

УДК 666.97:620.133/199

А. А. ВАСИЛЬЕВ, кандидат технических наук, Д. Н. ШЕВЧЕНКО, кандидат технических наук, Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ НАЧАЛЬНОЙ КАРБОНИЗАЦИИ БЕТОНА

Приведены результаты исследования начальной карбонизации (распределения карбонатной составляющей) по сечению бетонов классов по прочности ( $C^{12/15}-C^{30/37}$ ) составов с ОК = 1 и 4 сразу после изготовления бетона с применением ТВО. Получены регрессионные зависимости начальной карбонизации. Выполнена проверка их значимости методами математической статистики. На основании полученных результатов предложена математическая расчетно-экспериментальная модель карбонизации по сечению основных классов бетона сразу после изготовления.

**Введение.** Для железобетонных элементов (ЖБЭ) и конструкций (ЖБК), эксплуатирующихся в воздушной среде, основным фактором, определяющим коррозионное состояние бетона и стальной арматуры, и как следствие, их техническое состояние, является карбонизация бетона [1]. Со временем она вызывает структурные изменения цементного камня, изменяя щелочность поровой жидкости, определяющей защитные свойства бетона по отношению к стальной арматуре, что способствует образованию и развитию различной степени интенсивности коррозии стальной арматуры [1].

Получение расчетно-экспериментальной модели развития карбонизации – сложная многоэтапная задача. Для ее создания необходимо:

- исследовать изменение карбонизации по сечению бетонов различных составов для каждого основного класса по прочности сразу после изготовления бетона (начальную карбонизацию);
- исследовать изменение карбонизации во времени в зоне расположения арматуры для бетонов различных классов по прочности;
- получить регрессионные зависимости развития карбонизации по сечению бетонов основных классов по прочности для различных составов сразу после изготовления бетона;
- получить регрессионные зависимости развития карбонизации во времени в зоне расположения арматуры бетонов различных классов по прочности;
- на основании анализа полученных выражений предложить расчетно-экспериментальные зависимости изменения карбонизации во времени по сечению бетонов различных классов по прочности при проектировании ЖБЭ (ЖБК) и в зависимости от количества использованного цемента – при проектировании состава бетонной смеси;
- получить расчетно-экспериментальные зависимости изменения карбонизации во времени по сечению бетонов различных классов по прочности в зависимости от фактического значения карбонизации при обследовании ЖБЭ и ЖБК.

**Результаты экспериментов и их обсуждение.** Задачей исследований явилось выполнение первого этапа – создание расчетно-экспериментальной модели изменения карбонизации по сечению бетонов различных классов по прочности для основных типов ЖБЭ и ЖБК сразу после их изготовления с применением ТВО.

Для оценки и прогнозирования карбонизации при исследовании цементно-песчаной фракции бетона

определяли карбонатную составляющую (показатель КС), поскольку именно от него зависит количество образовавшегося карбоната кальция ( $CaCO_3$ ) и, как следствие, карбонизация бетона.

Показатель КС определяли объемно-газовым методом [2]. Статистическую обработку экспериментальных данных производили при помощи табличного процессора «Excel».

Для определения начальных параметров карбонизации (показателя  $КС_0$ ) исследовали кубики сечением  $100 \times 100 \times 100$  мм, изготовленные в заводских условиях из бетонов классов по прочности  $C^{12/15}-C^{30/37}$  различных составов для основных типов ЖБЭ. Для подбора составов использовался многофакторный метод проф. В. В. Бабицкого. При выборе составов учитывались требования ТНПА в части рекомендуемых марок цемента, количества цемента и параметров бетонной смеси для различных типов ЖБЭ.

Исследовали образцы с минимальным и максимальным содержанием цемента для каждого класса бетона по прочности (с ОК = 1 и 4).

