УДК 539.3

С. С. ЩЕРБАКОВ, доктор физико-математических наук, Белорусский государственный университет, Минск

ИЗМЕНЕНИЕ СИЛЫ И КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ ПРИ ДЕЙСТВИИ ВНЕКОНТАКТНОЙ НАГРУЗКИ (ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ)

Впервые методами механики деформированного твердого тела предложено и реализовано решение задачи определения силы и коэффициента трения в силовой системе. Установлены качественные и количественные зависимости коэффициента трения в силовой системе от уровня контактной и внеконтактной нагрузок и их соотношения.

Традиционно сила трения считается зависимой лишь от одного силового фактора – нормальной контактной нагрузки [0–3 и мн. др.]. В механических системах, называемых силовыми [4], в единой области формируется напряженно-деформированное состояние при действии как контактной, так и внеконтактной нагрузок, например, при неконтактном растяжении-сжатии или изгибе одного из элементов системы. В силовых системах напряжения и деформации, вызванные такого рода внеконтактными нагрузками, формируют дополнительные граничные условия на поверхности контакта. Это приводит к существенному изменению характеристик трения [5–8].

Теоретически сила трения в силовой системе $F_{\sigma/p}$ может рассматриваться как некоторая функция обычной силы трения при скольжении (качении) $F^{(s)}$, которая возникает в окружном направлении (объект – пара трения), и внеконтактной составляющей $F^{(b)}$ силы трения, которая дополнительно возникает вследствие возбуждения неконтактных (циклических) напряжений (деформаций) [5, 8]. В общем случае силу трения в силовой системе представим как векторную сумму составляющих $F^{(s)}$ и $F^{(b)}$:

$$\mathbf{F}_{\sigma/p} = \mathbf{F}^{(s)} + \mathbf{F}^{(b)}, \qquad (1)$$

Для определения $F^{(b)}$ рассмотрим объединенные

распределения (зависящие как от контактной, так и внеконтактной нагрузок) нормальных p и касательных qконтактных усилий на площадке контакта S.

Их распределение в данном случае имеет следующий общий вид:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}[\mathbf{p}_{s}(F_{N}, S), \mathbf{p}_{b}(F_{b}, S)], \qquad (2)$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}[f^{(s)}, \mathbf{p}(F_N, F_b, S), \mathbf{q}_b(F_b, S)], \qquad (3)$$

где F_N – контактная нагрузка; F_b – внеконтактная нагрузка (рисунок 1); p_s , q_s и p_b , q_b – усилия на площадке контакта, вызванные действием контактной (индекс *s*) и внеконтактной (индекс *b*) нагрузками соответственно; $f^{(s)}$ – коэффициент трения при наличии лишь контактной нагрузки, т.е. в паре трения.

Выражения (2), (3) в случае выполнения законов Гука и Кулона представимы в виде суперпозиций соответствующих распределений[:]

$$\mathbf{\hat{p}}(F_{N},F_{b},S) = \mathbf{p}_{c}(F_{N},S) + \mathbf{p}_{b}(F_{b},S), \qquad (4)$$

$$\mathbf{q}(f^{(s)}, F_N, F_b, S) = \mathbf{q}_s(f^{(s)}, F_N, S) + \mathbf{q}_b(f^{(s)}, F_b, S) =$$
$$= \mathbf{e}_s f^{(s)} p(F_N, F_b, S) + \mathbf{q}_b'(F_b, S), \tag{5}$$

где $\mathbf{e}_{s} = \mathbf{q}_{s} / |\mathbf{q}_{s}|$ – единичный вектор касательного усилия при чистом контакте, \mathbf{q}_{b}' – касательные усилия на площадке контакта, вызванные действием внеконтактной нагрузки.



