## УДК 539.43

А. В. БОГДАНОВИЧ, доктор технических наук, Белорусский государственный университет, Минск, Н. А. МАХУТОВ, член-корреспондент РАН, институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, Москва, Россия,

# ТЕОРИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ СИЛОВЫХ СИСТЕМ

Разработаны основы энергетической теории многокритериальных предельных состояний силовых систем. Предложен комплексный энергетический критерий предельного состояния силовых систем в зависимости от температуры, уровня контактных и внеконтактных напряжений, коррозии, который учитывает взаимодействие повреждающих частей механической и тепловой энергий и предполагает, что на разрушение затрачивается лишь часть подводимой к силовой системе энергии.

Энергетический подход представляется наиболее общим при решении отдельных задач прочности и износостойкости элементов конструкций [1, 2], поскольку энергетические критерии универсальны и интегрально характеризуют напряженно-деформированное состояние [3]. К указанным критериям обращаются при анализе процессов статического, длительного и циклического (объемного и поверхностного) разрушения материалов и узлов трения [1–10].

Реализуем энергетический подход применительно к любой силовой системе. Для таких силовых систем в наиболее общем случае износоусталостное повреждение (ИУП) обусловлено следующими воздействиями: а) контактной нагрузкой - в первом приближении будем ее характеризовать удельной силой трения  $\tau_W = f p_a$ , где  $p_a - t_w$ наибольшее контактное давление, f – коэффициент трения; б) повторно-переменной (внеконтактной) нагрузкой - в первом приближении будем ее характеризовать циклическими напряжениями σ; в) термодинамической нагрузкой – интегрально будем ее характеризовать температурой  $T_{\Sigma}$ , обусловленной всеми источниками тепла; г) электрохимической нагрузкой – опосредованно будем ее характеризовать коррозионным параметром (D), при этом следует различать коррозию под напряжением ( $D_{\sigma}$ ), коррозию при трении  $(D_{\tau})$  и термическую коррозию  $(D_T)$ . Рассматриваемый случай называем общим в том смысле, что в силовой системе реализуется практически весь комплекс повреждающих явлений. С другой стороны, как нетрудно видеть, приняты два упрощающих положения: не пространственная система контактных и циклических напряжений, а лишь их линейные эквиваленты. Однако такая схематизация нагрузок остается принципиальной, поскольку в силовой системе учтены все типы нагрузок, определяющих ее повреждение.

Применительно к подобным силовым системам сформулируем основные представления, которые можно положить в основу теории предельных состояний [11–19].

(1) Зарождение и развитие комплексного ИУП определяется, главным образом, четырьмя частными явлениями: механической усталостью, трением и изнашиванием, тепловыми и электрохимическими (коррозионными) процессами. Эти явления называются частными в том смысле, что каждое из них может быть реализовано как независимое и отдельное, и оно ведет к соответствующему предельному состоянию по частным (отдельным) критериям. (2) Все эти частные явления и процессы в силовой системе развиваются одновременно и в одной зоне, поэтому предельное ее состояние обусловлено не одним каким-либо из этих явлений, а их совместным (совокупным) действием – ИУП критической величины.

(3) Кинетика ИУП определяется не всей подводимой к силовой системе энергией U, а лишь ее эффективной (опасной) частью  $U^{eff} \ll U$ , которая затрачивается на повреждение.

(4) Критерием предельного состояния служит условие достижения эффективной энергией  $U^{eff}$  критической величины  $U_0$  в некоторой области ограниченных размеров элемента силовой системы – в его опасном объеме.

(5) Энергия  $U_0$  считается фундаментальной для данного вещества константой; она не должна зависеть от условий испытания, видов подводимой энергии, механизмов повреждения.

(6) Эффективная энергия  $U^{eff}$  в общем случае может быть представлена функцией четырех составляющих: тепловой  $U_T^{eff}$ , силовой  $U_{\sigma}^{eff}$ , фрикционной  $U_{\tau}^{eff}$  и электрохимической  $U_{ch}^{eff}$  энергий

$$U^{eff} = F_{\Lambda} (U_T^{eff}, U_{\sigma}^{eff}, U_{\tau}^{eff}, U_{ch}^{eff}),$$

где  $F_{\Lambda}$  учитывает кинетическое взаимодействие частных повреждающих явлений в комплексном процессе ИУП.

(7) Процессы электрохимического (коррозионного) повреждения могут быть учтены как термическая коррозия ( $D_{T(ch)}$ ), коррозия под напряжением ( $D_{\sigma(ch)}$ ) и коррозия трения ( $D_{\tau(ch)}$ ), так что функция принимает вид

$$U^{eff} = F_{\Lambda}(U^{eff}_{T(ch)}, U^{eff}_{\sigma(ch)}, U^{eff}_{\tau(ch)}).$$
(1)

В общем случае предельное состояние трибофатической системы достигается не в результате простого роста эффективных энергий и, следовательно, накопления необратимых повреждений, обусловленных различными воздействиями (нагрузками), но в результате их взаимодействия, направленность которого характеризуется развитием явлений самопроизвольного упрочненияразупрочнения материала в данных условиях эксплуатации или испытаний.

Таким образом, принимая во внимание функцию (1), гипотезу о предельном состоянии трибофатической системы можно представить в следующем виде:

$$\Phi(U_{\sigma(ch)}^{eff}, U_{\tau(ch)}^{eff}, U_{T(ch)}^{eff}, \Lambda_{\lambda j}, m_k, U_0) = 0, \qquad (2)$$

где  $m_k$ , k = 1, 2, ..., - некоторые характеристики свойств контактирующих материалов,  $\Lambda_{ij}$  – параметры (функции) взаимодействия необратимых повреждений, обусловленных нагрузками разной природы.

