

УДК 539.3

*С. С. ЩЕРБАКОВ, доктор физико-математических наук, Белорусский государственный университет, Минск, Л. А. СОСНОВСКИЙ, доктор технических наук, Белорусский государственный университет транспорта, Гомель*

## НОВАЯ МОДЕЛЬ ИЗНОСА

Традиционные модели износа и их модификации основаны на прямой зависимости износа от контактной нагрузки, поверхностной твердости, пути скольжения, шероховатости, коэффициентом износа и т.п. Аналогом подобного подхода в сопротивлении материалов был бы анализ предельного состояния по величинам действующих нагрузок, а не по напряжениям – реакции материала на нагружение, характеризующей его несущую способность. Трибофатическая концепция опасных объемов позволяет провести интегральную оценку объемной повреждаемости систем взаимодействующих деформируемых тел на макро- и микроуровнях. Она учитывает условия статического и динамического нагружения для различных граничных условий, включая контактные, а также разнообразные геометрические характеристики, механические и эксплуатационные свойства тел. На основе модели трибофатической объемной повреждаемости сформулирована новая обобщенная модель износа. Она включает оценку трехмерного напряженно-деформированного состояния и объемной повреждаемости в окрестности поверхности контакта. Данная модель позволяет учесть не только параметры контактного взаимодействия, но и дополнительное влияние неконтактного изгиба или растяжения-сжатия.

**Введение.** Современная механика содержит ряд дисциплин со специальной методологией, позволяющей проводить оценку повреждаемости и разрушения деформируемых твердых тел и технических систем.

На рисунке 1 представлена краткая схема связей данных дисциплин и изучаемых ими объектов и явлений. Ядро каждой методологии – набор основных математических моделей. Так, при изучении явлений прочности и усталости пользуются моделью тела с опасной точкой из сопротивления материалов, проверяя соотношение максимальных действующих напряжений и допускаемых. При изучении распространения трещин пользуются методологией механики разрушения, оценивая коэффициент интенсивности напряжений или энергию разрушения в вершине трещины.

Пара трущихся тел и их износ представляют собой особые объект и повреждающее явление, изучаемые в трибологии [1–4]. Большинство часто применяемых моделей износа (Арчарда, Шпехта, ВНИИЖТ) и их модификаций основаны на прямой связи объема (глубины) износа с контактной силой, показателем твердости поверхности, путем скольжения, поверхностной шероховатостью, коэффициентом износа, определяемым экспериментально.

Данная связь между нагрузкой, механическими свойствами материалов, геометрическими характеристиками и повреждением представляется весьма упрощенной моделью износа. Аналогом подобного подхода в сопротивлении материалов был бы анализ предельного состояния по величинам действующих нагрузок, а не по напряжениям, т.е. по реакции материала на нагрузку, характеризующей его несущую способность.

В результате многочисленных износоусталостных испытаний, проведенных в рамках исследований по трибофатике, была установлена устойчивая связь между характеристиками трения и износа и трехмерного напряженно-деформированного состояния в объемной окрестности поверхности контакта, сформированного

под влиянием неконтактных сил при изгибе или растяжении-сжатии хотя бы одного из тел пары трения [5–7]. Изменение характеристик трения и износа за счет действия неконтактных сил может достигать 50 %. В то же время указанные выше модели износа, использующие только граничные условия контакта и некоторые поверхностные свойства тел, не учитывают влияние неконтактных нагрузок.

В трибофатике для исследования процессов повреждаемости, оценки вероятности трещинообразования и разрушения технических систем в местах концентрации напряжений было введено понятие деформируемого твердого тела с опасным объемом [5–13]. Под опасным объемом понимается вероятностная по своей природе характеристика повреждаемости в пространственной области ограниченных размеров деформируемого тела или системы тел с критическим уровнем напряжений. Были разработаны механико-математические модели объемной повреждаемости как для одноосного напряженного состояния, так и системы взаимодействующих тел при трехосном напряженно-деформированном состоянии.