Рисунок 1 – К анализу условий трения в силовой системе типа ролик / вал

В выражениях (4) и (5) в случае конформного контакта с известной границей площадка контакта *S* также известна и наряду с силами *F_c* и *F_b* является исходным параметром для определения распределения контактных усилий. В силовых системах зачастую реализуется неконформное контактное взаимодействие с неизвестными заранее границами. В этом случае *S* в выражениях (4) и (5) является неизвестной величиной, подлежащей дополнительному определению. Следует также отметить, что усилия *p_b* и *q_b* формируются как результат перемещений точек площадки контакта *S* (а не напряжений, поскольку $\sigma_{zz}^{b}|_{S(z=0)} = 0$) вследствие действия внеконтактной нагрузки ортогональной контактной. Поскольку в силовых системах контактное взаимодействие

скольку в силовых системах контактное взаимодействие в большинстве случаев происходит между телами, ограниченными поверхностями второго порядка, то для эллиптической *S* площадки контакта требуется определить лишь ее размер. В трибофатической системе (например, в системе ролик / вал) неконтактная нагрузка может быть не параллельна направлению движения (силе трения). Соответственно и проскальзывание (как и соответствующие ему усилия \mathbf{q}_b'), вызванное дополнительными касательными к площадке контакта перемещениями от неконтактной нагрузки, может быть не параллельно силе трения. Таким образом, из выражения (5) можно сделать важное заключение о том, что результирующая сила трения в силовой системе в общем случае не параллельно направлению движения.

Процедуры определения p_c , q_c хорошо известны [41–45]. Распределения p_b , q_b в выражениях (4), (5) будем определять на основе напряженно-деформированного состояния $\mathbf{\sigma}_{ij}^{(b)}$, $\mathbf{\varepsilon}_{ij}^{(b)}$, (i, j = x, y, z), обусловленного внеконтактной нагрузкой F_b . Пусть начало системы координат находится в центре площадки контакта (см. рисунок 1), а ось z ей ортогональна и направлена против силы F_s . Тогда, если $\mathbf{\sigma}_{ij}^{(b)} \neq 0$, то для контактирующего тела можно сформулировать граничные условия в напряжениях:

$$p_b = p_b \left(u_x^b, u_y^b, u_z^b \right), \tag{6}$$

$$\mathbf{q}_b\Big|_{\mathcal{S}(z=0)} = \left(\mathbf{q}_b^{(1)} + \mathbf{q}_b^{(2)} + \mathbf{q}_b^{(3)}\right)\Big|_{\mathcal{S}(z=0)}.$$
 (7)

Усилия $\mathbf{q}_{b}^{(1)}$ в (7) сонаправлены с q_{s} , и зависят от нормальной контактной нагрузки, например, так, что $\left|\mathbf{q}_{b}^{(1)}\right| = f^{(s)} p_{b}$, усилия $\mathbf{q}_{b}^{(2)}$ и $\mathbf{q}_{b}^{(3)}$ являются составляющими усилий \mathbf{q}_{b}' , возникающих вследствие дополнительного проскальзывания, обусловленного неконтактной нагрузкой, непараллельной силе трения: $\mathbf{q}_{b}' = \mathbf{q}_{b}^{(2)} + \mathbf{q}_{b}^{(3)}$.

Если

$$\sigma_{zz}^{(b)} = \sigma_{xz}^{(b)} = \sigma_{yz}^{(b)} = 0, \ \sigma_{xx}^{(b)} \lor \sigma_{yy}^{(b)} \lor \sigma_{xy}^{(b)} \neq 0,$$
(8)

то, в случае, когда деформации совместны, для контактной площадки (с помощью обобщенного закона Гука) можно сформулировать граничные условия в перемещениях:

$$\overline{\mathbf{u}}_{b}\Big|_{S} = \mathbf{u}_{b}\Big(\mathbf{\varepsilon}_{ij}^{(b)}\Big|_{S(z=0)}\Big). \tag{9}$$

На основе выражения (9), решая соответствующие интегральные уравнения теории контактного взаимодействия [41, 42], можно определить

$$p_b = p_b(\overline{\mathbf{u}}_b), \tag{10}$$

$$\boldsymbol{q}_{b} = \boldsymbol{q}_{b} \left(\boldsymbol{p}_{b}, \overline{\boldsymbol{\mathbf{u}}}_{b} \right), \tag{11}$$

Для конкретного напряженно-деформированного состояния $\mathbf{\sigma}_{ij}^{(b)}$, $\mathbf{\varepsilon}_{ij}^{(b)}$ можно, на основе выражений (6)–(9), сформулировать смешанные граничные условия.

