестационарный контакт сферической оболочки и упругого полупространства / Е. Ю. Михайлова, Г. В. Федотенков, Д. В. Тарлаковский // Труды МАИ: электронный журнал. – 2014. – Вып. 78 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=53499. – Дата доступа : 20.06.19.

УДК 629.5.01

ПРИМЕНЕНИЕ И РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ, РАБОТАЮЩИХ В ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

Э. И. СТАРОВОЙТОВ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Ю. М. ПЛЕСКАЧЕВСКИЙ

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

М. Ю. РЯЗАНЦЕВА

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Трехслойные конструкции широко применяются в технике, авиа- и судостроении, промышленности и строительстве. В интерьере современных пассажирских самолетов около 80 % конструкций самолета выполнены из трехслойных сотовых панелей, что объясняется их довольно высокой удельной прочностью и жёсткостью, по сравнению с традиционными монолитами. Это позволяет уменьшить толщину оболочек, панелей и число ребер жесткости и уменьшить массу конструкции, что приводит к экономии не только материалов, но и горючего.

Постепенный рост объёмов производства авиационной техники ставит перед конструкторами задачу экономической эффективности при создании современного высокотехнологичного интерьера самолета. Элементы конструкции летательных аппаратов, выполняемые в виде многослойных конструкций, применяются для истребителя-перехватчика SAAB-37 «Виггеп», истребителя-бомбардировщика F-111A, пассажирского самолета Ил-96-300, космического корабля «Спейс шаттл».

Большое распространение в судостроении получили трёхслойные конструкции, набранные из полимерных материалов, используемых в качестве несущих слоев, а также для заполнителя. Соединение слоёв в подобных конструкциях осуществляется склеиванием друг с другом. Если рассматривать преимущества стеклопластиков перед традиционными однослойными материалами, используемыми в судостроении (деревом, сталью, алюминиево-магниевыми сплавами), то это высокая удельная прочность, позволяющая уменьшать массу судовых конструкций.

Помимо возможности уменьшения массы, трехслойные судовые конструкции обладают и рядом других положительных качеств. В большинстве случаев, кроме своей основной функции – образовывать корпусную конструкцию, они выполняют и ряд других. Например, придают свойства тепловой и звуковой изоляции, обеспечивают запас аварийной плавучести и т.п.

Трёхслойные сэндвич-панели, набранные из материалов на полимерной основе, всё чаще используются в строительной практике. В таких конструкциях средний слой служит теплоизолятором или звукопоглотителем, для этого используются материалы, имеющие низкий коэффициент теплопроводности и хорошие звукоизоляционные свойства. Прочность, устойчивость и внешний вид конструкции придают наружные облицовочные слои, поэтому их выполняют из материалов с высокими прочностными характеристиками и высокими потребительскими свойствами.

Следует отметить, что 95 % всех сэндвич-панелей, производимых за рубежом, имеют наполнители из пенополиуретана. Пенополиуретан является неплавкой термореактивной пластической массой с ячеистой структурой. В его объеме 97 % занимают полости и поры, заполненные газом фторхлорметаном с низкой теплопроводностью. Это придаёт материалу высокую механическую прочность. Сэндвич-панели – продукт, обладающий рядом несомненных преимуществ перед кирпичом, бетоном и другими строительными материалами.

Теория слоистых элементов конструкций начала разрабатываться в конце 40-х годов XX века. Существенный вклад в ее развитие внесли Александров, Болотин, Горшков, Григолюк, Королев, Новичков, Чулков, ряд зарубежных авторов, а также белорусская школа механики. На сегодняшний день создание общей теории квазистатического деформирования трехслойных элементов конструкций еще не завершено и интенсивно продолжается.

В качестве примера здесь приведено аналитическое решение краевой задачи о термосиловом деформировании трехслойной круговой пластины локальной нагрузкой в температурном поле. Численная апробация решения проведена в случае металлополимерного стержня.

1 Постановка краевой задачи. Рассматривается несимметричная по толщине трехслойная круговая пластина. Постановка задачи и ее решение проводится в цилиндрической системе координат r, φ, z. Срединная плоскость заполнителя принимается за координатную. Для тонких внешних несущих слоев принимаются гипотезы Кирхгофа, для толстого жесткого заполнителя, воспринимающего нагрузку в тангенциальном направлении, справедлива гипотеза Тимошенко о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали.

Считаем, что к наружной поверхности первого несущего слоя приложены осесимметричные распределенные нагрузки $q(r)$, $p(r)$ и подводится тепловой поток q_t. Поверхность $z = -c - h_2$ и контур пластины теплоизолированными. Это позволяет температурное поле $T(z)$ вычислять по известной формуле. Для связи деформаций и напряжений воспользуемся соотношениями закона Гука в девиаторно-шаровой форме:

$$s_\alpha^{(k)} = 2G_k(T_k)\text{э}_\alpha^{(k)}, \quad \sigma^{(k)} = 3K_k(T_k)(\varepsilon^{(k)} - \alpha_{0k}T_k) \quad (k = 1,2,3), \quad s_{rz}^{(3)} = 2G_k(T_k)\text{э}_{rz}^{(3)} \quad (\alpha = r,\varphi),$$

где $s_\alpha^{(k)}, \text{э}_\alpha^{(k)}$ – девиаторные, $\sigma^{(k)}, \varepsilon^{(k)}$ – шаровые части тензоров напряжений и деформаций; $G_k(T_k), K_k(T_k)$ – температурно-зависимые модули сдвига и объемного деформирования; α_{0k} – коэффициент линейного температурного расширения материала k-го слоя.