Таким образом, методология трибофатики позволила приступить к созданию новой более полной модели износа, базирующейся на оценке несущей способности материала: трехмерном напряженно-деформированном состоянии и объемной повреждаемости в окрестности поверхности контакта. Подобная модель призвана учесть не только параметры контактного взаимодействия, но и дополнительное влияние неконтактного изгиба или растяжения-сжатия.

**Опасный объём и повреждаемость.** В соответствии со статистической моделью деформируемого твердого тела с опасным объемом состояние системы в некоторой точке может оцениваться как предельное при достижении (в том числе одновременном) некоторыми механическими параметрами своих предельных значений [5–7].

Опасные объемы представляет собой трехмерные области твердого тела, в которых напряжения достигают повреждающего уровня. По сути, опасные объемы

являются нелокальной, в сравнении с опасной точкой, характеристикой распределения физико-механических свойств, определяемой структурой материала.

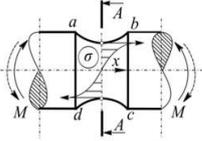
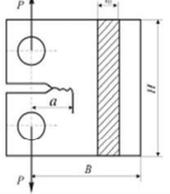
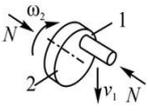
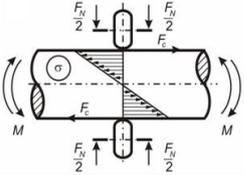
Явления, процессы, свойства	Расчетная схема	Методология дисциплины	Основная модель
<b>Прочность и усталость</b>		<b>Сопротивление материалов II</b>	$\sigma \leq [\sigma]$
<b>Трещинообразование</b>		<b>Механика разрушения</b>	$K_I = \frac{Q}{h_0 \sqrt{B}} Y_I(l/B)$
<b>Трение и износ</b>		<b>Трибология</b>	$I = \frac{k \cdot P \cdot l}{H}$
<b>Взаимодействие усталости, трения и износа</b>		<b>Трибофатика</b>	$V_q = \iiint_{\sigma_q / \sigma_q^{lim} \geq 1} dV$

Рисунок 1 – Некоторые подходы к оценке повреждения и разрушения

Рассмотрим механический параметр  $\phi$ , конкретизациями которого являются тензоры напряжений  $\sigma$ , деформаций  $\epsilon$ , а также потенциальная энергия деформации  $U$ .

В общем случае для анизотропного деформируемого твердого тела при действии на механическую систему предельной нагрузки  $F_{*lim}$  предельное значение механического параметра  $\phi$  может быть определено как экстремальное (например, минимум при сжатии и максимум при растяжении) значение его пространственного распределения в системе:

$$\phi_q^{(\pm *lim)} = \text{extr}_{dV} [\phi_q(F_{*lim}, dV)], \quad (1)$$

где  $dV$  – элементарный объем нагруженного тела;  $q = \{ij, i, \text{int}, n, \tau, U, U^{eff}, S, \frac{D}{ij}, eqv\}$ ;  $ij$  – компоненты тензора напряжений;  $i$  – главные компоненты тензора напряжений;  $\text{int}$  – интенсивность напряжений;  $n$  – нормальные напряжения;  $\tau$  – касательные напряжения;  $U$  – энергия деформации;  $U^{eff}$  – эффективная энергия деформации;  $S$  и  $\frac{D}{ij}$  – шаровая и девиаторная части тензора напряжений;  $eqv$  – эквивалентные напряжения, рассчитанные в соответствии с некоторой теорией прочности:

$$\text{extr}(y) = \begin{cases} \max(y) & \text{при } y \geq 0, \\ \min(y) & \text{при } y < 0. \end{cases}$$

Если рассмотреть механический параметр  $\phi$  в каждом элементарном объеме  $dV$  тела, то в общем случае для описания изменения величины действующих  $\phi$  по сравнению с величиной предельных можно ввести тензоры (матрицы) относительных повреждающих

механических параметров (компонентные, главные, октаэдрические, энергетические и т.д.):

$$\Psi_q = \phi_q / \phi_q^{(*lim)}, \quad (2)$$

где  $\Psi_q$ , вообще говоря, имеют вероятностную природу, поскольку в условиях прочности как действующие  $\phi_q$ , так и предельные значения механического параметра  $\phi_q^{(\pm *lim)}$  являются случайными величинами с соответствующими плотностями распределения.