Составы бетона приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Составы образцов бетона

Класс бетона по прочности на сжатие	В/Ц	Осадка конуса, см	Состав смеси, кг/м <sup>3</sup>				С-3, $k = 8\%$
			Ц	П	Щ	В	
$C^{12/15}$	0,858	1	194	851	1194	166	15,5
	0,856	4	212	832	1158	181	17,0
$C^{16/20}$	0,655	1	250	793	1210	164	20,0
	0,653	4	273	773	1172	178	21,8
$C^{18/22,5}$	0,587	1	277	770	1213	163	22,2
	0,599	4	302	751	1161	181	24,2
$C^{20/25}$	0,546	1	303	746	1208	165	24,2
	0,546	4	331	729	1160	181	26,5
$C^{22/27,5}$	0,502	1	328	727	1207	165	26,2
	0,489	4	349	713	1188	171	27,9
$C^{25/30}$	0,453	1	353	714	1212	160	28,2
	0,466	4	392	676	1154	183	31,4
$C^{28/35}$	0,409	1	411	667	1186	168	32,9
	0,409	4	457	637	1126	187	36,6
$C^{30/37}$	0,391	1	434	653	1177	170	34,7
	0,391	4	482	621	1117	189	38,6

Примечания

1 В/Ц – водоцементное отношение.

2 Ц, П, Щ, В, С-3 – массы цемента, песка, щебня, воды, добавки, кг.

Для изготовления кубиков использовали цемент М500 активностью 28–32 МПа.

После изготовления кубики подвергали тепловлажностной обработке (ТВО) по стандартному режиму.

Для каждого состава бетона на определенный класс по прочности исследовали по четыре кубика. Отбор проб бетона выполняли в соответствии с [1]. Значения  $KC_0$  – по сечению с шагом 2,5 мм.

Поскольку в поверхностном слое бетона происходит разложение образовавшихся карбонатов под воздействием агрессивных кислых газов, что особенно сказывается при длительной эксплуатации ЖБЭ, за начальное значение принимали отметку сечения – 2,5 мм.

Был получен набор значений показателя  $KC_0$  для каждого сечения (по 10 значений с учетом отбраковки с погрешностью более 20 %), по которым были построены усредненные экспериментальные регрессионные зависимости  $l-KC_0$ , приведенные для составов с ОК = 1 на рисунке 1.

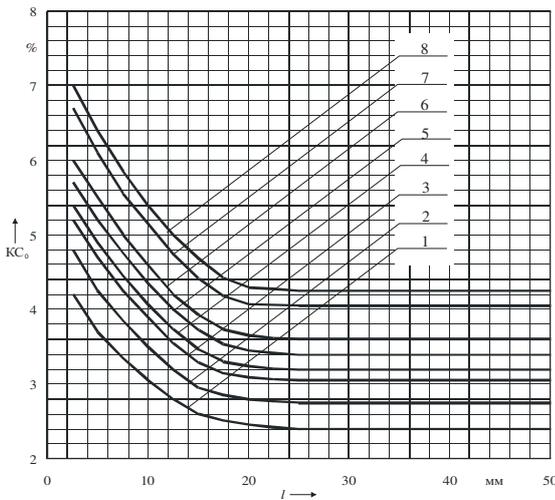


Рисунок 1 – Распределение карбонатной составляющей по сечению образцов бетона сразу после ТВО для классов бетона по прочности:

1 –  $C^{12}/_{15}$ ; 2 –  $C^{16}/_{20}$ ; 3 –  $C^{18}/_{22,5}$ ; 4 –  $C^{20}/_{25}$ ; 5 –  $C^{22}/_{27,5}$ ;  
6 –  $C^{25}/_{30}$ ; 7 –  $C^{28}/_{35}$ ; 8 –  $C^{30}/_{37}$

Проверка значимости регрессионной модели выполнялась методами математической статистики.

Для каждого сечения (2,5–25 мм) всех классов бетона с шагом 2,5 мм строились гистограммы остатков. Для проверки того, что неучитываемые в модели факторы взаимно компенсируются и среди них нет значимо влияющих (помимо уже учтенных), проверялась гипотеза о нормальном распределении остатков с нулевым математическим ожиданием.

На рисунке 2 и в таблице 2 представлена, оценка значимости регрессионной модели  $l-KC_0$  для сечения 5,0 мм бетона класса по прочности  $C^{12}/_{15}$ .