В двумерном случае для граничных условий типа (9) определение усилий p_b , q_b можно воспользоваться системой интегральных уравнений, аналогичной системе уравнений для определения чисто контактных усилий [42],

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{q_b(t)}{x-t} dt = -\frac{\pi(1-2\nu)}{2(1-\nu)} p_b(x) - \frac{\pi E}{2(1-\nu^2)} \frac{\partial \overline{u}_x^{(b)}(x)}{\partial x}, \quad (12)$$

$$\int_{t_{1}}^{t_{2}} \frac{p_{b}(t)}{x-t} dt = \frac{\pi(1-2\nu)}{2(1-\nu)} q_{b}(x) - \frac{\pi E}{2(1-\nu^{2})} \frac{\partial \overline{u}_{z}^{(b)}(x)}{\partial x}, \quad (13)$$

где *t*₁, *t*₂ – границы контактной области.

В качестве примера рассмотрим систему ролик / вал (см. рисунок 1), являющуюся типичной силовой системой, в которой реализуется изменение характеристик трения в результате действия внеконтактной нагрузки.

Напряженное состояние данной системы, вызванное изгибающей нагрузкой F_b , в области контакта, определяется главным образом компонентой $\sigma_{yy}^{(b)}$. Поскольку для рассматриваемого напряженного состояния выполняется условие (8), то граничные условия в области контакта будем формулировать в виде перемещений (9).

Запишем выражения для деформаций, вызванных на площадке контакта изгибающей внеконтактной нагрузкой *F*_b:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{yy}^{(b)} = \frac{1}{E} \boldsymbol{\sigma}_{yy}^{(b)}, \qquad (14)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{zz}^{(b)} = \boldsymbol{\varepsilon}_{xx}^{(b)} = -\frac{\mathbf{v}}{E}\boldsymbol{\sigma}_{yy}^{(b)}, \qquad (15)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{xy}^{(b)} = \boldsymbol{\varepsilon}_{xz}^{(b)} = \boldsymbol{\varepsilon}_{yz}^{(b)} = \boldsymbol{0} . \tag{16}$$

где *Е* – модуль Юнга; **V** – коэффициент Пуассона.

Перемещения точек области контакта, соответствующие деформированному состоянию (14)–(15), будут

$$\overline{u}_{i}^{(b)} = \int \varepsilon_{ii}^{(b)} di \Big|_{z=0} \quad (i = x, y, z).$$
(17)

Таким образом, в результате действия внеконтактной нагрузки F_b в области контакта появляются нормальные $\overline{u}_z^{(b)}$ и касательные $\overline{u}_x^{(b)}$, $\overline{u}_y^{(b)}$ к площадке контакта перемещения.

Из условия (17) видно, что в области контакта суммарные перемещения не равны чисто контактным:

$$\overline{\mathbf{u}} = \overline{\mathbf{u}}^{(c)} + \overline{\mathbf{u}}^{(b)} \neq \overline{\mathbf{u}}^{(c)}.$$
 (18)

Для придания конкретного вида выражениям (17) рассмотрим соотношение (2) в виде

$$\sigma_{yy}^{(b)} = \frac{F_b(y-l)}{4(1+v)I} (R_2 + z), \qquad (19)$$

где $I = \frac{\pi R_2^4}{64}$; R_2 – радиус вала; $l = l_1 - l_2$, l_1 – длина вала; l_2 – расстояние от точки закрепления вала до начала координат.

Из соотношения (19) видно, что если $-l_1 \leq y < l_2$ и F_b сонаправлена с контактной нагрузкой F_N (т.е. $F_b < 0$), то в области контакта имеют место растягивающие напряжения $\sigma_{yy}^{(b)}$.