В отличие от изученного одноосного напряженного состояния [5, 6] определение опасных объемов для трехосного напряженно-деформированного состояния является значительно более сложным. Критериальные условия для ограничения опасных объемов и формула для расчета их величин в последнем случае имеют вид [5, 7]

$$V_q = \{dV / \Psi_q \geq 1, dV \subset V_k\},$$

$$V_q = \int_{\Psi_q \geq 1} dV, \quad (3)$$

где  $V_k$  – рабочий объем деформируемого твердого тела.

Соответствующие определение и расчетная формула для функции повреждаемости опасного объема будут следующими [5, 7]:

$$\Psi_q = \{ \Psi_q dV / \Psi_q \geq 1, dV \subset V_k \},$$

$$\Psi_q = \int_{\Psi_q \geq 1} \Psi_q dV. \quad (4)$$

В качестве относительной интегральной повреждаемости может быть использовано отношение опасного объема к рабочему:

$$\omega_q = V_q / V_k. \quad (5)$$

Простейшие функции накопления повреждаемости во времени для единицы объема и всего опасного объема будут соответственно иметь вид

$$d\Psi_q^{(t)} = \int_t \Psi_q(t) dt \text{ и } \Psi_q^{(V,t)} = \int_{\Psi_q \geq 1} \int_t \Psi_q(V,t) dt dV. \quad (6)$$

Для интегральной оценки повреждаемости могут быть использованы показатели средней по объему повреждаемости и ее изменения во времени:

$$\Psi_q^{(V_{av})} = \frac{1}{V_q} \int_{\Psi_q \geq 1} \Psi_q(V) dV,$$

$$\Psi_q^{(V_{av,t})} = \frac{1}{V_{ij}} \int_{\Psi_q \geq 1} \int_t \Psi_q(V,t) dt dV. \quad (7)$$

Функции (2)–(7) позволяют анализировать объемную повреждаемость систем в различных пространственных областях и во времени.

**Опасные объемы на макроуровне: система ролик / вал.** Рассмотрим в качестве примера применение опасных объемов для исследования трибофатической системы ролик / вал, на которую действуют контактная  $F_N$  и неконтактная  $F_b$  силы (рисунок 2). Данная модель используется при износоусталостных испытаниях на контактно-механическую усталость [5–10].

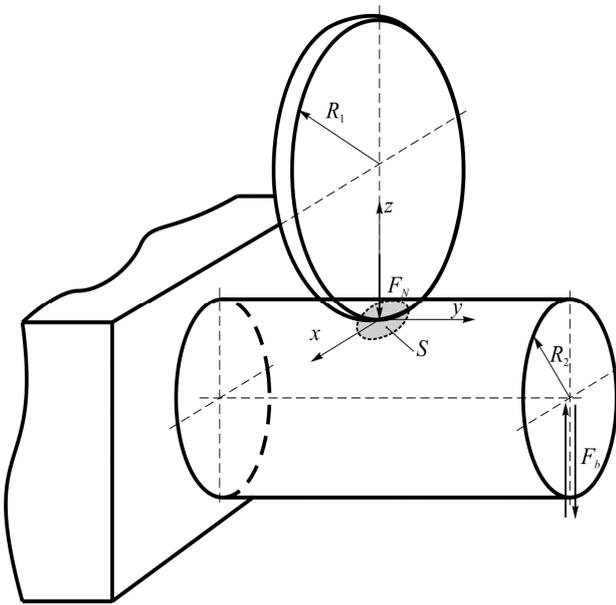


Рисунок 2 – Схема системы ролик / вал

Расчет опасных объемов проводился в соответствии с [5, 7] на основе предварительно рассчитанного трехмерного напряженно-деформированного состояния

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(n)} + \sigma_{ij}^{(\tau)} + \sigma_{ij}^{(b)}, \quad (8)$$

где  $\sigma_{ij}^{(n)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(\tau)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(b)}$  – напряжения, вызванные соответственно нормальной контактной, касательной контактной и неконтактной нагрузками.

