На рисунке 1 видно, что при эксперименте № 2 (маятник с лопастями) колесо достигло нижней точки (удар) позже, что говорит о более низкой средней скорости и, следовательно, о большей силе трения. Однако последствия удара в эксперименте № 2 также более существенны, чем для № 1, возможно, вследствие затраты энергии на колебание лопаточек относительно корпуса колеса.

Особо хотелось бы отметить, что качество камеры было невысоким, что позволяет использовать предлагаемую методику измерения параметров движения в достаточно сложных условиях и получить результаты без серьёзных материальных затрат.

Список литературы

1 **Нельзин, А. Е.** Использование фото- и видеотехники в демонстрационном эксперименте / А. Е. Нельзин // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия: Информационные компьютерные технологии в образовании. – 2010. – № 6. – С. 42–52.

2 **Боуден, Ф. П.** Трение и смазка твёрдых тел / Ф. П. Боуден, Д. Тейбор ; пер. с англ. Н. М. Михина и А. А. Силина ; под ред. И. В. Крагельского. – М. : Машиностроение, 1968.

УДК 621.763

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВЯЗКОУПРУГИХ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

С. Г. ПШЕНИЧНОВ

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Исследование задач о переходных волновых процессах в вязкоупругих слоистых композитах с использованием аналитических методов весьма актуально, однако известные на сегодня результаты в этой области не являются исчерпывающими. В данной работе рассмотрены вопросы, связанные с построением решений таких задач для композитов с произвольным числом однородных линейно-вязкоупругих слоев при малых деформациях, ограниченности области распространения возмущений и ограниченности ползучести материала слоев композита.

Пусть тело занимает область Ω с границей Σ и состоит из N однородных изотропных линейно-вязкоупругих компонент (в частном случае – слоев): $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \ldots \cup \Omega_N$ (Ω_i и Ω_j не пересекаются во внутренних точках при $i \neq j$). На поверхностях контакта между компонентами предполагается выполнение условий непрерывности векторов перемещений и напряжений. Для каждой компоненты тела ($n = 1, 2, \ldots, N$) запишем уравнения динамики

$$(\hat{\lambda}_n + \hat{\mu}_n)\operatorname{grad}\operatorname{div} u^{(n)}(x,t) + \hat{\mu}_n \Delta u^{(n)}(x,t) + f^{(n)}(x,t) = \rho_n \ddot{u}^{(n)}(x,t) \tag{1}$$

и определяющие соотношения

$$\tilde{\sigma}^{(n)}(x,t) = \hat{\mu}_n \operatorname{def} u^{(n)}(x,t) + \hat{\lambda}_n \operatorname{div} u^{(n)}(x,t)\, \tilde{I}, \quad x(x_1, x_2, x_3) \in \Omega_n . \tag{2}$$

Для компонент с номерами m, $1 \le m \le N$, имеющих общие точки с границей Σ, представим граничные условия

$$\tilde{\alpha}^{(m)}(x)\tilde{\sigma}^{(m)}(x,t)n + \tilde{\beta}^{(m)}(x)u^{(m)}(x,t) = p^{(m)}(x,t), \quad \mathbf{x} \in \Sigma, \quad t > 0. \tag{3}$$

На поверхности контакта соседних компонент с номерами p и q запишем соотношения

$$u^{(p)}(x,t) = u^{(q)}(x,t), \qquad \tilde{\sigma}^{(p)}(x,t)n = \tilde{\sigma}^{(q)}(x,t)n, \qquad \mathbf{x} \in \Sigma_{pq} . \tag{4}$$

Для каждой компоненты зададим начальные условия:

$$u^{(n)}(x,0) = b_1^{(n)}(x), \quad \dot{u}^{(n)}(x,0) = b_2^{(n)}(x), \quad x \in \Omega_n . \tag{5}$$