Дадим конкретизацию (2) в наиболее простой постановке. Будем считать, во-первых, что напряженное состояние, обусловленное повторно-переменной нагрузкой, является одноосным и характеризуется наибольшим нормальным напряжением  $\sigma$ . Во-вторых, примем, что контактное взаимодействие элементов системы описывается фрикционным напряжением  $\tau_w$ . Пусть далее T – температура среды. Тогда, без учета коррозионных процессов, гипотеза (2) будет иметь вид

$$\Phi(\sigma^2, \tau_w^2, T, \Lambda_{\sigma \setminus \tau}, \Lambda_{T \setminus M}, m_k, U_0) = 0, \qquad (3)$$

поскольку силовая, фрикционная и тепловая составляющие эффективной энергии пропорциональны соответствующим параметрам:

$$\begin{array}{l}
U_T^{eff} = a_T T; \\
U_{\sigma}^{eff} = a_{\sigma} \sigma^2; \\
U_{\tau}^{eff} = a_{\tau} \tau_W^2,
\end{array}$$
(4)

где коэффициенты  $a \ll 1$  выделяют из полных тепловой и механической энергий их эффективные части  $U^{eff}$ .

Отметим, что здесь и далее речь будет идти об удельных величинах суммарной эффективной энергии и ее составляющих (например, о величинах энергий, отнесенных к единице количества вещества).

По мере роста значений  $\sigma$  и (или)  $\tau_w$ , и (или) T, и (или) времени (числа циклов нагружения) соответственно увеличивается и суммарная эффективная энергия (1) до тех пор, пока она не достигнет критической (предельной) величины  $U_0$ . В этом случае должно наступить предельное состояние силовой системы, которое характеризуется, например, образованием усталостной трещины критического размера или достижением предельно допустимого износа в системе, либо реализацией обоих указанных состояний одновременно.

Предположение о том, что предельное состояние силовой системы наступит, когда простая алгебраическая сумма эффективных энергий достигнет критической величины

$$\Sigma U^{eff} = U_T^{eff} + U_{\sigma}^{eff} + U_{\tau}^{eff} = a_T T_{\Sigma} + a_{\sigma} \sigma^2 + a_{\tau} \tau_w^2 = U_{\kappa},$$

считается неправомерным. В самом деле, подобный критерий, как нетрудно понять, не в состоянии описать возможные принципиально многообразные результаты комплексного повреждения. Поэтому энергетический критерий предельного состояния силовой системы следует записать с учетом взаимодействия необратимых повреждений:

$$U^{eff} = \Lambda_{T/M} \left[ a_T T + \Lambda_{\sigma/\tau} \left( a_\sigma \sigma^2 + a_\tau \tau_w^2 \right) \right] = U_0.$$
(5)

Здесь  $\Lambda_{\sigma/\tau}$  учитывает взаимодействие эффективных частей механической энергии, обусловленных нормальными  $\sigma$  и фрикционными  $\tau_W$  напряжениями, а  $\Lambda_{T/M}$  – взаимодействие тепловой и механических составляющих эффективной энергии; кроме того, величины  $\Lambda$ учитывают и процессы "залечивания" повреждений, каков бы ни был их механизм. Заметим также, что в выражении (5) эффективная часть тепловой энергии определяется изменением суммарной температуры  $T_{\Sigma}=T_2 - T_1$  в зоне силового контакта, обусловленной всеми источниками тепла, в том числе выделяемого при механическом (объемном и поверхностном) деформировании, структурных превращениях и т. п.

Критерий (5) имеет весьма общий характер. Он не содержит необоснованных коэффициентов и не зависит, например, от того, каким образом нагружается система (статическое, длительное, циклическое нагружение), или от того, какие механизмы накопления повреждений и разрушения реализуются.

Из общего критерия (5) нетрудно получить ряд важных частных случаев. Так, условия чисто теплового (или термодинамического) разрушения (когда  $\sigma = 0$  и  $\tau_W = 0$ ) либо чисто механического разрушения (когда  $T_{\Sigma} = 0$ ) будут соответственно следующими:

$$a_T T_{\Sigma} = U_0; \tag{6}$$

$$\Lambda_{\sigma/\tau} \left( a_{\sigma} \sigma^{2} + a_{\tau} \tau_{w}^{2} \right) = U_{0}.$$
<sup>(7)</sup>

В случае изотермической механической усталости (когда  $\tau_W = 0$ ) имеем

$$\Lambda_{T/M} \left( a_T T_{\Sigma} + a_{\sigma} \sigma^2 \right) = U_0, \qquad (8)$$

а для изотермической фрикционной усталости (когда  $\sigma = 0$ ) аналогично получаем

$$\Lambda_{T/M} \left( a_T T_{\Sigma} + a_{\tau} \tau_w^2 \right) = U_0.$$
<sup>(9)</sup>

Чтобы конкретизировать методику расчета энергии (2), надо указать способ учета влияния электрохимических процессов на повреждаемость силовой системы. Введем параметр  $0 \le D \le 1$ , которому придадим следующее содержание: его увеличение должно быть эквивалентно росту эффективной (расходуемой на образование и накопление ИУП) энергии в силовой системе вследствие развития электрохимической повреждаемости. Такое влияние нетрудно описать путем соответствующего изменения величин параметров *а* в критерии (5). В самом деле, если уменьшить величину *а* в (1 - D) раз, т. е. ввести в критерий (5) выражение a/(1-D), то получим: рост *D* означает соответствующее увеличение *а*. Тогда критерий (5) можно записать в обобщенном виде [20]:

$$\Lambda_{T/M} \left[ \frac{a_T}{1 - D_T} T_{\Sigma} + \Lambda_{\sigma/\tau} \left( \frac{a_\sigma}{1 - D_\sigma} \sigma^2 + \frac{a_\tau}{1 - D_\tau} \tau_w^2 \right) \right] = U_0.$$
(10)

Введем относительные меры  $\omega$  термодинамического (индекс *T*), силового (индекс  $\sigma$ ) и фрикционного (индекс  $\tau$ ) повреждений с учетом влияния коррозии (1 - D) (индекс *ch*):

$$\omega_{T(ch)} = \frac{a_T T_{\Sigma}}{U_0 (1 - D_T)}; \ \omega_{\sigma(ch)} = \frac{a_\sigma \sigma^2}{U_0 (1 - D_\sigma)}; \ \omega_{\tau(ch)} = \frac{a_\tau \tau_w^2}{U_0 (1 - D_\tau)}.$$
(11)