Величина неконтактной нагрузки была принята равной  $F_b = 0,4 p_0 \frac{4(1+\nu)J}{lr}$  при длине вала  $l = 10a$ , соотношении большей и меньшей полуосей эллипса контакта  $a/b = 0,5$ , и коэффициенте Пуассона  $\nu = 0,25$ . При расчете опасных объемов, представленных на рисунках 3 и 4 для максимального контактного давления  $p_0$  принимались следующие значения неконтактных нагрузок:

– при изгибе вала –

$$F_b = 0,22 p_0 \frac{4(1+\nu)J}{lr}, \quad (9)$$

и, следовательно,

$$\sigma_{xx}^{(b1,max)} = \sigma_{xx}^{(b1)}(c,0,r) = \pm 0,154 p_0,$$

$$\sigma_{xz}^{(b1,max)} = \sigma_{xz}^{(b1)}(c,0,0) = \pm 0,057 p_0;$$

– при растяжении – сжатии вала –

$$\sigma_{xx}^{(b2)} = \pm 0,154 p_0, \quad (10)$$

где  $c = 3a$  – положение центра контактной области на вале;  $r = 1,5a$  – радиус вала, площадки контакта.

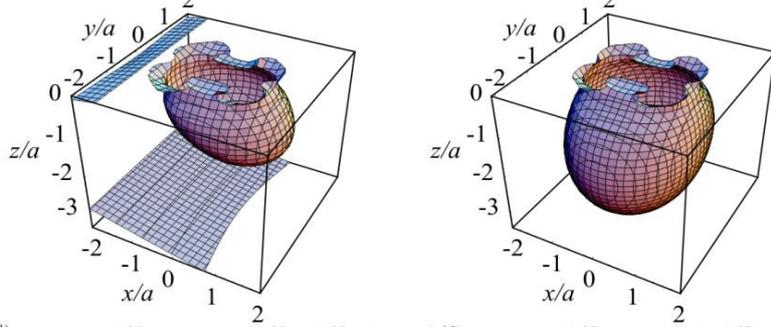
В области растяжения при изгибе октаэдрический опасный объем  $V_{int}^{(n+b1)}$  больше  $V_{int}^{(n)}$  примерно в 2 раза, а при чистом растяжении  $V_{int}^{(n+b2)}$  больше  $V_{int}^{(n)}$  примерно в 4,6 раза (см. рисунок 3). В то же время в области сжатия при изгибе  $V_{int}^{(n-b1)}$  больше  $V_{int}^{(n)}$  также примерно в 2 раза (если учитывать только часть опасного объема в окрестности контакта), а при чистом сжатии  $V_{int}^{(n-b2)}$  больше  $V_{int}^{(n)}$  примерно в 1,7 раза. Опасные объемы при изгибе  $V_{int}^{(n+b1)}$  и  $V_{int}^{(n-b1)}$ , по сути, отличаются лишь формой выпуклости за счет разного знака напряжений  $\sigma_{xz}^{(b1)}$  при изгибе.

Из рисунков 3 и 4 видно, что  $V_{int}$  и  $\Psi_{int}$ , рассчитанные для неконтактных напряжений, заданных нагрузками (9) и (10), увеличиваются как в зоне сжатия, так и в зоне растяжения. Такая зависимость опасного объема  $V_{int}$  и повреждаемости  $\Psi_{int}$  от неконтактной нагрузки обусловлена неотрицательностью функционала  $\sigma_{int}$ .

Следует отметить, что описанные зависимости проявляются более явно для случая растяжения-сжатия. Из рисунка 4 хорошо видно, что графики  $V_{int}^{(n+b2)}$ ,  $\Psi_{int}^{(n+b2)}$  несимметричны относительно оси ординат и минимумы  $V_{int}^{(n+b2)}$ ,  $\Psi_{int}^{(n+b2)}$  находятся в области сжатия, обусловленного неконтактным нагружением.

