В данной работе для конкретных упругих потенциалов простейшей структуры исследованы значения критических параметров нагружения, при которых появляется поверхностная неустойчивость. В частности, для несжимаемых тел в случае потенциала Трелоара (тело неогуковского типа) $\lambda_1^{кр} \approx 0,54$. А для этих же тел в рамках потенциала Бартенева – Хазановича $\lambda_1^{кр} \approx 3^{-0,5}$.

Следует отметить, что потенциал Трелоара соответствует неравным корням характеристического (определяющего) уравнения и потенциал Бартенева – Хазановича соответствует равным корням этого же уравнения. Таким образом, все полученные в данной работе результаты имеют смысл только при $\lambda_1 > 0,54$ и $\lambda_1 > 3^{-0,5}$ соответственно.

И в заключение отметим, что все приведенные в данной работе результаты получены в рамках второго подхода, т.е. для произвольной структуры упругого потенциала, который, на взгляд автора, имеет ряд преимуществ по сравнению с первым подходом (для конкретной формы упругого потенциала). Это связано с тем, что лишь на заключительном этапе исследований при получении численных результатов в рамках второго подхода использовались конкретные упругие потенциалы. В частности, потенциал гармонического типа для сжимаемых тел и потенциалы Трелоара и Бартенева – Хазановича в случае несжимаемых тел. И, наконец, отметим, что порядок особенности в углах штампа совпадает с аналогичным результатом классической линейной теории упругости (для материалов без начальных напряжений), то есть получаем «корневую» особенность. Отмеченная закономерность следует из той ситуации, что точные для упругой полуплоскости с начальными напряжениями определяются одинаковыми выражениями, которые имеют в углах штампов особенность, совпадающую с аналогичным результатом классической линейной теории упругости.

УДК 539.319

ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ ЖИДКОСТИ НА НОРМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В СИСТЕМЕ СЛОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ НА УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

А. М. БАГНО, Г. И. ЩУРУК

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

Проблема описания полного спектра распространяющихся акустических волн в упруго-жидкостных волноводах, анализа их дисперсионных характеристик, а также поведения их как в длинноволновом, так и в коротковолновом диапазонах частотного спектра относится к классическим задачам механики. Закономерности распространения этих волн широко используются в строительстве, сейсмологии, при расшифровке данных сейсморазведки, конструировании приборов в акустоэлектронике, разработке ультразвуковых неразрушающих методов выявления дефектов и определения напряжений в материалах и элементах конструкций, а также в других областях науки и техники.

В данной работе для исследования распространения волн в системе, состоящей из жидкого слоя и упругого полупространства, привлекаются модели, основанные на использовании трехмерных линеаризованных уравнений Эйлера для жидкости и линейных уравнений классической теории упругости для твердого тела. В качестве подхода выбраны постановки задач и метод, основанные на применении представлений общих решений уравнений движения идеальной сжимаемой жидкости и упругого тела, предложенные в работах А. Н. Гузя.

Для упругого полупространства, взаимодействующего со слоем жидкости, задача сводится к решению системы уравнений движения упругого тела и жидкости при следующих динамических и кинематических граничных условиях:

$$\tilde{Q}_1\Big|_{z_2=0} = 0;\ \tilde{Q}_2\Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_2\Big|_{z_2=0};\ \tilde{P}_2\Big|_{z_2=h} = 0;\ v_2\Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{z_2=0}. \qquad (1)$$

В рамках принятых моделей для плоского случая, который рассматривается дальше, общие решения имеют вид:

1) для упругого тела –

$$u_1 = -\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z_1 \partial z_2};\ u_2 = \left(\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\mu}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\chi_1;$$

2) для идеальной сжимаемой жидкости –

$$v_1 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_1 \partial t}; \ v_2 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_2 \partial t},$$

где введенные функции χ_i являются решениями следующих уравнений:

1) для упругого тела из сжимаемого материала –

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\mu}{\lambda+2\mu}\frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda+2\mu}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\lambda+2\mu}{\mu}\frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\mu}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) - \frac{(\lambda+\mu)^2}{\mu(\lambda+2\mu)}\frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial z_2^2}\right]\chi_1 = 0;$$

2) для идеальной сжимаемой жидкости –

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2}\right) - \frac{1}{a_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\chi_2 = 0.$$

Здесь и выше введены следующие обозначения: u_i – компоненты вектора смещений упругого тела $\mathbf{u}$; ρ – плотность материала упругого полупространства; λ и μ – константы Ламе материала упругого тела; v_i – составляющие вектора возмущений скорости жидкости v относительно состояния покоя; ρ_0 и a_0 – плотность и скорость звука в жидкости в состоянии покоя; $\tilde{P}_i$ и $\tilde{Q}_i$ – составляющие напряжений, соответственно, в жидкости и упругом теле.

Для анализа распространения возмущений, гармонически изменяющихся во времени, решения системы уравнений определяем в классе бегущих волн

$$\chi_j = X_j(z_2)\exp\left[i(kz_1 - \omega t)\right] \ \left(j = \overline{1,2}\right),$$

где k – волновое число; ω – круговая частота; i – мнимая единица ($i = \sqrt{-1}$).

Заметим, что выбранный в данной работе класс гармонических волн, являясь наиболее простым и удобным в теоретических исследованиях, не ограничивает общности полученных результатов, поскольку линейная волна произвольной формы, как известно, может быть представлена набором гармонических составляющих.