Тогда критерий (10) принимает вид

$$\Lambda_{T/M} \left[ \omega_{T(ch)} + \Lambda_{\sigma/\tau} \left( \omega_{\sigma(ch)} + \omega_{\tau(ch)} \right) \right] = 1, \quad (12)$$

или

где энергетическая мера комплексного ИУП

 $\omega_{\Sigma} = 1$ ,

$$\omega_{\Sigma} = \Lambda_{T/M} \left[ \omega_{T(ch)} + \Lambda_{\sigma/\tau} \left( \omega_{\sigma(ch)} + \omega_{\tau(ch)} \right) \right]$$
(13)

Критерий (10) гласит: предельное состояние силовой системы наступит, когда сумма взаимодействующих эффективных составляющих энергии от силового, фрикционного и термического воздействий (с учетом процессов коррозии под напряжением, термической и трибохимической коррозии) достигнет критической величины  $U_0$ . Критерий (10) в форме (12) или (12а) удобен тем, что все меры поврежденности являются безразмерными и имеют единый интервал ( $0 \le \omega \le 1$ ) изменения величин.

Заметим, что в критериях (5), (10) и (13) не было наложено никаких ограничений для величин  $T_{\Sigma} > 0$ ,  $\tau_W > 0$ ,  $\sigma > 0$ . Поэтому они могут описывать достижение предельного состояния не только при комплексном ИУП, но и при частных условиях нагружения, например, как отмечено выше, при чисто тепловом или чисто механическом разрушении.

Столь широкие возможности критериев (5), (10) и (13) связаны с тем, что в их основу положены наиболее общие – энергетические представления об условиях повреждения и разрушения твердых тел. Общий анализ этих критериев позволяет сделать три основных вывода.

(1) Рост нагрузочных параметров ( $\sigma$ ,  $\tau_w$ ,  $T_{\Sigma}$ , D) ведет к соответствующему ускорению достижения предельного состояния.

(2) Предельное состояние силовой системы может быть достигнуто и за счет увеличения только одного (любого) из нагрузочных параметров (при сохранении неизменными величин остальных параметров).

(3) Если  $\Lambda > 1$ , то деградация силовой системы усиливается, а при  $\Lambda < 1$  она замедляется, по сравнению с поврежденностью, обусловленной совокупным действием одних только нагрузочных параметров.

Для практического применения критериев (5), (10) и (13) необходимо иметь обоснованные методики определения величин  $U_0$ , a,  $\Lambda$ , D.

Выше был отмечен фундаментальный характер параметра  $U_0$ . Если принять термофлуктуационную теорию прочности [21], то  $U_0$  трактуется как начальная энергия активации процесса разрушения. Было показано, что величина  $U_0$  примерно совпадает с теплотой сублимации для металлов и кристаллов с ионными связями, а также с энергией активации термодеструкции для полимеров:

## $U_0 \approx U_T$ .

С другой стороны, величина U<sub>0</sub> трактуется как энергия активации механического разрушения:

$$U_0 \approx U_M$$
.

Следовательно, энергию U<sub>0</sub> можно считать константой вещества:

$$U_0 \approx U_M \approx U_T = \text{const}$$
 (14)

Принимая во внимание физико-механические и термодинамические представления о процессах разрушения, запишем (14) в виде

$$U_{M} = s_{k} \frac{\sigma_{th}}{E} \frac{C_{a}}{\alpha_{V}} = U_{0} = kT_{s} \ln \frac{k\theta_{D}}{h} = U_{T}, \qquad (14a)$$

где  $s_k$  – коэффициент приведения;  $\sigma_{th}$  – теоретическая прочность; E – модуль упругости;  $C_a$  – атомная теплоемкость;  $\alpha_v$  – коэффициент термического расширения объема; k – постоянная Больцмана;  $T_s$  – температура плавления;  $\theta_D$  – температура Дебая; h – постоянная Планка. Согласно (14а) приближенно можно принять

$$U_0 \approx \varepsilon_* \frac{C_a}{\alpha_V},$$
 (146)

где €∗ ≈ 0,6 – предельная деформация межатомной связи.

Из равенства (14а) следует, что  $U_0$  – энергия активации данного вещества, по порядку величины равная 1–10 эВ в расчете на одну частицу, атом или молекулу (~ $10^2$ – $10^3$  кДж/моль), т. е. величина, близкая к энергии разрыва межатомной связи в твердом теле [22]. И ее уровень не зависит от того, каким способом достигается разрушение – механическим, тепловым либо их совокупным действием. Методики экспериментального определения  $U_0$  разработаны [1, 23–25]. Численные значения  $U_0$  для материалов различных классов приведены в таблице 1.

Из формулы (14а) устанавливается термомеханическая константа материала

$$\frac{\sigma_{th}}{T_S} = E \frac{\alpha_V k}{C_a} \ln \frac{k \theta_D}{h} = \theta_{\sigma},$$

которая характеризует потерю прочности, приходящуюся на 1 К.

Значения коэффициентов *а* в уравнении (5) определяются из граничных условий:

$$T = 0, \tau_{W} = 0; \quad a_{\sigma}\sigma_{\pi}^{2} = U_{0}, \quad a_{\sigma} = U_{0} / \sigma_{\pi}^{2},$$
  

$$T = 0, \sigma = 0; \quad a_{\tau}\tau_{\pi}^{2} = U_{0}, \quad a_{\tau} = U_{0} / \tau_{\pi}^{2}, \quad (15)$$
  

$$\sigma = 0, \tau_{W} = 0; \quad a_{T}T_{\pi} = U_{0}, \quad a_{T} = U_{0} / T_{\pi},$$

где  $\sigma_{\pi}$ ,  $\tau_{\pi}$  – нормальное и фрикционное предельные напряжения при  $T \rightarrow 0$ , называемые пределами (механической) деструкции;  $T_{\pi}$  – температура деструкции (при  $\sigma = 0$ ,  $\tau_W = 0$ ) или предел термодеструкции.

