УДК 539.319

МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОЙ ОЦЕНКИ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОЛСТОСТЕННОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КОМПОЗИТНОЙ КОНСТРУКЦИИ

А. В. БАБАЙЦЕВ, Ю. О. СОЛЯЕВ, Л. Н. РАБИНСКИЙ
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Рассматривалась составная толстосекционная осесимметричная конструкция, состоящая из металлического сердечника (армирующего компонента) и внешней толстосекционной оболочки, выполняемой из композиционного материала. Конструкция нагружается распределенной вдоль части ее длины погонной нагрузкой, связанной с действующим внешним давлением, и инерционными силами, связанными с возникающим ускорением. Методика основана на одномерной модели составного стержня переменного сечения, приближенно учитывающей поперечные деформации, что необходимо при анализе толстосекционной конструкции, работающей под давлением. В предложенном подходе геометрия изделия разбивается на участки и аппроксимируется фрагментами в форме усеченных конусов и цилиндров. Вводятся эффективные характеристики. Строится одномерное решение в усилиях в направлении длины изделия и решение в рамках обобщенного плоского деформированного состояния для случая осесимметричной задачи (уточняется распределение напряжений в направлении радиальной координаты). Действующие напряжения: нормальные радиальные и окружные. Деформации в направлении оси изделия находятся из решения.

Напряжения в стержне и оболочки находятся на основе обобщённого закона Гука из условия, что найденное продольное усилие $N(z)$ является результирующей для этих напряжений (что справедливо по принципу Сен-Венана вдали от краев и зон изменения геометрии) и с учетом радиальных и окружных напряжений, а определенные продольные деформации суммируются с решением в продольных деформациях.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №17-01-00837.

УДК 539.3

РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ДИНАМИЧЕСКИХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УПРУГИХ ТЕЛ С НАЧАЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

С. Ю. БАБИЧ
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Динамическая контактная задача для абсолютно жесткого штампа, который движется с постоянной скоростью вдоль границы упругой полуплоскости в рамках классической линейной теории упругости (материалы без начальных напряжений), исследована впервые Л. А. Галиным, и получено её точное решение. Этот результат является одним из немногих точных решений, которые получены до настоящего времени применительно к динамическим контактным задачам классической линейной теории упругости. В работах автора получено точное решение динамической контактной задачи для абсолютно жесткого штампа, который движется с постоянной скоростью вдоль границы упругой полуплоскости с начальными напряжениями. Точное решение получено в весьма простой форме для общего случая неравных корней основного (характеристического) уравнения с привлечением варианта линеаризированной теории упругости. Применяются представления напряжений и перемещений плоской динамической задачи линеаризированной теории упругости через аналитические функции комплексных переменных в общем случае для сжимаемых и несжимаемых материалов с произвольной структурой упругого потенциала. Заметим, что впервые комплексные потенциалы для плоской динамической задачи в случае полуплоскости с начальными напряжениями введены в работах академика НАН Украины Гузя А. Н. и автора данной работы. Введенные комплексные представления содержат в себе ряд ранее известных результатов, которые являются следствием предельных переходов. Так, например, когда скорость движения штампа равна нулю ($v = 0$), получаем основные соотношения для комплексных представлений в случае статических плоских задач для сжимаемых упругих тел с начальными напряжениями (при равных корнях характеристического уравнения). Если дополнительно принять $s_{11}^0 \equiv s_{22}^0 = 0$, т. е. предположить, что начальные напряжения отсутствуют, то будем иметь представления через комплексные потенциалы в форме Колосова – Мусхелишвили. Для неравных корней в случае отсутствия начальных напряжений, т. е. положив $s_{11}^0 \equiv s_{22}^0 = 0$, получим результаты в форме Л. А. Галина, а приняв дополнительно к $v = 0$ это же условие и введя составляющие тензора $\tilde{\omega}$ для линейного упругого ортотропного тела, получим комплексные потенциалы С.Г. Лехницкого. Здесь используется метод сведения рассматриваемых задач к задаче Римана – Гильберта с привлечением формулы Келдыша – Седова.

В настоящей работе рассматриваются вопросы, относящиеся к поверхностным явлениям применительно к динамической контактной задаче для полуплоскости с начальными напряжениями. Из известных выражений следует, что комплексные потенциалы, являющиеся точными решениями первой задачи для полуплоскости с начальными напряжениями, обращаются в бесконечность (а следовательно, обращаются в бесконечность компоненты напряженно-деформированного состояния, вычисленные по комплексным потенциалам) при выполнении условий

$$\gamma_{21}^{(1)}\mu_1 - \gamma_{21}^{(2)}\mu_2 = 0 \quad \text{(неравные корни);} \tag{1}$$

$$\gamma_{21}^{(2)} - \mu_1\gamma_{21}^{(1)}\gamma_{22}^{(2)} = 0 \quad \text{(равные корни).} \tag{2}$$

В качестве примера рассмотрм тело неогуковского типа (потенциал Трелоара). В этом случае имеем неравные корни (определяющего уравнения). Следовательно, уравнение для определения скорости волн Рэлея имеет вид (1). Таким образом, получим

$$\gamma_{21}^{(1)}\mu_1 - \gamma_{21}^{(2)}\mu_2 = -\frac{i}{2}\frac{(x^3 + x^2 + 3x - 1)}{x(1 + x^2)}; \tag{3}$$

$$x = \frac{\lambda_1}{\lambda_3}\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_2^2}{\lambda_1^2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_{sy_2}^2}}, \tag{4}$$

где c_{sy_2} – скорость волны сдвига, поляризованной в плоскости $y_1 0 y_2$ и распространяющейся вдоль оси $0y_1(0\eta_1)$.

