УДК 656.21 : 656.4

А. А. АКСЁНЧИКОВ, старший научный сотрудник, Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В ПОДСИСТЕМЕ НА СТАНЦИИ ПЕРЕДАЧИ ВАГОНОВ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

Предложено математическое описание модели взаимодействия элементов (технологических каналов) в подсистеме на станции передачи вагонов с учетом ее состояния: работоспособное состояние обеспечивающее полное функционирование, и неработоспособное состояние из-за отказа (задержки) одного из технологических каналов (элементов) обработки поездов. На примере парков приема и отправления с помощью графов показаны переходы этих подсистем из одного состояния в другое.

Данная модель может быть использована при создании интеллектуальной системы управления транспортным комплексом в целом и станцией передачи вагонов в частности, что приведет к повышению эффективности совместной работы объектов управления и управляющего оборудования.

Совершенствование технологии обработки поездов уменьшает простой вагонов на станции передачи вагонов не только под технологическими операциями, но и в ожидании их выполнения, что сокращает время доставки грузов к потребителю и повышает конкурентоспособность перевозок железнодорожным транспортом.

Станция передачи вагонов представляет собой сложную систему, состоящую из подсистем многократного действия, включающих многие элементы, одними из которых являются технологические каналы (бригады ПТО, ПКО, работники СТЦ, сотрудники органов пограничной службы и должностные лица таможни) [1], и ее состояние в определенный момент времени может быть представлено вектором [2]

$$\bar{Z}(t) = \begin{Vmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ \vdots \\ X_i(t) \\ Y_j(t) \end{Vmatrix}, \qquad (1)$$

где $X_i(t)$ – функция, описывающая состояние каждого i-го элемента (технологического канала) подсистемы; $Y_j(t)$ – функция, описывающая потребность в выполнении каждой j-й задачи элементом (технологическим каналом).

Функция, описывающая состояние каждого i-го элемента (технологического канала) подсистемы, определяется как

$$X_i(t) = \begin{cases} 1, \text{ если } i\text{-й элемент работоспособен;} \\ 0, \text{ если } i\text{-й элемент неработоспособен.} \end{cases}$$

Функция, описывающая потребность в выполнении каждой j-й задачи, определяется как

$$Y_j(t) = \begin{cases} 1, \text{ если есть потребность в выполнении j-й задачи;} \\ 0, \text{ если нет потребности в выполнении } j\text{-й задачи.} \end{cases}$$

Принимаем, что в течение суток имеется постоянная потребность в выполнении поставленной задачи, т. е. $Y_1(t) = 1$.

Каждому состоянию подсистемы, описываемому вектором $\bar{Z}(t)$, соответствует определенное значение характеристики качества ее функционирования:

$$\Phi_z(t) = \Phi\left[\bar{Z}(t)\right]. \qquad (2)$$

При этом если $\Phi_z(t) = \Phi\left[\bar{Z}(t)\right] = 0$, то $Y_1(t) = 0$. Следовательно, математической моделью функционирования подсистем станции передачи вагонов как сложной системы многократного действия является случайный процесс $\Phi\left[\bar{Z}(t)\right]$, описывающий изменение во времени характеристики качества функционирования подсистемы и отличающийся особенностью, что значение характеристики качества функционирования подсистемы равно нулю, когда нет потребности в выполнении данной задачи.

Станция передачи вагонов как сложная система, состоящая из подсистем, функционирует дискретно в пространстве состояний и непрерывно во времени. Вследствие отказа, выражающегося в задержке обработки поезда в подсистеме станции передачи вагонов технологическим каналом (бригады ПТО, ПКО, работники СТЦ, сотрудники органов пограничной службы и должностные лица таможни), приводящего к задержке работы в подсистемах станции передачи вагонов, снижается качество и эффективность работы станции передачи вагонов в целом.

С точки зрения надежности технологические каналы (элементы) соединены последовательно (бригада ПТО, сотрудники органов пограничной службы и должностные лица таможни) [3], т. е. полный отказ (задержка обработки поезда) одного из них приводит к отказу (задержке) всей системы. Время между отказами отдельных технологических каналов (элементов) сложной системы и время восстановления их работоспособности являются случайными величинами.

Принимаем:

– потоки отказов (задержек в обработке поезда) и восстановлений подсистемы ординарны, т. е. в каждый момент времени может отказывать или заканчивать восстановление не более одного технологического канала;

– процесс функционирования подсистемы и ее элементов стационарный, т. е. интенсивность появления задержек в обработке поездов постоянна во времени;

– стационарный процесс работы подсистемы и ее технологических каналов (элементов) обладает свойством эргодичности, т. е. для каждой измеримой функции $f[x(t_1), \ldots, x(t_n)]$ с вероятностью 1 среднее по времени равно среднему по множеству наблюдений.