Чтобы найти а<sub>σ</sub> с помощью первой из формул (15), следует произвести, например, статическое испытание материала на растяжение при температуре, близкой к абсолютному нулю. Тогда практически чисто механическое разрушение нормальным отрывом будет иметь место при напряжении  $\sigma = \sigma_{A}$ . Для оценки  $a_{\tau}$  по второй из формул (15) необходимо осуществить, например, статическое испытание на чистый сдвиг или кручение (тонкостенной трубки) при  $T \to 0$ . Тогда практически чисто механическое разрушение сдвигом произойдет при касательном напряжении  $\tau_W = \tau_{a}$ . А коэффициент  $a_T$ по третьей из формул (15) можно определить, если реализовать разрушение материала только тепловым способом (температура в этом случае  $T = T_{\mu}$ ). Таким образом, величины  $\sigma_{a}$ ,  $\tau_{a}$ ,  $T_{a}$  есть физические константы материала, определяемые из соответствующих опытов. Это означает, что и коэффициенты а должны быть постоянными материала при заданных условиях нагружения.

Что касается параметров  $\Lambda$ , то из (5) с учетом (4) следует, что их значения зависят от соотношения эффективных энергий в заданных условиях испытания конкретной силовой системы. Так, значение параметра  $\Lambda_{T/M} = f_1 \left[ \left( U_{\sigma}^{eff} + U_{\tau}^{eff} \right) / U_T^{eff} \right]$  зависит от соотношения механической и тепловой эффективных энергий, а значение параметра  $\Lambda_{\sigma/\tau} = f_2 \left[ U_{\tau}^{eff} / U_{\sigma}^{eff} \right]$  – от соотношения фрикционной и силовой частей механической энергии.

В первом приближении значения величин  $\Lambda_{T/M}$ ,  $\Lambda_{\sigma/\tau}$  можно установить по результатам двух опытов, на основании которых следует составить систему из двух уравнений типа (5). Если, например, T = 0, тогда  $\Lambda_{T/M} = 1$  и из (7) имеем

$$\Lambda_{\sigma/\tau} = \frac{U_0}{a_\sigma \sigma^2 + a_\tau \tau_W^2}.$$
 (16)

Таблица 1 – Энергия разрыва межатомных связей для некоторых материалов

Материал	$U_o,$ кДж/Моль	Литературный источник
Металлы:		
Алюминий	222	[26]
Железо	419	[26]
Кадмий	117	[26]
Медь	339	[26]
Ниобий	629	[26]
Платина	503	[26]
Титан	507	[26]
Цинк	126	[26]
Полимеры:		
Капрон	188	[27]
Полиметилметакрилат		
(оргстекло)	750	[27]
Полипропилен	235	[26]
Полистирол	130	[26]
Полихлорвинил	147	[26]
Ионные кристаллы:		
Каменная соль	285	[26]
Хлористый литий	302	[26]
Хлористое серебро	126	[26]

Далее при известном  $\Lambda_{\sigma/\tau}$  и заданной температуре T > 0 получаем

$$\Lambda_{T/M} = \frac{U_0}{a_T T_{\Sigma} + \Lambda_{\sigma/\tau} \left( a_\sigma \sigma^2 + a_\tau \tau_W^2 \right)} \cdot \tag{17}$$

Вклад процессов коррозии в ИУП силовой системы можно определить так:

$$1 - D_T = b_{e(T)} \left( \frac{v_{ch}}{v_{ch(T)}} \right)^{m_v(T)}; \ 1 - D_\sigma = b_{e(\sigma)} \left( \frac{v_{ch}}{v_{ch(\sigma)}} \right)^{m_v(\sigma)}; \\ 1 - D_\tau = b_{e(\tau)} \left( \frac{v_{ch}}{v_{ch(\tau)}} \right)^{m_v(\tau)},$$

$$(18)$$

где  $v_{ch}$  – скорость коррозии в данной среде;  $v_{ch(\tau)}$ ,  $v_{ch(\sigma)}$ ,  $v_{ch(\tau)}$  – скорость коррозии в той же среде соответственно при термическом, силовом, фрикционном воздействиях;  $b_e$  – коэффициенты, которые учитывают процессы коррозионной эрозии;  $m_v$  – параметры, определяющие электрохимическую активность материалов при силовом (индекс  $\sigma$ ), фрикционном (индекс  $\tau$ ) и термодинамическом (индекс T) нагружениях.

Параметры *D* можно вычислить и через соответствующие предельные напряжения:

$$1 - D_T = (T_{tch} / T_t)^{n_T} g_T; \quad 1 - D_\sigma = (\sigma_{-1ch} / \sigma_{-1})^{n_\sigma} g_\sigma; 1 - D_\tau = (\tau_{tch} / \tau_f)^{n_\tau} g_\tau,$$
(18a)

где  $T_i$ ,  $\sigma_{-1}$ ,  $\tau_f$  – соответственно пределы термической, механической, фрикционной усталости в воздухе, а  $T_{ich}$ ,  $\sigma_{-1ch}$ ,  $\tau_{fch}$  – те же величины в данной коррозионной среде. Коэффициенты *g* имеют тот же смысл, что и коэффициенты *b* в (18). Параметры *n* аналогичны параметрам  $m_v$  в (18).

Общий анализ роли электрохимической повреждаемости (параметр *D*) в достижении силовой системой предельного состояния дан на рисунке 1. Изучая совместно формулы (10) и (18), а также данный рисунок, можно сделать следующие выводы.

(a) Если параметр D растет (см. рисунок 1, a), то (1 - D) соответственно уменьшается. Следовательно, величина 1/(1 - D) увеличивается тем больше, чем меньше относительная скорость повреждения  $v_{ch}/v_{ch(*)}$  (см. рисунок 1, б). Иными словами, электрохимическая повреждаемость ускоряет достижение силовой системой предельного состояния тем сильнее, чем больше величина параметра D и/или скорости  $v_{ch(*)}$  термической коррозии, коррозии трения, коррозии под напряжением.