Точка над буквой означает производную по времени t; $\tilde{\sigma}^{(n)}$ – тензор напряжений; $u^{(n)}$, $p^{(m)}$, $f^{(n)}$, $b_1^{(n)}$, $b_2^{(n)}$ – векторы перемещений, граничных воздействий, объемных сил, начальных перемещений и скоростей, относящиеся к компоненте тела с соответствующим номером; ρ_n – плотность; $\tilde{\alpha}^{(m)}, \tilde{\beta}^{(m)}$ – тензоры 2-го ранга, определяющие тип граничных условий; n – единичная внешняя нормаль к соответствующей границе; Δ – оператор Лапласа; $\tilde{I}$ – единичный тензор; $\hat{\lambda}_n, \hat{\mu}_n$ – операторы вида

$$\hat{\lambda}_n = \frac{1}{3}[3K_0^{(n)}(1-\hat{T}_\upsilon^{(n)}) - 2G_0^{(n)}(1-\hat{T}_s^{(n)})], \quad \hat{\mu}_n = G_0^{(n)}(1-\hat{T}_s^{(n)}), \quad T_k^{(n)}\xi(t) = \int_0^t T_k^{(n)}(t-\tau)\xi(\tau)d\tau, \quad k=\upsilon, s,$$

где $G_0^{(n)}, K_0^{(n)}$ – мгновенные значения модулей сдвига и объемного сжатия; $T_\upsilon^{(n)}(t), T_s^{(n)}(t)$ – ядра объемной и сдвиговой релаксации n-й компоненты тела. Предполагаем, что область распространения возмущений ограничена.

Затронуты вопросы, связанные с построением решений задач класса (1)–(5) методом интегрального преобразования Лапласа по времени с последующим обращением. Предполагается, что решение $\mathbf{U}^{(n)}(\mathbf{x},s)$ задачи (1)–(5) в пространстве изображений ($u^{(n)}(x,t) \to U^{(n)}(x,s)$) удалось построить, и основное внимание уделяется процессу построения оригинала $u^{(n)}(x,t)$. Сформулированы утверждения о свойствах решений в изображениях, упрощающие построение оригиналов. Исследуется возможное расположение и характер особых точек решения в изображениях. Сформулированы утверждения о связи точек ветвления и полюсов трансформанты $U^{(n)}(x,s)$ решения задачи (1)–(5) со спектром соответствующей задачи о свободных колебаниях рассматриваемого многокомпонентного тела. При определенных условиях выявлена связь между задачей (1)–(5) и статической задачей теории упругости, в которой в качестве упругих констант выступают длительные модули. Обсуждаются различные формы представления решения в оригиналах; как в виде ряда по вычетам, так и в виде интеграла.

Особенность представленных теоретических результатов заключается в том, что они позволяют построить решение задачи (1)–(5) в произвольном временном диапазоне, как при регулярных, так и при сингулярных наследственных ядрах без предположения о малости вязкости или какой-либо зависимости между ядрами.

Специально рассмотрены два частных случая, когда процесс построения решения существенно упрощается. Первый – когда все однородные составляющие тела линейно-упругие $T_\upsilon^{(n)}(t) \equiv T_s^{(n)}(t) \equiv 0$, начальные условия нулевые $b_1^{(n)} \equiv 0$, $b_2^{(n)} \equiv 0$, объемные силы отсутствуют $f^{(n)}(x,t) \equiv 0$, а вектор граничных воздействий таков, что перемещения тела как жесткого целого исключены и выполнено соотношение

$$p^{(m)}(x,t) = p_0^{(m)}(x)\varphi(t), \tag{6}$$

причем $\varphi(t) = h(t)$ – функция Хевисайда. В этом случае все полюсы изображения $\mathbf{U}^{(n)}(\mathbf{x},s)$ расположены на мнимой оси и являются простыми, поэтому для построения оригинала соответствующие вычеты легко найти. Заметим, что, построив решение при $\varphi(t) = h(t)$, можно с помощью свертки получать решения и при других $\varphi(t)$.

Второй частный случай – когда все составляющие тела линейно-вязкоупругие, но их наследственные свойства характеризуются одним, одинаковым для всех составляющих, ядром экспоненциального вида:

$$T_\upsilon^{(n)}(t) \equiv T_s^{(n)}(t) \equiv ae^{-bt}, \quad n = 1,2,\dots,N, \quad 0 < a < b/2, \tag{7}$$

при этом начальные условия нулевые, объемные силы отсутствуют, перемещения тела как жесткого целого исключены и выполнены равенства (6) при $\varphi(t) = h(t)$. Тогда полюсы изображений $U^{(n)}(x,s)$ также будут простыми. Они расположены слева от мнимой оси (кроме $s = 0$) и легко находятся. Соответствующие вычеты также нетрудно посчитать.