Тогда перемещения (17), обусловленные изгибающей нагрузкой, примут вид

$$u_x^{(b)} = \int \varepsilon_{xx}^{(b)} dx = -\frac{\nu F_b(y-l)}{4E(1+\nu)I} (R_2 + z) x + C_x, \qquad (20)$$

$$u_{y}^{(b)} = \int \varepsilon_{yy}^{(b)} dy = \frac{F_{b}(y-2l)}{8E(1+\nu)I} (R_{2}+z)y + C_{y}, \qquad (21)$$

$$u_{y}^{(b)} = \int \varepsilon_{zz}^{(b)} dz = -\frac{\nu F_{b}(y-l)}{8E(1+\nu)I} (2R_{2}+z)z + C_{z}.$$
 (22)

Функции C_i в (20)–(22) определим из следующих соотношений:

$$u_{x}^{(b)}\Big|_{x=0} = 0, \ u_{y}^{(b)}\Big|_{y=-l_{2}} = 0, \ u_{z}^{(b)}\Big|_{z=-R_{2}} = w,$$
(23)

где w – перемещения нейтральной оси ($z = -R_2$), определяемые из уравнения изогнутой оси вала.

Поскольку область контакта перемещается вместе с валом при его изгибе, то в локальной системе координат, связанной с областью контакта, w = 0 и, таким образом, коэффициенты C_i будут:

$$C_{x} = 0, \ C_{y} = \frac{F_{b}(l_{2} - 2l_{1})}{8E(1 + \nu)I} (R_{2} + z)l_{2},$$

$$C_{z} = -\frac{\nu F_{b}(y - l)}{8E(1 + \nu)I} R_{2}^{2}.$$
(24)

Тогда выражения (20)–(22) на поверхности контакта (z = 0) примут вид

$$\overline{u}_{x}^{(b)} = -\frac{vF_{b}(y-l)}{4E(1+v)I}R_{2}x,$$
(25)

$$\overline{u}_{y}^{(b)} = \frac{F_{b}R_{2}}{8E(1+\nu)I} [y(y-2l) + l_{2}(l_{2}-2l_{1})], \quad (26)$$

$$\overline{u}_{z}^{(b)} = -\frac{\nu F_{b}(y-l)}{8E(1+\nu)I}R_{2}^{2}.$$
(27)

Приступим теперь к определению распределений контактных усилий p_b , q_b приложенных к ролику. Будем рассматривать изменение силы трения только в направлении движения. Определять p_b будем лишь как функцию $\overline{u}_{c}^{(b)}$:

$$p_b = p_b \left(\overline{u}_z^{(b)} \right), \tag{28}$$

а q_b , в соответствии с законом Кулона, будет

$$q_b = f_s p_b \left(\overline{u}_z^{(b)} \right). \tag{29}$$

Тогда проекцию силы трения скольжения или качения (1) на направление движения (параллельно оси x) на основании условий (4), (5) можно выразить с помощью единого соотношения:

$$F_{\sigma/p} = F^{(s)} + F^{(b)} = \int_{S} f^{(s)} p(x, y) ds =$$

$$= \int_{S} f^{(s)} [p_{c}(x, y) + p_{b}(x, y)] ds = f^{(s)} (F_{N} + P_{b}).$$
(30)

Поскольку для ролика $p_c(x, y) > 0$, то при $F_b < 0$ ($\sigma_{yy}^{(b)} > 0$) $p_b(x, y) < 0$ и, следовательно, $p(x, y) < p_s(x, y)$, и наоборот. Иными словами, в зоне растяжения объединенное контактное давление уменьшается, а в зоне сжатия увеличивается.

Если разделить (30) на F_N и провести несложные преобразования, то коэффициент трения в силовой системе можно записать в следующем виде:

$$f_{\sigma/p} = f^{(s)} + f^{(b)} = f^{(s)} \left[1 + k_{\sigma/p} \left(\frac{\sigma_{yy}^{(b)}}{p_0} \right) \right], \quad (31)$$

где p_0 – максимум распределения p; а $k_{\sigma/p}$ – функция, зависящая от отношения действующих в области контакта напряжений, вызванных внеконтактной и контактной нагрузками.

Перейдем к рассмотрению конкретного значения функции $k_{\sigma/p}$. Поскольку ролик и вал находятся в усло-

виях несогласованного контакта и, следовательно, размеры контактной области очень малы по сравнению размерами вала, то можно принять предположение о малом изменении вдоль оси у перемещений в области контакта, т.е. в (27) примем у = 0.

Рассмотрим два простейших подхода к определению контактных усилий для заданных перемещений $\overline{u}_{z}^{(b)}$.