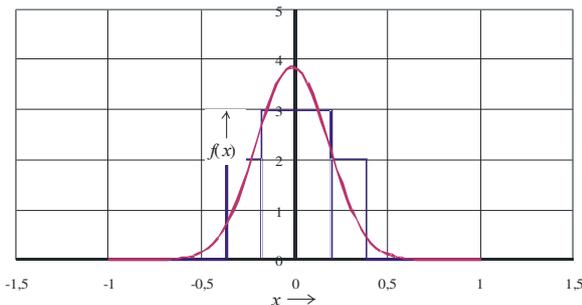


Рисунок 2 – Гистограмма остатков с нанесенной функцией плотности нормального распределения для сечения 5,0 мм

Таблица 2 – Статистическая проверка остатков регрессионной модели для сечения 5,0 мм

Параметр	«Нормальность» остатков		Отсутствие систематической ошибки
	Статистика Шапиро – Вилка, P-Value	Статистика Колмогорова – Смирнова, P-Value	t-статистика Стьюдента, P-Value
Остаток	0,453597	0,902483	0,860972

Проверка «нормальности» остатков осуществлялась критериями Шапиро – Вилка, Колмогорова – Смирнова, реализованными в пакете Statgraphics. Отсутствие систематической ошибки определялось критерием Стьюдента.

Значимость регрессионной модели определялась критерием Фишера.

Статистическая проверка остатков регрессионной модели для бетона класса по прочности  $C^{12}/_{15}$  приведена в таблице 3.

Таблица 3 – Статистическая проверка остатков регрессионных моделей для бетона класса по прочности  $C^{12}/_{15}$

Статистическая проверка	«Нормальность» остатков	Отсутствие систематической ошибки	Адекватность модели			
			Статистика Фишера F-ratio	P-Value		
Параметр	Сечение, мм	Статистика Шапиро-Вилка, P-Value	Статистика Колмогорова-Смирнова, P-Value	t-статистика Стьюдента, P-Value	5,01232	0,733422
	2,5	0,916114	0,974589	0,413864		
	5,0	0,453597	0,902483	0,860972		
	7,5	0,876427	0,993139	0,412097		
	10,0	0,731286	0,943848	0,701185		
	12,5	0,916864	0,999581	0,144112		
	15,0	0,314978	0,855167	0,723929		
	17,5	0,138313	0,343340	0,457120		
	20,0	0,281766	0,852560	0,626846		
	22,5	0,940944	0,978880	0,508345		
25,0	0,093214	0,639199	0,210498			

Проверка показала, что по всем сечениям значения показателя P-value (критерии Шапиро – Вилка, Колмогорова – Смирнова и Стьюдента) значительно больше 0,05, что свидетельствует о том, что гипотезы о нормальном распределении остатков и нулевом математическом ожидании остатков согласуются с фактическими данными. А поскольку для критерия Фишера значения показателя P-value значительно меньше 0,05, то гипотеза о «неадекватности» модели отклонена и с вероятностью, превышающей 0,95 (принятой в инженерной практике для оценки уровня значимости), можно утверждать, что все полученные регрессионные модели адекватно описывают предложенные зависимости.

Для описания полученных регрессионных зависимостей использовалась авторская пятипараметрическая математическая модель, предложенная в [2]

$$KC_0(l/t=0) = \beta_0 + \beta_1 e^{\left( -\frac{(l-\beta_2)^{\beta_4}}{\beta_3} \right)}, \quad (1)$$

где  $\beta_0 - \beta_4$  – коэффициенты, определяющие соответственно:  $\beta_0$  – наименьшее значение  $KC(l)$  [обычно,  $\beta_0 = KC(l > 100 \text{ мм})$ ];  $\beta_1$  – разность минимального и максимального значений  $KC(l)$ ;  $\beta_2$  – минимальное значение глубины  $l$  (обычно  $\beta_2 = 0$ );  $\beta_3$  – форму кривой и координаты точек перегиба,  $\beta_3 > 0$ ;  $\beta_4$  – форму кривой и координаты точек перегиба,  $\beta_4 > 0$ .