Представленные общие теоретические положения использовались для построения решений нестационарных динамических задач для слоистых композитов. Были получены решения для композитов с плоскопараллельными, сферическими и цилиндрическими границами раздела упругих и линейно-вязкоупругих однородных слоев. Рассмотрены случаи, когда ядра релаксации материала слоев не были связаны между собой. Некоторые из этих решений были численно реализованы для изучения волновых процессов в конкретных конструкциях.

Были исследованы процессы распространения одномерных нестационарных волн в поперечном сечении бесконечного полого кругового цилиндра, состоящего из множества коаксиальных линейно-вязкоупругих слоев, при его осесимметричном радиальном нагружении в условиях плоской деформации. Кроме того, исследованы двумерные процессы распространения нестационарных волн в поперечном сечении бесконечного полого цилиндра, состоящего из коаксиальных упругих слоев, при его неосесимметричном радиальном нагружении.

Исследованы одномерные волновые процессы в цилиндрах со столь большим количеством вязкоупругих слоев, что это позволило перейти к изучению динамики цилиндров с непрерывной радиальной неоднородностью материала. Задача с непрерывной неоднородностью заменялась аналогичной для тела тех же размеров, состоящего из большого числа однородных слоев. В определенном диапазоне изменения исходных данных расчеты показали сходимость результатов с увеличением количества слоев. Рассмотрены различные виды неоднородностей, когда мгновенный модуль сдвига и ядро сдвиговой релаксации непрерывно зависели от радиальной координаты, а остальные физико-механические параметры от нее не зависели. Изучено влияние неоднородностей такого типа на характер волновых процессов.

Таким образом, было проиллюстрировано, как, выбирая специальным образом свойства материала слоев в линейно-вязкоупругом многослойном композите, можно управлять нестационарным волновым процессом, происходящим в этом композите в результате внешних воздействий.

УДК 629.067.5

МЕТОДОЛОГИЯ ТЕПЛОЗАЩИТЫ СОВРЕМЕННЫХ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОИНТЕНСИВНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ КИСЛОРОДОСОДЕРЖАЩИХ СРЕД

Л. Н. РАБИНСКИЙ, О. В. ТУШАВИНА, Г. М. ФАЙКИН
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Тепловая защита космических летательных аппаратов должна быть многофункциональной и противостоять множеству факторов. Надежность таких систем зависит от выполнения ряда факторов, сформулированных к их проектированию и разработке. Системы тепловой защиты должны:

– противостоять действию как тепловых, так и силовых, газодинамических и космических факторов, возникающих при полете космического аппарата в атмосфере планеты и в открытом космосе;

– обладать минимальной массой при сохранении высокой степени надежности в любых условиях эксплуатации;

– обладать теплоизоляционными свойствами на всей траектории полета_космического летательного аппарата (КЛА) для обеспечения заданного температурного режима в бортовых отсеках;

– сохранять свои характеристики при длительном полете в космосе или при_хранении аппарата на стартовой позиции в течение десяти и более лет;

– быть простыми в изготовлении, не содержать в конструкции дорогостоящих материалов.

Одной из основных задач методологии тепловой защиты современных КЛА является разработка математической модели термохимического разрушения углеродных теплозащитных материалов (ТЗМ) в потоке высокотемпературного воздуха.

Разработка математической модели механизма разрушения теплозащитных материалов разных классов применительно к проблеме тепловой защиты космических аппаратов относится к категории сложной, проблемной задачи. Эта задача решалась комплексно, с использованием как экспериментальных, так и теоретических исследований. Модель представляет собой систему различного типа уравнений (дифференциальных и алгебраических – линейных и нелинейных), математически описывающих физико-химические процессы, сопутствующие кинетическому, диффузионному и сублимационному режимам разрушения углеродных ТЗМ. Учитывается, что все указанные выше режимы взаимодействия реализуются не в статической, а в динамической (подвижной) окружающей среде, когда теплозащитное покрытие обтекается гиперзвуковым потоком химически активного газа, что связывает процессы в материале с системой дифференциальных уравнений, описывающих процессы тепло- и массообмена в химически активном пограничном слое.

Приводятся результаты исследований по упрощению и линеаризации разработанной математической модели термохимического разрушения углеродных теплозащитных материалов и возможности получения аналитических решений для частных случаев [1–4].