Далее, применяя метод Фурье, приходим к двум задачам о собственных значениях для уравнений движения упругого тела и жидкости. Решая их, определяем соответствующие собственные функции. После подстановки полученных общих решений в граничные условия (1) получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных. Исходя из условия существования нетривиального решения этой системы, получаем дисперсионное уравнение. Для упруго-жидкостной системы, состоящей из упругого полупространства и слоя жидкости, дисперсионное соотношение имеет вид:

$$\det\left\|e_{lm}\left(c,\lambda,\mu,\rho,\rho_0,a_0,\omega h/c_s\right)\right\| = 0 \ \left(l,m = \overline{1,4}\right), \tag{2}$$

где c – фазовая скорость нормальных волн в гидроупругой системе; c_s $(c_s^2 = \mu/\rho)$ – скорость волны сдвига в материале упругого тела; μ – модуль сдвига материала упругого полупространства; h – толщина слоя жидкости.

В дальнейшем дисперсионное уравнение (2) решалось численно быстросходящимся итерационным методом. При этом расчеты проводились для двух гидроупругих систем, отличающихся только жидкостями. Для первого волновода жидкость выбиралась такой, когда между механическими параметрами гидроупругой системы выполняется условие $a_0 > c_s$, при котором скорость распространения звуковой волны в жидкости a_0 превышает скорость волны сдвига в материале упругого тела c_s. Для второй пары жидкий слой – упругое полупространство жидкость выбиралась такой, скорость распространения волны звука в которой a_0 (при таком же, как в первом случае упругом теле) была меньше скорости сдвиговой волны c_s, т.е. имело место соотношение $a_0 < c_s$.

Анализ влияния сжимаемости жидкости на нормальные волны в системе «упругое полупространство – слой идеальной жидкости». Как известно, фазовая скорость и структура волн при взаимодействии упругого тела и жидкости зависят от механических параметров гидроупругой системы и определяются соотношениями между ними. В системе, компонентами которой является упругое полупространство и слой жидкости таким соотношением может служить соотношение между скоростью волны звука в жидком слое a_0 и скоростью волны сдвига в материале упругого тела c_s. В работе установлено, что при $a_0 > c_s$, как следует из полученных числовых результатов, в гидроупругой системе распространяется лишь одна поверхностная волна, скорость которой изменяется от скорости волны Рэлея c_R (при $h \to 0$) до скорости волны Стоунли – Шольте c_{St} (при $h \to \infty$). В случае выполнения условия $a_0 < c_s$ в гидроупругом волноводе распространяется множество квазилэмбовских мод высокого порядка. При этом, как следует из числовых результатов, полученных в работе, скорость первой моды изменяется от скорости волны Рэлея c_R (при $h \to 0$) до скорости волны Стоунли – Шольте c_{St} (при $h \to \infty$). Скорости мод высокого порядка изменяются от скорости волны сдвига в материале упругого полупространства c_s (при частотах их зарождения h_{kp}) до скорости волны звука в жидкости a_0 (при $h \to \infty$).

Таким образом, показано, что сжимаемость жидкости, характеризуемая величиной a_0, является одним из параметров, существенно влияющим на волноводные свойства гидроупругой системы слой жидкости на упругом полупространстве. Отметим, что одним из важных результатов работы является получение соотношения, позволяющего, не выполняя значительных вычислений, а лишь на основании механических параметров упруго-жидкостной системы, определить априори, будет ли система одномодовым или многомодовым волноводом.

УДК 539.3

МЕТОДИКА ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ТЕНЕВЫХ СНИМКОВ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ ПО ПАРАМЕТРУ ИНТЕНСИВНОСТЬ ИЗОБРАЖЕНИЯ

В. В. БОДРЫШЕВ, О. С. ТАРАСЕНКО
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

В данной работе объектами исследования являются сверхзвуковые газодинамические тракты камер сгорания. Выбор этих объектов обусловлен актуальностью создания камер сгорания для высокоскоростных летательных аппаратов. Рассматриваются струи газового потока, в которых образуется система сверхзвуковых скачков уплотнения как на конусной части, так и за уступом. В камере сгорания происходит сложное взаимодействие газодинамических потоков, и обоснованную физическую картину такого процесса очень сложно получить.

Теневой и шлирен-метод визуализации течения газового потока обтекаемого объекта дают двухмерное изображение, по которому можно качественно отследить физическую картину процесса. В данной работе предлагается методика цифровой обработки теневых снимков по параметру интенсивность (яркости) изображения.

Задача состоит из нескольких этапов:

1 Обработка фотографий изображения газового потока, с выявлением заданного качества и размеров изображения, а также способов ее кадрирования. Выявление погрешности обработки изображения на конечное значение интенсивности в заданных дискретных точках (ячейках). При этом координаты x, y точек изображения, а также интенсивность L изображения становятся дискретными.

Анализ матрицы интенсивности изображения применяется к различным вариантам течения газового потока и условий обтекания тел различной формы.

2 Определение корреляционной взаимосвязи между интенсивностью изображения и экспериментальными данными по замеру статического давления в «дискретных» точках, что позволяет получать интерполяционную кривую между давлением и интенсивностью изображения, и в конечном варианте дает возможность построения поля статического давления в исследуемом рабочем пространстве.

Практическое решение данной задачи значений позволяет выявить оптимальный вариант конструкции тракта камер сгорания с учетом их прочностных характеристик.