Рисунок 1 – Графики функций (18) (*a*) и величин 1/(1 - D) (б) в связи с изменением значений параметра  $m_v$ 

(б) Параметр  $m_{\nu}$  оказывает сильное влияние на ИУП системы, и оно тем значительнее, чем больше его величина (см. рисунок 1). Важная особенность этого влияния: данная среда очень чувствительна к возбуждению в силовой системе механических напряжений и к повышению температуры, если для нее параметр  $m_{\nu} > 5$ (см. рисунок 1, б). Другими словами, в подобном случае может быть реализовано запредельное состояние, для которого мера поврежденности больше единицы ( $\omega_{\Sigma} > 1$ ), тогда как для достижения предельного состояния, согласно (10а), достаточно иметь  $\omega_{\Sigma} = 1$ .

Если в критерии (10) принимают  $\sigma = \sigma_{-1\tau}$ , то нормальные предельные напряжения вычисляют с учетом влияния процессов трения, изнашивания и коррозии при заданной температуре (прямой эффект):

$$\sigma_{-1\tau} = \left[ \frac{U_0 \frac{1}{\Lambda_{T/M} \Lambda_{\sigma/\tau}} - \frac{1}{\Lambda_{\sigma/\tau}} \frac{a_T}{1 - D_T} T_{\Sigma} - \frac{a_{\tau}}{1 - D_{\tau}} \tau_W^2}{a_{\sigma} / (1 - D_{\sigma})} \right]^{1/2}.$$
 (19)

Если же в (10) принимают  $\tau_W = \tau_{f\sigma}$ , то предельные фрикционные напряжения вычисляют с учетом влияния циклических напряжений и процессов коррозии при заданной температуре (обратный эффект):

$$\tau_{f\sigma} = \left[ \frac{U_0 \frac{1}{\Lambda_{T/M} \Lambda_{\sigma/\tau}} - \frac{1}{\Lambda_{\sigma/\tau}} \frac{a_T}{1 - D_T} T_{\Sigma} - \frac{a_{\sigma}}{1 - D_{\sigma}} \sigma^2}{a_{\tau}/(1 - D_{\tau})} \right]^{1/2}.$$
 (20)

Графическое представление уравнений (10), (19) и (20) дано на рисунке 2 в виде многокритериальных диаграмм 1–5 предельных состояний различных силовых систем. Здесь ось ординат служит прочностной шкалой, а ось абсцисс – трибологической шкалой.



Рисунок 2 – Диаграммы предельных состояний различных силовых систем

В результате обычных испытаний на усталость (трение отсутствует, так что  $\tau_W = 0$ ) определяют предел выносливости вала  $\sigma_{-1}$  (см. рисунок 2). При износоусталостных испытаниях силовой системы его значение изменяется вследствие влияния процессов трения и изнашивания (на рисунке 2, *a* обозначено  $\sigma_{-1\tau}$ ). Это изменение определяет основные закономерности прямого эффекта. Они могут быть описаны характерными кривыми 1-5 (см. рисунок 2, а) в зависимости от типа силовой системы и условий ее эксплуатации (уровень контактной нагрузки, температура, свойства окружающей среды и т. д.). Так, кривые 1 и 2 характерны для контактно-механической усталости, кривые 2, 3 и 4 для фрикционно-механической усталости, кривые 3, 4 и 5 – для фреттинг-усталости при различных условиях испытания (температура, среда и др.).

В результате обычных испытаний пары трения (циклические напряжения отсутствуют, т. е.  $\sigma = 0$ ) находят предельную величину фрикционного напряжения  $\tau_f$ , которую называют также пределом фрикционной усталости (либо предельную величину контактного давления p<sub>f</sub>, которая соответствует значению  $\tau_f$ ) (см. рисунок 2). При износоусталостных испытаниях силовой системы его значение изменяется вследствие влияния уровня циклических напряжений (на рисунке 2, б обозначено  $\tau_{f\sigma}$ ). Это изменение определяет основные закономерности обратного эффекта. Они аналогично могут быть описаны характерными кривыми 1-5 (см. рисунок 2, б) в зависимости от типа силовой системы и условий ее эксплуатации (уровень циклической нагрузки, температура, свойства окружающей среды и др.) Здесь кривые 1-5 имеют тот же смысл, что и кривые 1-5 на рисунке 2, a. Существенное различие состоит в том, что при прямом эффекте, как уже отмечалось, предельное состояние системы достигается по критериям сопротивления механической усталости, тогда как при обратном эффекте - по критериям трения и изнашивания.

Наиболее важные выводы, которые можно сделать при анализе уравнений (10), (19), (20) и рисунка 2, таковы.

1) Процессы трения и изнашивания, в зависимости от условий их реализации, могут не только значительно снижать (см. кривые 3, 4 и 5 на рисунке 2, a), но и существенно повышать (см. кривые 1 и 2 на рисунке 2, a) сопротивление усталости силовой системы. Это означает, что в определенных условиях ее эксплуатации трение и изнашивание полезны. И еще: изменяя условия трения и изнашивания должным образом, можно эф-

фективно управлять процессами ИУП конкретной силовой системы.

2) Циклические напряжения, в зависимости от условий испытания, могут не только значительно снизить (см. кривые 3, 4 и 5 на рисунке 2,  $\delta$ ), но и существенно повышать (см. кривые 1 и 2 на рисунке 2,  $\delta$ ) износостойкость силовой системы. Это означает, что в определенных условиях ее эксплуатации циклические напряжения благоприятны. И еще: изменяя условия циклического нагружения должным образом, можно эффективно управлять процессами ИУП конкретной силовой системы.

В обоих случаях – при прямом и обратном эффектах – управляющим параметром ИУП служит соотношение типа

$$\Psi = \sigma / \tau_W = \operatorname{tg} \alpha \,, \tag{21}$$

которое имеет критическое значение

$$\Psi_{-1f} = \sigma_{-1} / \tau_f = \operatorname{tg} \alpha_{-1f} .$$
 (22)

При  $\Psi > \Psi_{-1f}$  реализуется прямой эффект, а при  $\Psi < \Psi_{-1f}$  – обратный.