Общий вывод из анализа рисунков 3 и 4 состоит в том, что именно опасные объемы, а не традиционные параметры контактного взаимодействия, позволяют учесть значительное влияние неконтактного нагружения на повреждаемость пространственной окрестности поверхности контакта.

$$V_{int}^{(n+b1)} = 9,57 a^3; \Psi_{int}^{(n+b1)} = 13,9 a^3; \Psi_{int}^{(n+b1)} / V_{int}^{(n+b1)} = 1,46 V_{int}^{(n+b2)} = 19,1 a^3; \Psi_{int}^{(n+b2)} = 25,5 a^3; \Psi_{int}^{(n+b2)} / V_{int}^{(n+b2)} = 1,34$$



$$V_{int}^{(n-b1)} = 14,1 a^3; \Psi_{int}^{(n-b1)} = 18,3 a^3; \Psi_{int}^{(n-b1)} / V_{int}^{(n-b1)} = 1,30 V_{int}^{(n-b2)} = 7,24 a^3; \Psi_{int}^{(n-b2)} = 10,18 a^3; \Psi_{int}^{(n-b2)} / V_{int}^{(n-b2)} = 1,4$$

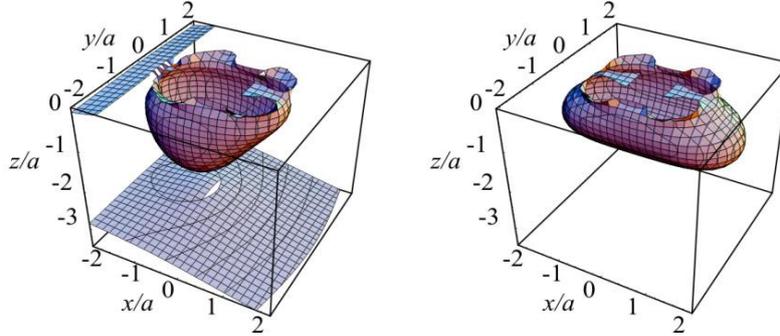


Рисунок 3 – Опасные объемы  $V_{int}^{(n)}$ ,  $V_{int}^{(n+b)}$ ,  $V_{int}^{(n-b)}$  и их характеристики повреждаемости

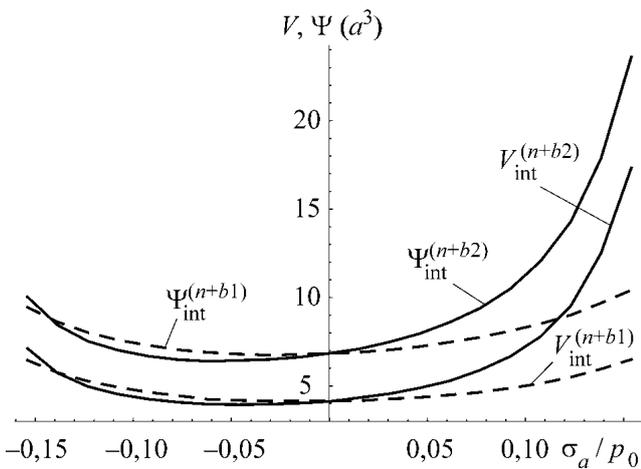


Рисунок 4 – Изменение величин октаэдрических опасного объема и повреждаемости в окрестности контактного взаимодействия в зависимости от уровня неконтактных напряжений

**Опасные объёмы на микроуровне: распространение трещиноподобного повреждения.** В случае системы ролик / вал опасные объёмы рассматривались как области деформируемых макроразмерных тел, в которых с некоторой вероятностью возможно появление повреждений.

Однако методология деформируемого твердого тела с опасным объемом может быть использована и на меньшем масштабном уровне при появлении конкретных трещиноподобных повреждений.

Рассмотрим применение опасных объемов для моделирования развития трещиноподобного повреждения в компактном образце для исследований характеристик трещиностойкости в окрестности его вершины (рисунок 5) [12, 13].

Особенностью конечно-элементного разбиения модели (рисунок 6) является увеличение его плотности в направлении развития повреждения. Конечно-элементное моделирование дает возможность рассчитать напряженно-деформированное состояние и состояние объемной (поверхностной) повреждаемости в соответствии с (2), (3) в окрестности распространяющегося трещиноподобного повреждения, что позволяет дать оценку характеристик трещиностойкости для компактных образцов. В двумерной постановке, опасный объем  $V$  принимает вид опасной площади  $S$ .