Параметры  $\beta_i$  ( $i = 0...4$ ) нелинейной функции (1) определялись численно на ЭВМ методом наименьших квадратов.

При описании регрессионных уравнений были подобраны параметры  $\beta_i$  ( $i = 0...4$ ), позволившие получить максимальные значения коэффициента детерминации ( $R^2$ ) для каждого уравнения, однако, параметры  $\beta_0 - \beta_4$  для каждого класса бетона, соответственно, хоть и близки, но отличаются, что не позволяет их использовать при создании единой системы уравнений – модели, позволяющей прогнозировать изменение генерального элемента (показателя  $KC_0$ ) для любого класса бетона по прочности по значению основных показателей состава (количества цемента, В/Ц и т. д.). Поэтому в дальнейшем подбор параметров  $\beta_i$  осуществляли из условия равенства показателей  $\beta_2, \beta_3$  и  $\beta_4$  для всех составов бетона. Это несколько снизило показатель  $R^2$  для каждого выражения, но позволило создать систему взаимосвязанных уравнений с достаточной точностью.

Полученные параметры регрессионных уравнений для составов с ОК = 1 приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Значения параметров регрессионных уравнений  $l - KC_0$  в зависимости от класса бетона по прочности на сжатие для составов с ОК = 1

Класс бетона по прочности на сжатие	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$R^2$
$C^{12}/_{15}$	2,33	740742	-100	5,05	0,85	0,978652
$C^{16}/_{20}$	2,64	863755				0,985486
$C^{18}/_{22,5}$	2,94	914926				0,986994
$C^{20}/_{25}$	3,09	938093				0,987364
$C^{22}/_{27,5}$	3,29	983110				0,989376
$C^{25}/_{30}$	3,42	1028144				0,988291
$C^{28}/_{35}$	3,92	1130050				0,988758
$C^{30}/_{37}$	4,12	1174605				0,990212

Регрессионные зависимости изменения показателя  $KC_0$  по сечению для бетонов сразу после ТВО для составов с ОК=1 представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Регрессионные зависимости карбонизации по сечению различных классов бетона по прочности составов с ОК = 1 сразу после ТВО

Класс бетона по прочности на сжатие	Регрессионная зависимость начальной карбонизации
$C^{12}/_{15}$	$KC_0(l/t=0) = 2,33 + 740742e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{16}/_{20}$	$KC_0(l/t=0) = 2,64 + 863755e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{18}/_{22,5}$	$KC_0(l/t=0) = 2,94 + 914926e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{20}/_{25}$	$KC_0(l/t=0) = 3,09 + 938093e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{22}/_{27,5}$	$KC_0(l/t=0) = 3,29 + 983110e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{25}/_{30}$	$KC_0(l/t=0) = 3,42 + 1028144e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{28}/_{35}$	$KC_0(l/t=0) = 3,92 + 1130050e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{30}/_{37}$	$KC_0(l/t=0) = 4,12 + 1174605e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$

Аналогично исследовали образцы бетонов классов по прочности  $C^{12}/_{15} - C^{30}/_{37}$  для составов с ОК = 4.

Для составов с ОК = 1 и 4 бетонов классов по прочности  $C^{12}/_{15} - C^{30}/_{37}$  исследовались фактические различия значений показателей карбонатной составляющей.

В таблице 5 приведена выборка из анализа – значения показателя  $KC_0$  для бетонов классов по прочности  $C^{12}/_{15} - C^{22}/_{27,5}$ .

Таблица 5 – Прогнозные значения показателя  $KC$ , %, для бетонов классов по прочности  $C^{12}/_{15} - C^{22}/_{27,5}$  составов с ОК=1 и 4