Имея (10), (19) и (20), нетрудно рассмотреть и проанализировать ряд частных случаев.

Пусть, например, в силовой системе коррозионные повреждения не проявляются (D = 0). Тогда энергетический критерий имеет вид (5). При отсутствии трения ( $\tau_W = 0$ ) из (5) получаем критерий предельного состояния при изотермической механической усталости (8). Если, напротив, отсутствуют циклические напряжения ( $\sigma = 0$ ), то из (5) имеем критерий изотермической фрикционной усталости (9).

Из критериев (8) и (9) следуют формулы для предельных напряжений при изотермической механической усталости

$$\sigma_{-1} = \left[ \frac{U_0 / \Lambda_{T/M} - a_T T}{a_\sigma} \right]^{1/2}$$
(23)

и при изотермической фрикционной усталости

$$\tau_f = \left[\frac{U_0 / \Lambda_{T/M} - a_T T}{a_\tau}\right]^{1/2}.$$
(24)

Критерий (8) и формула (23) работают в тех случаях, когда предельное состояние элемента конструкции обусловлено усталостным разрушением. Критерий (9) и формула (24) справедливы тогда, когда предельное состояние пары трения достигается по критериям износостойкости (предельный износ, критическая плотность или глубина ямок выкрашивания, недопустимый шум или вибрация и т. д.). Если анализируется предельное состояние силовой системы согласно (5), то требуется рассмотреть два случая: проявление прямого и обратного эффектов.

В случае изучения прямого эффекта из (5) или из (19) при  $\sigma > 0$ ,  $T_{\Sigma} > 0$ ,  $\tau_{W} > 0$ , D = 0 имеем формулу для предельных напряжений

$$\boldsymbol{\sigma}_{-1\tau} = \left[\frac{(U_0/\Lambda_{T/M} - a_T T)/\Lambda_{\sigma/\tau} - a_\tau \tau_W^2}{a_\sigma}\right]^{1/2}, (25)$$

которую, принимая во внимание (23) и (24), можно преобразовать к виду

$$\sigma_{-1\tau} = \sigma_{-1} \sqrt{\frac{1}{\Lambda_{\sigma/\tau}} - \frac{\tau_W^2}{\tau_f^2}} = \sigma_{-1} \varphi_\sigma(\tau_W), \qquad (25a)$$

где должно быть

$$\varphi_{\sigma}(\tau_W) = \frac{1}{\Lambda_{\sigma/\tau}} - \frac{\tau_W^2}{\tau_f^2} \ge 0.$$
 (26)

Если изучается обратный эффект, то аналогично из (5) или (20) имеем

$$\tau_{f\sigma} = \tau_f \sqrt{\frac{1}{\Lambda_{\sigma/\tau}} - \frac{\sigma^2}{\sigma_{-1}^2}} = \tau_f \varphi_{\tau}(\sigma) , \qquad (27)$$

где должно быть

$$\varphi_{\tau}(\sigma) = \frac{1}{\Lambda_{\sigma/\tau}} - \frac{\sigma^2}{\sigma_{-1}^2} \ge 0.$$
<sup>(28)</sup>

Используя зависимости (25а) и (26) и принимая во внимание формулы (23) и (24), построим диаграммы предельных состояний для типичных силовых систем по любому критерию повреждения и/или разрушения. В отличие от рисунка 2, диаграммы предельных состояний будем строить в относительных координатах  $\sigma_a/\sigma_{-1} - \tau_w/\tau_{f\sigma}$  (рисунок 3, *a*). Предельное состояние достигается всякий раз, когда реализуются равенства  $\sigma_a = \sigma_{-1\tau}$  либо  $\tau_W = \tau_{f\sigma}$ . Дополнительно построим (рисунок 3, *б*) в двойных логарифмических координатах функциональные связи коэффициента взаимодействия  $\Lambda_{\sigma/\tau}$  с относительным параметром

$$\overline{\rho} = \left(\frac{\tau_W}{\tau_f}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma}\right)^2 = \left(\frac{\tau_{f\sigma}}{\tau_f}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1\tau}}\right)^2.$$
 (29)

Геометрический смысл параметра  $\overline{\rho}$  следует из диаграммы предельных состояний:

$$\overline{\rho} = \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

Критическое значение  $\overline{\rho}_{\kappa}$  достигается при  $\alpha = 45^{\circ}$ ; в этом случае

$$\overline{\rho}_{\kappa} = 1.$$

Вообще, параметр  $\overline{\rho}$  имеет энергетическое содержание; он определяется следующим соотношением эффективных составляющих энергии износоусталостного повреждения:

$$\overline{\rho} = \frac{a_{\tau} \tau_W^2}{a_{\sigma} \sigma^2} \frac{a_{\sigma} \sigma_{-1}^2}{a_{\tau} \tau_f^2} \,.$$

Дополнительно укажем, что относительный параметр  $\overline{\rho}$  асимметрии процессов фрикционного и силового повреждений изменяется в интервале  $0 \le \overline{\rho} \le \infty$ .