В первом случае представим площадку контакта и полупространство под ней в виде цилиндрического сжимаемого стержня с поперечным сечением в форме площадки контакта. Высоту стержня примем равной R_2 , поскольку в системе координат, связанной с областью контакта, $u_z^{(b)}\Big|_{z=-R_2} = 0$. Тогда постоянным на поверхности контакта (стержня) перемещениям $\overline{u}_z^{(b)}$ можно поставить в соответствие контактную (сжимающую стержень) силу $P_b^{(1)}$, которая находится из равенства $\overline{u}_z^{(b)}$ величине перемещения внешней поверхности стержня:

$$\overline{u}_{z}^{(b)} = \frac{P_{b}^{(1)}R_{2}}{ES} = \frac{p_{b}^{(1)}R_{2}}{E} \,. \tag{32}$$

Из (26) равномерное распределение контактного давления *p_b* будет

$$p_{b}^{(1)} = \frac{P_{b}^{(1)}}{S} = \frac{E\overline{u}_{z}^{(b)}}{R_{2}} = -\frac{\nu\sigma_{yy}^{(b)}}{2}, \qquad (33)$$

Тогда функции $k_{\sigma/p}$ примет вид

$$k_{\sigma/p}^{(1)}\left(\frac{\sigma_{yy}^{(b)}}{p_0}\right) = \frac{P_b^{(1)}}{F_s} = \frac{3p_b^{(1)}S}{2\pi p_0 a^2} = -\frac{3\nu}{4} \frac{\sigma_{yy}^{(b)}}{p_0}\Big|_{z=0} .$$
 (34)

Во втором случае примем предположение о том, что площадка контакта является кругом радиуса *a* и воспользуемся решением уравнений типа (12), (13) для задачи о взаимодействии штампа с плоской круговой контактной поверхностью в полупространство [41–43] на величину Δz (рисунок 2). Постоянным на поверхности контакта перемещениям $\overline{u}_z^{(b)} = \Delta z$ поставим в соответствие контактную силу P_b , которая находится из соотношения:

$$\overline{u}_{z}^{(b)} = \Delta_{z} = \frac{P_{b}^{(2)} (1 - v^{2})}{2Ea},$$
(35)

т.е.

$$P_{b}^{(2)} = \frac{2Ea\overline{u}_{z}^{(b)}}{(1-v^{2})} = -\frac{vaF_{b}(y-l)}{4(1-v^{2})(1+v)I}R_{2}^{2} = -\frac{va\sigma_{yy}^{(b)}}{(1-v^{2})}R_{2} \cdot (36)$$

Тогда коэффициент $k_{b}^{(2)}$ примет вид

$$k_{\sigma/p}^{(2)}\left(\frac{\sigma_{yy}^{(b)}}{p_0}\right) = \frac{P_b^{(2)}}{F_s} = -\frac{3\nu R_2}{4\pi a(1-\nu^2)} \frac{\sigma_{yy}^{(b)}\Big|_{z=0}}{p_0}.$$
 (37)

Отметим, что распределение контактного давления в случае штампа с контактной поверхностью конечных размеров имеет вид (см. рисунок 2):

$$p_b^{(2)}(r) = \frac{P_b^{(2)}}{2\pi a \sqrt{a^2 - r^2}} \,. \tag{38}$$



Рисунок 2 – Распределение контактных усилий *p*(*r*) в задаче о взаимодействии кругового штампа с плоскостью

Особенности на краях области контакта характерны для решения задачи для граничного условия типа (9a) и, очевидно, должны отсутствовать в решении для полной системы граничных условий (9a) и (9b).