Подсистема станции передачи вагонов может находиться в работоспособном состоянии и обеспечивать полное ее функционировании и находиться в неработоспособном состоянии из-за отказа (задержки) одного из технологических каналов (элементов) обработки поезда. На основании вышесказанного в таблице 1 представлены состояния технологических каналов и подсистемы.

Таблица 1 – **Состояние технологических каналов и подсистемы**

Технологический канал	Состояние технологического канала	Состояние подсистемы станции передачи вагонов
ПТО	Готов к обработке поезда	Работоспособное
	Отказ (задержка)	Неработоспособное
ПКО	Готов к обработке поезда	Работоспособное
	Отказ (задержка)	Неработоспособное
СТЦ	Готов к обработке поезда	Работоспособное
	Отказ (задержка)	Неработоспособное
Сотрудники органов пограничной службы	Готов к обработке поезда	Работоспособное
	Отказ (задержка)	Неработоспособное
Должностные лица таможни	Готов к обработке поезда	Работоспособное
	Отказ (задержка)	Неработоспособное

Переход подсистемы из одного состояния в другое характеризуется отказом (задержкой) обработки поезда или восстановлением только одного технологического канала (элемента) подсистемы. Каждый технологический канал (элемент) характеризуется средним временем между его отказами (задержками) обработки поезда T_{oi} и интенсивностью отказов (задержек) λ_{ij}, средним временем восстановления $T_{вi}$ и интенсивностью восстановления μ_{ji}. В математической модели можно учесть влияние отказов (задержек) одних технологических каналов на работоспособность других. Например, отказ (задержка) обработки поезда сотрудниками органов пограничной службы приводит к отказу (задержке) обработки поезда бригадами ПТО, ПКО, СТЦ и должностными лицами таможни.

Введем обозначения для закона распределения времени между отказами (задержками) обработки поезда технологическими каналами и времени их восстановления:

$$F_i = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda_{ij} t}, \text{ или } F_i = 1 - \mathrm{e}^{-\mu_{ji} t}, \qquad (3)$$

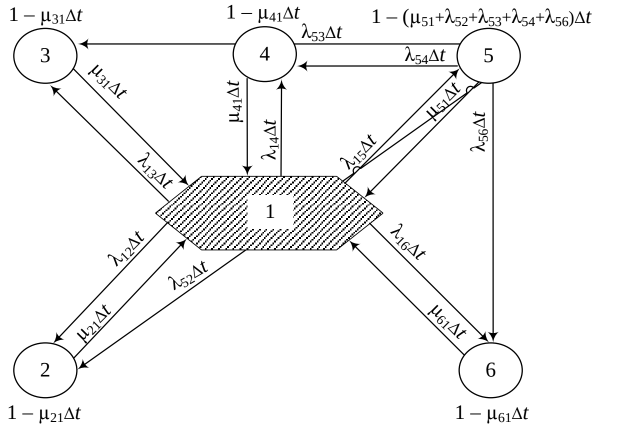
где λ_{ij} – интенсивность отказов ($\lambda_{ij} = 1/T_{\text{oi}}$); μ_{ji} – интенсивность восстановления ($\mu_{ji} = 1/\ T_{\text{в}i}$).

Характер перехода подсистемы из одного состояния в другое является марковским, т. е. все будущее поведение подсистемы зависит от настоящего и не зависит от предыстории процесса [4]. Подсистема в этом случае определяется начальными вероятностями состояний и матрицей переходных вероятностей $P_{ij}(t_1, t_2)$, которая может быть построена с помощью графа состояний (рисунок 1, 2). При этом предполагается, что функция $P_{ij}(t_1, t_2)$ определена для любых значений t_1 и t_2 ($\geq t_1$). Эти вероятности удовлетворяют условиям

$$P_{ij}(t_1, t_2) \geq 0;$$

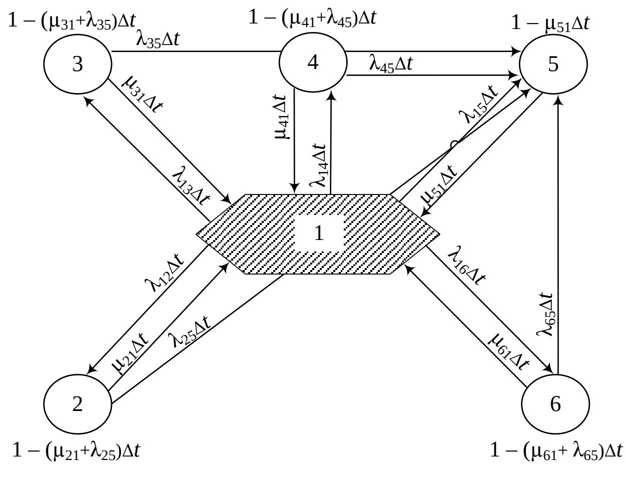
$$\lim_{t_2 \to t_1} P_{ij}(t_1,\ t_2) = \begin{cases} 0 \text{ для } & i \neq j; \\ 1 \text{ для } & i = j; \end{cases}$$

$$\Sigma P_{ij}(t_1, t_2) = 1 \text{ для любого } i.$$



Условные обозначения:
1 – парк станции; технологический канал: 2 – ПТО, 3 – ПКО, 4 – СТЦ, 5 – Сотрудники органов пограничной службы, 6 – должностные лица таможни

Рисунок 1 – Граф состояний подсистемы (парк приема) станции передачи вагонов



Условные обозначения представлены на рисунке 1.