Совместный анализ рисунков 3, а и б позволяет сделать заключение, что процессами упрочненияразупрочнения в силовой системе управляют величина  $\Lambda_{\sigma/\tau}$ и связанный с ней параметр  $\overline{\rho}$ . Кривая *1* на диаграмме (см. рисунок 3, а) отличается тем, что в силовой системе доминируют процессы упрочнения [ $\phi_{\sigma}(\tau_W) > 1$ ,  $\phi_{\tau}(\sigma) > 1$ ]. Заметим, что для указанной зависимости характерным является то, что  $\Lambda_{\sigma/\tau} \leq 1 =$  var во всем диапазоне  $0 \leq \tau_W \leq \tau_e$ изменения фрикционных  $\tau_w$  и во всем диапазоне  $0 \le \sigma \le \sigma_{-1}$ изменения объемных  $\sigma$  напряжений, а связь  $\Lambda_{\sigma/\tau}$  ( $\rho$ ) в двойных логарифмических координатах (см. рисунок 3, б) представляет собой экспоненциальную функцию с одним минимумом (при  $\overline{\rho} = \rho_{\kappa} = 1$ ); при этом  $\Lambda_{\sigma/\tau} = 1$ , когда  $\overline{\rho} = 0$  или  $\overline{\rho} = \infty$ . Кривая 2 на диаграмме (см. рисунок 3, а) характеризует ИУП таких силовых систем и условий их эксплуатации, для которых процессы упрочнения  $[\phi_{\sigma}(\tau_W) > 1, \phi_{\tau}(\sigma) > 1]$  превалируют на одном участке заданного интервала изменения  $\sigma$  или  $\tau_w$ , а процессы разупрочнения  $[\phi_{\sigma}(\tau_W) < 1, \phi_{\tau}(\sigma) < 1]$  – на другом. В приведенном примере первые имеют место при увеличении  $\tau_W$  от 0 до ~0,45 $\tau_f$  и  $\sigma$  от 0 до ~0,45 $\sigma_{-1}$ . Можно также отметить, что для рассматриваемого случая связь  $\Lambda_{\sigma/\tau}$  ( $\overline{\rho}$ ) (см. рисунок 3, б) представляет собой сложную экспоненциальную функцию с одним максимумом (при  $\overline{\rho} = \overline{\rho}_{\kappa} = 1$ ) и двумя минимумами, соответствующими максимально возможным значениям тах  $\sigma_{-1\tau}$ и тах  $\tau_{f\sigma}$  предельных напряжений. Величина  $\Lambda_{\sigma/\tau} \leq 1$  во всем заданном диапазоне изменения напряжений, причем  $\Lambda_{\sigma/\tau} = 1,0$  при  $\overline{\rho} = 0$  и  $\overline{\rho} = \infty$ .



Рисунок 3 – Схемы: a – пяти типов (1–5) возможных диаграмм предельных состояний силовых систем;  $\delta$  – соответствующих пяти типов (1–5) зависимостей  $\Lambda_{\sigma/\tau}$  ( $\overline{\rho}$ )

Линии 3–5 отвечают тем силовым системам и условиям их эксплуатации, в которых во всем диапазоне изменения напряжений пределы фрикционно-механической выносливости  $\sigma_{-1\tau}$  и  $\tau_{f\sigma}$  снижаются, т. е.  $\phi_{\sigma}(\tau_W) < 1$ ,  $\phi_{\tau}(\sigma) < 1$ , а процессы разупрочнения при ИУП преобладают.

Для кривой 3 на диаграмме значения функций

$$\varphi_{\sigma}(\tau_w) = \sqrt{1 - \frac{\tau_w^2}{\tau_f^2}}, \quad \varphi_{\tau}(\sigma) = \sqrt{1 - \frac{\sigma^2}{\sigma_{-1}^2}}$$

т. е.  $\Lambda_{\sigma/\tau} = 1,0 = \text{сопst в заданных диапазонах изменения }$  $<math>\tau_W$  и  $\sigma$ . В этом случае ИУП в системе обусловлено независимым совместным действием сил трения и циклических (объемных) напряжений. Поэтому связь между  $\Lambda_{\sigma/\tau}$ и  $\overline{\rho}$  отсутствует. Кривая 5 на рисунке 3, *а* характеризует высокую степень разупрочнения силовой системы при ИУП, – имеет место резкое снижение предельных напряжений  $\sigma_{-1\tau}$  и  $\tau_{/\sigma}$  по мере увеличения соответственно  $\tau_W$  и  $\sigma$ . Поэтому зависимость  $\Lambda_{\sigma/\tau}(\overline{\rho})$ , ей соответствующая (кривая 5 на рисунке 3,  $\delta$ ), описывается функцией, обратной зависимости  $\Lambda_{\sigma/\tau}(\overline{\rho})$  для силовых систем, в которых имеют место процессы упрочнения (см. кривая *I* на рисунке 3). Аналогичной функцией описывается и связь  $\Lambda_{\sigma/\tau}$  ( $\overline{\rho}$ ) для систем с обратно пропорциональной линейной зависимостью *4* на диаграмме (см. рисунок 3, *a*); для нее также имеет место  $\Lambda_{\sigma/\tau} \ge 1 = \text{var}$  при  $0 \le \tau_W \le \tau_f$  и  $0 \le \sigma \le \sigma_{-1}$  (см. рисунок 3,  $\delta$ ).

Рассмотрим один из частных случаев критерия (5) – изотермическую механическую усталость. Из (8) следует формула (23), которую представим так:

$$\lg \sigma_{-1} = \frac{1}{2} \lg C_T; \ C_T = \frac{U_0 / \Lambda_{T/M} - a_T T}{a_{\sigma}}.$$
 (30)

Согласно (30), зависимость предельных напряжений от параметра термосилового сопротивления  $C_T$  в двойных логарифмических координатах должна быть прямой линией с угловым коэффициентом 1/2. На рисунках 4, 5 дано убедительное подтверждение этой зависимости для различных классов материалов, испытанных в различных условиях.



Рисунок 4 – Зависимость пределов выносливости материалов разных классов от параметра C<sub>T</sub>



Рисунок 5 – Зависимость пределов выносливости (*a*) и пределов прочности (*б*) некоторых материалов от параметра *C*<sub>T</sub>

Таким образом, разработаны основы энергетической теории многокритериальных предельных состояний силовых систем. Предложен комплексный энергетический критерий предельного состояния силовых систем в зависимости от температуры, уровня контактных и внеконтактных напряжений, коррозии, который учитывает взаимодействие повреждающих частей механической и тепловой энергий и предполагает, что на разрушение затрачивается лишь часть подводимой к силовой системе энергии.

### Список литературы

1 Циклические деформации и усталость металлов. В 2 т. / В. Т. Трощенко [и др.] / под ред. В. Т. Трощенко. – Киев : Наукова думка, 1985. – Т.1. – 224 с.