Выполним расчет изменения коэффициента трения качения f_{σ} в виде (31) при $f^{(s)} = 0,5$; $E = 2,01 \ 10^5$ МПа; $\mathbf{v} = 0,3$; $a = 5 \ 10^{-4}$ м; $R_2 = 5 \ 10^{-3}$ м (значения напряжений даны в МПа). Функции $k_{\sigma/p}^{(1)}$ (рисунки 3–6, a), $k_{\sigma/p}^{(2)}$ (рисунки 3–6, δ) при указанных значениях параметров будут

$$k_{\sigma/p}^{(1)} = 0,225; \qquad (39)$$

$$k_{\sigma/p}^{(2)} = 0,787.$$
 (40)

Анализ формулы (33), а также функций (34), (37) и рисунков 3-6 показывает, что в силовой системе – при одновременном действии контактной и внеконтактной нагрузок – коэффициент сопротивления качению $f_{\sigma} = f_r$ в зоне растяжения уменьшается по сравнению с коэффициентом трения при чистом качении $f^{(s)}$, а в зоне сжатия, напротив, увеличивается:

$$f_r(\sigma_{vv} > 0) < f^{(s)}, \qquad (41)$$

$$f_r(\boldsymbol{\sigma}_{yy} < 0) > f^{(s)}. \tag{42}$$

Увеличение внеконтактной нагрузки обусловливает отклонение значения трибофатического коэффициента трения качения от значения коэффициента трения при чистом качении (см. рисунок 3). Из рисунка 4 хорошо видно, что при наличии в системе внеконтактной нагрузки (σ_{yy}) коэффициент трения зависит от контактной нагрузки (p_0) таким образом, что при ее увеличении для $\sigma_{yy} = \text{const}$ имеем $f_r \rightarrow f^{(s)}$. Из рисунка 5, представляющего поверхности значений коэффициента трения при различных значениях контактной и внеконтактной нагрузок, видно, что наибольшее отклонение коэффициента трения в паре трения будет при наибольшем абсолютном значении соотношения $\sigma_{yy}^{(b)} / p_0$.

Указанные закономерности в качественном отношении соответствуют известным результатам экспериментов [7, 46]. В количественном отношении изменение коэффициента трения в аналитическом решении имеет тот же порядок, что и в экспериментах. Для $k_{\sigma/p}^{(1)}$ данное изменение составляет до 20 %, а для $k_{\sigma/p}^{(2)}$ – до 60 %.



Рисунок 3 – Зависимость коэффициента трения качения от величины и направления внеконтактной нагрузки ($\pm \sigma_{yy}$) при заданной контактной нагрузке (p_0) для $k_{\sigma/p} = 0.225$ (a) и

 $k_{\sigma/p} = 0,787~(6)$



Рисунок 4 – Зависимость коэффициента трения качения от величины контактной нагрузки (p_0) для $k_{\sigma/p} = 0,225$ (a) и

 $k_{\sigma/n} = 0,787~(6)$



Рисунок 5 – Коэффициент трения качения как функция контактной (p_0) и внеконтактной (σ_{yy}) нагрузок для $k_{\sigma/p} = 0,225$

(*a*) и $k_{\sigma/p} = 0,787$ (б)

Особое значение имеет зависимость

$$f_r = f_r \left(\sigma_{yy}^{(b)} / p_0 \right),$$
 (43)

представленная на рисунке 6, поскольку она делает возможным сравнительный анализ силовых систем с различными геометрическими характеристиками, механическими свойствами и нагрузками.

Функциональная связь между функцией $k_{\sigma/p}^{(i)}$, зависящей от отношения действующих в области контакта напряжений, вызванных внеконтактной и контактной нагрузками и параметром взаимодействия μ_p (предложенном в статье «О законе трения») имеет вид

$$k_{\sigma/p}^{(i)} = \mu_p \frac{1}{f_r}$$
 или $\mu_p = k_{\sigma/p}^{(i)} f_r.$ (44)



Рисунок 6 – Изменение коэффициента трения качения в зависимости от безразмерного параметра σ_{yy} / p_0 для $k_{\sigma/p}$ = 0,225 (*a*)

и $k_{\sigma/p} = 0,787$ (б)

Выводы

1 Впервые методами механики деформированного твердого тела предложено и реализовано решение задачи определения силы и коэффициента трения в силовой системе. Рассмотренный подход базируется на следующих положениях:

 изменение граничных условий в области контакта может быть учтено с помощью приложения дополнительных граничных условий в виде поверхностных перемещений, вызванных действием неконтактной нагрузки;

 сила и коэффициент трения формируются приведенной контактной нагрузкой, состоящей из собственно контактного давления и дополнительного контактного давления, обусловленного поверхностными перемещениями от неконтактной силы.