Рисунок 2 – Граф состояний подсистемы (парк отправления) станции передачи вагонов

Поскольку процесс существования подсистемы – однородный и эргодический, то $P_{ij}(t_1, t_2) = P_{ij}(\Delta t)$ и для любых состояний i и j можно указать такое t (>0), что $P_i(t) > 0$.

Если распределение вероятностей состояний в момент времени t описывается вектором $\overline{P}_i(t)$, а распределение вероятностей состояний в момент времени ($t + \Delta t$) – вектором $\overline{P}$ ($t + \Delta t$), то эти векторы связаны между собой отношением

$$\overline{P}_i(t+\Delta t) = \overline{P}_i(t)\overline{P}_{ij}(\Delta t), \qquad (4)$$

где $\overline{\boldsymbol{P}}_{ij}(\boldsymbol{\Delta t})$ – стохастическая матрица вероятностей перехода N-го порядка.

Для определение вероятностей перехода все состояния размеченного графа состояний пронумерованы от 1 до 6. Переходные вероятности для состояния $i \neq j$ предоставляются в виде

$$P_{ij}(\Delta t) = \lambda_{ij}\Delta t, \text{ или } P_{ij}(\Delta t) = \mu_{ji}\Delta t.$$

Вероятность $P_{ij}(\Delta t)$ остается в i-м состоянии определяется как вероятность события, дополнительного к совокупности всех возможных переходов из этого состояния в другие $j \neq i$:

$$P_{ij}(\Delta t) = 1 - \Sigma a_{ij}\Delta t,$$

где a_{ij} – интенсивность перехода из состояния i в состояние j (т.е. λ_{ij} или μ_{ji}).

При этом

$$P_{ij}(\Delta t) = \begin{cases} a_{ij}\Delta t, j \neq i; \\ 1 - \sum\limits_{j\neq i} a_{ij}\Delta t, j = i. \end{cases} \qquad (5)$$

Подставив выражение переходных вероятностей (5) и $P_i(t)$ в равенство (4), получим систему конечно-разностных уравнений. Вычтем из обеих частей уравнения $P_i(t)$ и разделим обе части на Δt, после чего перейдем к пределу при $\Delta t \to 0$:

$$\frac{d}{dt}P_i(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}P_i(t) \begin{cases} i = 1, 2, ..., N; \\ j = 1, 2, ..., N, \end{cases} \qquad (6)$$

где

$$a_{ij} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{ij}(\Delta t)}{\Delta t}, \;\; j \neq i; \;\; a_{ij} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{P_{ij}(\Delta t) - 1}{\Delta t}, \;\; j = i;$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{0\Delta t}{\Delta t} = 0, \;\; j \neq i.$$

При этом

$$\sum_{j=1}^{N} a_{\text{ij}} = 0; \;\; a_{ji} \le 0; \;\; a_{ij} \ge 0.$$

Уравнение (6) является системой дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, которые связывают вероятности состояний с матрицей интенсивности переходов (7 – парк приема, 8 – парк отправления).

$$\begin{Vmatrix} -\sum\limits_{i=2}^{6}\lambda_{\text{ij}} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \lambda_{14} & \lambda_{15} & \lambda_{16} \\ \mu_{21} & -\mu_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{31} & 0 & -\mu_{31} & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{41} & 0 & 0 & -\mu_{41} & 0 & 0 \\ \mu_{51} & \lambda_{52} & \lambda_{53} & \lambda_{54} & -(\mu_{51}+\lambda_{52}+\lambda_{53}+\lambda_{54}+\lambda_{56}) & \lambda_{56} \\ \mu_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_{61} \end{Vmatrix} \qquad (7)$$

$$\begin{Vmatrix} -\sum\limits_{i=2}^{6}\lambda_{\text{ij}} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \lambda_{14} & \lambda_{15} & \lambda_{16} \\ \mu_{21} & -(\mu_{21}+\lambda_{25}) & 0 & 0 & \lambda_{25} & 0 \\ \mu_{31} & 0 & -(\mu_{31}+\lambda_{35}) & 0 & \lambda_{35} & 0 \\ \mu_{41} & 0 & 0 & -(\mu_{41}+\lambda_{45}) & \lambda_{45} & 0 \\ \mu_{51} & 0 & 0 & 0 & -\mu_{51} & 0 \\ \mu_{61} & 0 & 0 & 0 & \lambda_{65} & -(\mu_{61}+\lambda_{65}) \end{Vmatrix} \qquad (8)$$

В матричной форме уравнение (6) можно записать следующим образом:

$$\frac{d}{dt}\overline{P}(t) = A\overline{P}(t),$$

где A – матрица интенсивности перехода (7, 8); $A\overline{P}(t)$ – вектор вероятностей состояний в момент времени t.