2 Механика малоциклового разрушения / Н. А. Махутов [и др.]. – М. : Наука, 1986. – 264 с.

3 **Иванова, В. С.** Усталостное разрушение металлов / В. С. Иванова. – М. : Металлургия, 1963. – 272 с.

4 Сопротивление материалов деформированию и разрушению : справ. пособие : в 2 ч. / В. Т. Трощенко [и др.] / под ред. В. Т. Трощенко. – Киев : Наукова думка, 1993. – Ч. 1. – 288 с. ; Ч. 2. – 701 с.

5 **Федоров, В. В.** Термодинамические аспекты прочности и разрушения твердых тел / В. В. Федоров. – Ташкент : ФАН, 1979. – 168 с.

6 Fleischer, G. Energetische methode der restimming des verschleibes / G. Fleischer. – Schmierungstechnic, Bd. 4, 1973. – P. 9.

7 Дубинин, А. Д. Энергетика трения и износа деталей машин / А. Д. Дубинин. – Киев : Машгиз, 1963. – 150 с.

8 Регель, В. Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / В. Р. Регель, А. И. Слуцкер, Э. Е. Томашевский. – М. : Наука, 1974. – 560 с.

9 **Польцер, Г.** Основы трения и изнашивания / Г. Польцер, Ф. Мейсснер. – М. : Машиностроение, 1984. – 263 с.

10 **Чихос, Х.** Системный анализ в трибонике / Х. Чихос. – М. : Мир, 1982. – 351 с.

11 Сосновский, Л. А. В. К построению кинетической теории накопления износоусталостных повреждений / Л. А. Сосновский, А. В. Богданович // Тез. докл. II Междунар. симп. по трибофатике (ISTF 1996), Москва, 15–17 окт. 1996 г. / ред. : В. А. Андрияшин [и др.]. – Москва – Гомель : НПО «ТРИ-БОФАТИКА» – «СПАС». – С. 12–13.

12 **Sosnovskiy, L. A.** Kinetics of Wear-Fatigue Damage and Its Prediction / L. A. Sosnovskiy, A. V. Bogdanovich // Proceedings of the World Tribology Congress (London, Sept. 8–12, 1997). – London, 1997. – P. 568.

13 Богданович, А. В. Энергетический критерий термосилового разрушения / А. В. Богданович // Оценка и обоснование продления ресурса элементов конструкций : тр. Междунар. конф., Киев, Украина, 6–9 июня 2000 г. / под ред. В. Т. Трощенко. – Киев : ИПП НАН Украины, 2000. – С. 345–350.

14 **Bogdanovich, A. V.** Energetic Theory of Wear-Fatigue / A. V. Bogdanovich // Proc. of the III International Symposium on Tribo-Fatigue (ISTF 2000), Beijing, China, Oct. 22–26, 2000. – Beijing : Hunan University Press, 2000. – P. 164–170.

15 Трибофатика-98/99 : ежегодник / под общ. ред. Л. А. Сосновского // Теория накопления износоусталостных повреждений / под ред. Н. А. Махутова / Л. А. Сосновский, А. В. Богданович. – Гомель : НПО «ТРИБОФАТИКА», 2000. – 60 с.

16 Износоусталостные повреждения и их прогнозирование (трибофатика) / Л. А. Сосновский [и др.]; под науч. ред. Л. А. Сосновского. – Гомель – Киев – Москва – Ухань, 2001. – 170 с.

17 Сосновский, Л. А. Анализ предельных состояний по критериям износоусталостного повреждения / Л. А. Сосновский, Н. А. Махутов, А. В. Богданович // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2002. – № 6. – С. 42–46.

18 Богданович, А. В. Критерий предельного состояния силовых систем и его анализ / А. В. Богданович // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2004. – № 4. – С. 46–51.

19 **Sosnovskiy, L. A.** Theory of the Limiting States of Active Systems / L. A. Sosnovskiy, A. V. Bogdanovich // Proceedings of the World Tribology Congress III (Washington, Sept. 12–16, 2005). – Washington, 2005. – 2 p.

20 **Щербаков, С. С.** Механика трибофатических систем / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский. – Минск : БГУ, 2010. – 407 с.

21 **Журков, С. Н.** Дилатонный механизм прочности твердых тел / С. Н. Журков // Физика прочности и пластичности. – Л. : Наука, 1986. – С. 5–11.

22 **Черепанов, Г. П.** Механика разрушения и кинетическая теория прочности / Г. П. Черепанов // Проблемы прочности. – 1989. – № 11. – С. 3–8.

23 Сопоставление энергий активации процессов термодеструкции и механического разрушения полимеров / А.В.Амелин [и др.] // Физика твердого тела. – 1970. – Вып. 9. – № 12. – С. 2528–2534. 24 Сопоставление энергий активации процессов термодеструкции и механических разрушений для полимеров / А. В. Амелин [и др.] // Физика твердого тела. – 1971. – № 13. – С. 2726–2731.

25 Амелин, А. Ф. Сопоставление энергий активации процессов термодеструкции и механических разрушений полиметилметакрилата / А. Ф. Амелин, О. Ф. Поздняков, В. Р. Регель // Механика полимеров. – 1968. – № 3. – С. 467–473.

26 **Журков, С. Н.** Кинетическая концепция прочности твердых тел / С. Н. Журков // Вестн. АН СССР. – 1968. – № 3. – С. 46–52.

27 Бартенев, Г. М. Прочность и механизм разрушения полимеров / Г. М. Бартенев. – М. : Химия, 1984. – 280 с.

### Получено 21.02.2016

A. V. Bogdanovich, N. A. Makhutov. Theory of multicriteria limit states of active systems.

The fundamentals of the theory of energy multicriteria limit states of active systems. A complex energy criterion limiting state active systems, depending on the temperature, the level of contact and non-contact stress corrosion, which takes into account the interaction of damaging parts of the mechanical and thermal energy, and suggests that the destruction of spent only a fraction of energy supplied to the active system.