2 Установлено, что при одновременном действии контактной и внеконтактной нагрузок трибофатический коэффициент трения качения f_r в зоне растяжения уменьшается по сравнению с коэффициентом чистого трения качения [$f_r(\sigma_{yy} > 0) < f_r^{(c)}$], а в зоне сжатия, напротив, увеличивается [$f_r(\sigma_{yy} < 0) > f_r^{(c)}$] (см. рисунок 3).

3 Обнаружено, что при σ_{yy} = const увеличение контактной нагрузки (p_0) приводит к зависимости $f_r \rightarrow f_r^{(c)}$ (см. рисунок 4).

4 Установлено, что наибольшее отклонение коэффициента трения в силовой системе от коэффициента трения в паре трения будет наблюдаться при наибольшем абсолютном значении соотношения $\sigma_{yy}^{(b)} / p_0$ (см. рисунок 6). 5 В количественном отношении изменение коэффициента трения в аналитическом решении имеет следующий порядок: для $k_{\sigma/p}^{(1)}$ данное изменение составляет до 20 %, а для $k_{\sigma/p}^{(2)}$ – до 60 %.

Список литературы

1 Основы трибологии : учеб. / А. В. Чичинадзе [и др.]; под ред. А. В. Чичинадзе. – М. : Машиностроение, 2001. – 663 с.

2 Мышкин, Н. К. Трибология. Принципы и приложения / Н. К. Мышкин, М. И. Петраковец. – Гомель : ИММС НАНБ, 2002. – 304 с.

3 **Крагельский, И. В.** Основы расчетов на трение и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Комбалов. – М. : Машиностроение, 1977. – 528 с.

4 Трибофатика. Термины и определения (Межгосударственный стандарт): ГОСТ 30638-99. – Введ. 2000–01–01. – Минск : Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации; Белорус. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 1999. – 17 с.

5 Сосновский, Л. А. Основы трибофатики : в 2 т. / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2003. – Т. 1. – 246 с., Т. 2. – 234 с.

6 **Sosnovskiy, L. A.** Tribo-Fatigue. Wear-fatigue damage and its prediction (Foundations of engineering mechanics) / L. A. Sosnovskiy. – Springer, 2005. – 424 p.

Получено 30.05.2016

7 Сосновский, Л. А. Механика износоусталостного повреждения / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2007. – 434 с.

8 **Shcherbakov, S. S.** The force and the coefficient of friction in the active / S. S. Shcherbakov // Proc. of the III International Symposium on Tribo-Fatigue (Beijing, China, October 22-26, 2000). – Beijing : Hunan University Press, 2000. – P.385–388.

9 Modern tribology handbook / edited by Bharat Bhushan. – CRC Press, 2001. – in 2 Vol. – 1690 p.

10 Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.

11 Vermeulen, P. J. Contact of non-spherical elastic bodies transmitting tangential forces / P. J. Vermeulen, K. L. Johnson // Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech., 1964. – Vol. 31. – P. 338. [Имеется перевод: Вермелен, Джонсон. Контакт несферических упругих тел, передающих касательные силы. – Прикладная механика. Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. – М. : Мир, 1964. – Т. 31. – № 2. – С. 202–204].

12 **Ишлинский, А. Ю.** Механика: идеи, задачи, приложения / А. Ю. Ишлинский – М. : Наука, 1985. – 624 с.

13 **Горячева, И. Г.** Механика фрикционного взаимодействия / И. Г. Горячева. – М. : Наука, 2001. – 478 с.

14 **Тюрин, С. А.** Сравнительное исследование коэффициентов трения при качении и контактно-механической усталости / С. А. Тюрин, С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский // Заводская лаборатория. – 2005. – Т. 71. – № 2. – С. 48–51.

S. S. Sherbakov. Change of force and friction factor at action out of contact of loading (the theoretical analysis).

For the first time methods of mechanics of the deformed firm body it is offered and the decision of a problem of definition of force and friction factor in power system is realised. Qualitative and quantitative dependences of factor of a friction in power system from level contact and out of contact loadings and their parity are established.