Матрица интенсивности перехода A является матрицей коэффициентов системы дифференциальных уравнений (6) для вероятностей $P_i(t)$ состояний подсистемы.

Для того чтобы найти решения системы дифференциальных уравнений (6), необходимо задать начальные условия в виде вероятностей $P_i(0)$, где i = 1, 2, 3, 4, 5, 6 состояниям системы в начальный момент времени $t = 0$.

Решая систему дифференциальных уравнений (6) при начальных условиях $P_i(0)$, определяем вероятности $P_i(t)$ состояний подсистемы в любой момент времени t.

Диагональные элементы дифференциальной матрицы (7, 8) задаются равенством

$$a_{ij} = -\sum_{j\neq i} a_{ij}.$$

Поскольку процесс функционирования подсистемы стационарный и эргодический, то $\frac{d}{dt}P_i(t) = 0$ при $t \to \infty$, так как предельные вероятности P_i постоянны. Тогда имеем систему линейных уравнений

$$0 = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}P_i, \;\; i = 1, \; 2, \; ..., N, \;\; j = 1, 2, ..., N.$$

Эта система уравнений с дополнительным условием $\sum\limits_{j=1}^{N} P_i = 1$ достаточна для определения предельных вероятностей P_i.

Теперь, когда известны вероятности $P_i(t)$ того, что подсистема в момент времени t будет находиться в состоянии $Z_i(t)$, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, известны предельные вероятности P_i и характеристики $\Phi_z(t) = \Phi_i$ подсистемы в этих состояниях, можно определить показатель качества функционирования подсистемы в момент времени t

как математическое ожидание характеристики $\Phi_z(t)$ по формуле

$$\Phi(t) = M[\Phi_z(t)], \qquad (9)$$

где $\Phi(t)$ – функция вектора $\bar{Z}(t)$, описывающего состояние системы, равна $\Phi\left[\bar{Z}(t)\right]$ и выходной эффект, который оценивается средним ожидаемым объемом перевозочной работы за интервал времени $t_1 \le t \le t_2$ и вычисляется по формуле

$$\varphi[t_1, t_2] = M[\varphi_z(t_1, t_2)], \qquad (10)$$

где $\varphi_z(t_1, t_2)$ – выходной эффект подсистемы, соответствующий реализации функции $\Phi_z(t)$.

Данная модель может быть использована при создании интеллектуальной системы управления транспортным комплексом в целом и подсистемами станции передачи вагонов в частности, что приведет к повышению эффективности совместной работы объектов управления и управляющего оборудования.

Список литературы

1 **Аксёнчиков, А. А.** Модель технологического процесса работы железнодорожной станции с учетом выполнения функций международной передаточной железнодорожной станции / А. А. Аксёнчиков // Инновационные системы планирования и управления на транспорте и в машиностроении : сб. тр. II Междунар. науч.-практ. конф. Т. I. – СПб. : Национальный минерально-сырьевой ун-т «Горный», 2014. – С. 11–15.

2 **Шишков, А. Д.** Народнохозяйственная эффективность повышения надежности технических средств железнодорожного транспорта. / А. Д. Шишков. – М. : Транспорт, 1986. – 183 с.

3 Стандарт организации СТП БЧ 15.249-2012. Типовой технологический процесс работы сортировочной и участковой станций Белорусской железной дороги. – Введ. 2012.12.29. – Мн. : Бел. ж. д., 2012. – 231 с.

4 **Вентцель Е. С.** Исследование операций. / Е. С. Вентцель. – М. : Советское радио, 1972. – 552 с.

Получено 02.02.2015

A. A. Aksionchykau. Development models interacting elements in the subsystem transfer station wagon in technical operations.

The mathematical description of the model of interaction of elements (tehnologichesakih channels) in the subsystem on the transfer station wagon based on its state: a usable state provides full operation and inoperable due to the failure (delay) of one of the fuel channels (elements) processing trains. On the example of parks Send and Receive using a graph showing the transition of these subsystems from one state to another.

This model can be used to create intelligent system management of transport complex in general and the transfer station wagons in particular, that will increase the effectiveness of collaborative facilities management and control equipment.