Рассмотрим изгиб круговой трехслойной пластины нагрузкой, равномерно распределенной по кольцу относительного радиуса $a \le r \le b$, перпендикулярно внешнему слою:

$$q = q_0(H_0(b-r) - H_0(a-r)).$$

Общее решение краевой задачи следующее. Сдвиг в заполнителе $\psi(r)$:

$$\psi = C_2 I_1(\beta r) + C_3 K_1(\beta r) + \frac{\gamma_1 q_0}{2\beta^2} H_0(b-r)\left[\frac{b^2}{r} - r + 2b\left(K_1(\beta b) I_1(\beta r) - I_1(\beta b) K_1(\beta r)\right)\right] -$$

$$-\frac{\gamma_1 q_0}{2\beta^2}H_0(a-r)\left[\frac{a^2}{r}-r+2a\left(K_1(\beta a)I_1(\beta r)-I_1(\beta a)K_1(\beta r)\right)\right]+\frac{C_1\gamma_1}{\beta^2 r}.$$

Прогиб $w(r)$ и радиальное перемещение $u(r)$ круговой трехслойной пластины под действием кольцевой нагрузки:

$$w=\frac{1}{b_3}\left[b_2\left(\frac{C_2}{\beta}I_0(\beta r)+\int\psi_r\,\mathrm{d}\,r\right)-\int\left(\frac{a_3}{a_1}\mathrm{L}_2^{-1}(p)-\mathrm{L}_3^{-1}(q)\right)\mathrm{d}\,r+\frac{C_5 r^2}{4}+C_4\right],$$

$$u=\frac{a_3}{a_1a_6-a_3^2}\left[\mathrm{L}_3^{-1}(q)-\frac{a_6}{a_3}\mathrm{L}_2^{-1}(p)+\left(a_5-\frac{a_2a_6}{a_3}\right)\psi+C_7 r\right],$$

где

$$\int\mathrm{L}_3^{-1}(q)\,\mathrm{d}\,r=q_0\left[\frac{r^4-5b^4}{64}-\frac{b^4}{16}\ln\left(\frac{r}{b}\right)-\frac{b^2r^2}{8}\ln\left(\frac{r}{b}\right)+\frac{b^2r^2}{16}\right]H(b-r)-$$

$$-q_0\left[\frac{r^4-5a^4}{64}-\frac{a^4}{16}\ln\left(\frac{r}{a}\right)-\frac{a^2r^2}{8}\ln\left(\frac{r}{a}\right)+\frac{a^2r^2}{16}\right]H(a-r),$$

$$\int\psi\,\mathrm{d}\,r=\frac{C_2I_0(\beta r)}{\beta}-\frac{C_3K_0(\beta r)}{\beta}+\frac{C_1\gamma_1}{\beta^2}\ln(r)+\frac{\gamma_1 q_0}{2\beta^2}H_0(b-r)\times$$

$$\times\left[\frac{b^2-r^2}{2}+b^2\ln\left(\frac{r}{b}\right)+\frac{2b}{\beta}\left(K_1(\beta b)I_0(\beta r)+I_1(\beta b)K_0(\beta r)\right)-\frac{2}{\beta^2}\right]-\frac{\gamma_1 q_0}{2\beta^2}\times$$

$$\times H_0(a-r)\left[\frac{a^2-r^2}{2}+a^2\ln\left(\frac{r}{a}\right)+\frac{2a}{\beta}\left(K_1(\beta a)I_0(\beta r)+I_1(\beta a)K_0(\beta r)\right)-\frac{2}{\beta^2}\right].$$

Константы интегрирования при шарнирном опирании контура:

$$C_4=\frac{b_2}{b_3}\left(-\frac{C_2I_0(\beta)}{\beta}+\frac{C_3K_0(\beta)}{\beta}\right)-\frac{1}{4b_3}(C_1+C_5),$$

$$C_5=q_0\frac{a_3^2-a_1b_3+a_7a_1}{4a_1(a_6+a_7)}\left(b^2\left(1-\frac{b^2}{2}\right)-a^2\left(1-\frac{a^2}{2}\right)\right)-\frac{6b_3}{a_6+a_7}\sum_{k=1}^{3}\alpha_{0k}\int_{h_k}K_kT_kz\,\mathrm{d}\,z,$$

$$C_7=\frac{2a_3}{a_1(a_6+a_7)}\left(3\sum_{k=1}^{3}\alpha_{0k}\int_{h_k}K_kT_kz\,\mathrm{d}\,z+\frac{q_0b^2}{4}\left(1-\frac{b^2}{2}\right)-\frac{q_0a^2}{4}\left(1-\frac{a^2}{2}\right)\right),$$

Численные расчеты показали существенное влияние температуры на перемещения в пластине.

Работа выполнена при финансовой поддержке БР ФФИ (проект *Т18Р-090)*.

УДК 539.37

ВЗАИМОВЛИЯНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ОТВЕРСТИЙ В НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОЙ КОМПОЗИТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

Е. А. СТОРОЖУК, В. А. МАКСИМЮК, И. С. ЧЕРНЫШЕНКО
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Тонкие цилиндрические оболочки, как несущие элементы современных конструкций, находят широкое применение в авиа- и судостроении, ракетостроении, химическом и нефтяном машиностроении, на транспорте. В большинстве случаев эти элементы по конструктивным или технологическим соображениям имеют отверстия различной формы.

Рассмотрим тонкую цилиндрическую оболочку радиуса R и толщины h, которая изготовлена из ортотропного композитного материала (КМ) и ослаблена двумя или большим количеством прямоугольных отверстий (рисунок 1). Отнесем оболочку к ортогональной системе координат (x, y, γ), где x, y, γ – длины образующей, направляющей и нормали к срединной поверхности оболочки.