Параметр	Значение карбонатной составляющей $KC_0$ , %									
	$C^{12}/_{15}$		$C^{16}/_{20}$		$C^{18}/_{22,5}$		$C^{20}/_{25}$		$C^{22}/_{27,5}$	
Сечение, мм	ОК1	ОК4	ОК1	ОК4	ОК1	ОК4	ОК1	ОК4	ОК1	ОК4
2,5	4,14	4,34	4,75	5,06	5,18	5,49	5,38	5,80	5,69	5,60
5,0	3,72	3,90	4,25	4,55	4,65	4,94	4,84	5,22	5,13	5,41
7,5	3,39	3,53	3,87	4,16	4,24	4,52	4,43	4,78	4,70	4,96
10,0	3,14	3,20	3,58	3,86	3,94	4,17	4,14	4,45	4,39	4,60
12,5	2,95	3,10	3,36	3,64	3,70	3,95	3,88	4,19	4,12	4,35
15,0	2,81	2,95	3,20	3,46	3,52	3,76	3,69	3,99	3,93	4,15
17,5	2,70	2,83	3,07	3,33	3,38	3,62	3,55	3,84	3,78	3,99
20,0	2,61	2,74	2,97	3,23	3,28	3,51	3,44	3,73	3,67	3,88
22,5	2,55	2,68	2,89	3,15	3,19	3,42	3,36	3,64	3,58	3,79
25,0	2,50	2,62	2,83	3,09	3,13	3,36	3,30	3,57	3,51	3,72

По результатам анализа получено, что для наиболее различных по составу (количеству использованного цемента) бетонов во всех сечениях значения карбонатной составляющей различаются не более, чем на 9 %, т.е. средние значения показателя  $KC$  отличаются от крайних значений не более, чем на 4,5 %, что практически не превышает погрешность самих методов измерения. Поэтому в дальнейшем состав бетона (количество использованного цемента) для одного класса по прочности, можно считать статистически незначимым, что позволяет предложить единые усредненные для одного класса бетона по прочности регрессионные зависимости начальной карбонизации по сечению бетонов (таблица 6).

Таблица 6 – Усредненные регрессионные зависимости начальной карбонизации по сечению различных классов бетона по прочности

Класс бетона по прочности на сжатие	Регрессионная зависимость начальной карбонизации
$C^{12}/_{15}$	$KC_0(l/t=0) = 2,39 + 759364e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{16}/_{20}$	$KC_0(l/t=0) = 2,77 + 874723e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{18}/_{22,5}$	$KC_0(l/t=0) = 3,04 + 937631e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{20}/_{25}$	$KC_0(l/t=0) = 3,22 + 971835e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{22}/_{27,5}$	$KC_0(l/t=0) = 3,39 + 1005627e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{25}/_{30}$	$KC_0(l/t=0) = 3,62 + 1059095e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{28}/_{35}$	$KC_0(l/t=0) = 4,12 + 1175041e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$
$C^{30}/_{37}$	$KC_0(l/t=0) = 4,32 + 1220706e^{-\left(\frac{l+100}{5,05}\right)^{0,85}}$

**Заключение.** Выполненные исследования позволили предложить расчетно-экспериментальную математическую модель карбонизации по сечению бетонов различных (основных) классов по прочности сразу после изготовления с применением ТВО.

Она может быть использована:

- для получения расчетно-экспериментальных регрессионных зависимостей карбонизации по сечению бетонов различных классов по прочности сразу после изготовления с применением ТВО в зависимости от количества использованного цемента;
- как основа при создании расчетно-эксперимен-

тальной модели карбонизации во времени по сечению бетонов различных классов по прочности.

#### Список литературы

1 **Васильев, А. А.** Карбонизация и оценка поврежденности железобетонных конструкций : [монография] / А. А. Васильев ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2012. – 263 с.

2 **Васильев, А. А.** Карбонизация бетона (оценка и прогнозирование) : [монография] / А. А. Васильев ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2013. – 304 с.

Получено 28.05.2015

**A. A. Vasilyev, D. N. Shevchenko.** Mathematical settlement and experimental model of initial carbonization of concrete.

Results of research of initial carbonization (distribution of a carbonate component) on the section of concrete of classes on durability ( $C^{12}/_{15}-C^{30}/_{37}$ ) of structures with CD = 1 and 4 right after production of concrete with application of HMP are given. Regression dependences of initial carbonization are received. Check of their importance is executed by methods of mathematical statistics. On the basis of the received results the mathematical settlement and experimental model of carbonization on the section of the main classes of concrete right after production is offered.