Из (1) и (2) получим одно уравнение

$$x^3 + x^2 + 3x - 1 = 0. \tag{5}$$

Если начальное состояние определяется также в рамках плоской деформации, т. е. $\lambda_3 = 1$, то с учетом $\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1$ находим положительный действительный корень v в виде $v_*^2 = c_R^2 = c_{sy_2}^2(1 - x_*^2\lambda_1^{-4})$, что совпадает с известными результатами.

Уравнения (1) и (2) являются уравнениями для определения скоростей распространения поверхностных волн Рэлея вдоль границы полуплоскости с начальными напряжениями. Таким образом, при приближении скорости движения штампа к скорости поверхностных волн Рэлея вдоль плоской границы в телах с начальными напряжениями возникают своеобразные явления «резонансного характера», связанные с безграничным возрастанием напряжений в упругом теле. Аналогичные явления возникают и в классической линейной теории упругости, когда скорость движения штампа приближается к скорости волн Рэлея в материале без начальных напряжений. Следует заметить, что в последнем случае скорость волн Рэлея – величина постоянная для данного материала, т.е. имеем только одну критическую скорость движения. В случае же наличия начальных напряжений скорость поверхностных волн непрерывно зависит от начальных напряжений, и для каждого случая предварительного нагружения необходимо вычислить скорость поверхностных волн, т.е. в результате получаем непрерывный спектр критических скоростей движения. Как предельный случай в эффекте типа резонансного получаем, что при значениях начальных напряжений, близких к поверхностной неустойчивости, компоненты напряженно-деформированного состояния стремятся к бесконечности. Полученный результат не должен вызывать сомнений, так как при достижении начальным состоянием значений, соответствующих поверхностной неустойчивости, тело находится в состоянии «нейтрального равновесия». Поэтому с инженерной точки зрения является весьма нежелательным совпадение (или приближение) скорости движения штампа со скоростью распространения поверхностных волн Рэлея в телах с начальными напряжениями.

В данной работе для конкретных упругих потенциалов простейшей структуры исследованы значения критических параметров нагружения, при которых появляется поверхностная неустойчивость. В частности, для несжимаемых тел в случае потенциала Трелоара (тело неогуковского типа) $\lambda_1^{кр} \approx 0,54$. А для этих же тел в рамках потенциала Бартенева – Хазановича $\lambda_1^{кр} \approx 3^{-0,5}$.

Следует отметить, что потенциал Трелоара соответствует неравным корням характеристического (определяющего) уравнения и потенциал Бартенева – Хазановича соответствует равным корням этого же уравнения. Таким образом, все полученные в данной работе результаты имеют смысл только при $\lambda_1 > 0,54$ и $\lambda_1 > 3^{-0,5}$ соответственно.

И в заключение отметим, что все приведенные в данной работе результаты получены в рамках второго подхода, т.е. для произвольной структуры упругого потенциала, который, на взгляд автора, имеет ряд преимуществ по сравнению с первым подходом (для конкретной формы упругого потенциала). Это связано с тем, что лишь на заключительном этапе исследований при получении численных результатов в рамках второго подхода использовались конкретные упругие потенциалы. В частности, потенциал гармонического типа для сжимаемых тел и потенциалы Трелоара и Бартенева – Хазановича в случае несжимаемых тел. И, наконец, отметим, что порядок особенности в углах штампа совпадает с аналогичным результатом классической линейной теории упругости (для материалов без начальных напряжений), то есть получаем «корневую» особенность. Отмеченная закономерность следует из той ситуации, что точные для упругой полуплоскости с начальными напряжениями определяются одинаковыми выражениями, которые имеют в углах штампов особенность, совпадающую с аналогичным результатом классической линейной теории упругости.

УДК 539.319

ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ ЖИДКОСТИ НА НОРМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В СИСТЕМЕ СЛОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ НА УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

А. М. БАГНО, Г. И. ЩУРУК

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, Киев

Проблема описания полного спектра распространяющихся акустических волн в упруго-жидкостных волноводах, анализа их дисперсионных характеристик, а также поведения их как в длинноволновом, так и в коротковолновом диапазонах частотного спектра относится к классическим задачам механики. Закономерности распространения этих волн широко используются в строительстве, сейсмологии, при расшифровке данных сейсморазведки, конструировании приборов в акустоэлектронике, разработке ультразвуковых неразрушающих методов выявления дефектов и определения напряжений в материалах и элементах конструкций, а также в других областях науки и техники.

В данной работе для исследования распространения волн в системе, состоящей из жидкого слоя и упругого полупространства, привлекаются модели, основанные на использовании трехмерных линеаризованных уравнений Эйлера для жидкости и линейных уравнений классической теории упругости для твердого тела. В качестве подхода выбраны постановки задач и метод, основанные на применении представлений общих решений уравнений движения идеальной сжимаемой жидкости и упругого тела, предложенные в работах А. Н. Гузя.

Для упругого полупространства, взаимодействующего со слоем жидкости, задача сводится к решению системы уравнений движения упругого тела и жидкости при следующих динамических и кинематических граничных условиях:

$$\tilde{Q}_1\Big|_{z_2=0} = 0;\ \tilde{Q}_2\Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_2\Big|_{z_2=0};\ \tilde{P}_2\Big|_{z_2=h} = 0;\ v_2\Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t}\Big|_{z_2=0}. \quad (1)$$

В рамках принятых моделей для плоского случая, который рассматривается дальше, общие решения имеют вид:

1) для упругого тела –

$$u_1 = -\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z_1 \partial z_2};\ u_2 = \left(\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\mu}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \frac{\rho}{\lambda+\mu}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\chi_1;$$