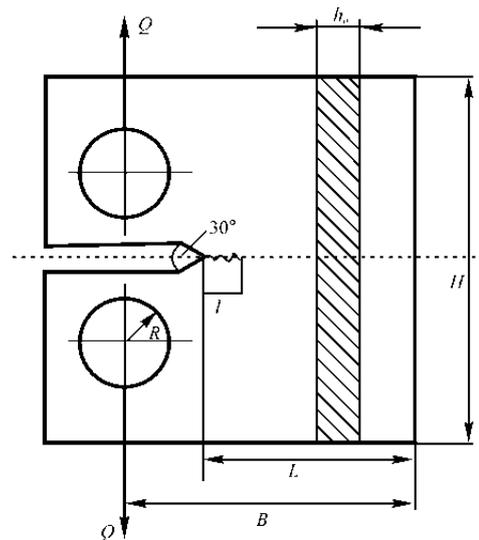


Рисунок 5 – Компактный образец с трещиной

Для расчета были приняты следующие размеры плоского образца, представленного на рисунке 5:

$B = 0,05$  м;  $H = 0,06$  м;  $L = 0,04$  м;  $R = 0,00625$  м;  $Q = 20000$  Н; где  $h_0, B$  – размеры образца;  $l$  – длина трещины; отсчитываемая от линии действия нагрузки  $Q$  (см. рисунок 5); модуль упругости  $E=2 \cdot 10^{11}$  Па; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ .

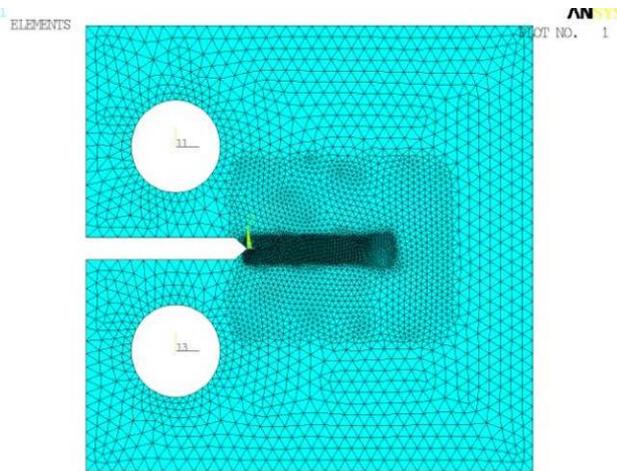


Рисунок 6 – Конечно-элементная сетка для образца с трещиной

Сложное напряженное состояние в окрестности трещиноподобного повреждения может быть описано эквивалентными напряжениями в соответствии с четырьмя основными теориями прочности:

$$\begin{aligned} \sigma_I &= \sigma_1 \leq \sigma_I^{\text{lim}}, \\ \sigma_{II} &= \varepsilon_1 E \leq \sigma_{II}^{\text{lim}}, \\ \sigma_{III} &= \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{III}^{\text{lim}}, \\ \sigma_{IV} &= \sigma_{\text{int}} \leq \sigma_{IV}^{\text{lim}}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $E$  – модуль упругости.

Для описания изменения величины действующих напряжений по сравнению с величиной предельных был использован показатель повреждаемости (2), в котором  $q = I, II, III, IV$ . Предельное значение эквивалентных напряжений для материала исследуемой модели было выбрано равным  $\sigma_q^{\text{lim}} = 600$  МПа.

Моделирование развития трещиноподобного повреждения также основывалось на модели деформированного твердого тела с опасным объемом. Для реализации расчета опасных объемов в соответствии с формулами (2), (3) была создана программа с помощью встроенного в ANSYS языка APDL. Суть предлагаемого подхода заключается в том, что после проведения расчета для  $i$ -го конечного элемента имеются значения средних напряжений и деформаций. Эти значения переносятся в массив, который используется в дальнейших вычислениях значений повреждаемости, как отношений действующих и предельных напряжений:

$$\psi^i = \sigma^i / \sigma^{\text{lim}}. \quad (12)$$

Величины объемов элементов, для которых выполняется условие

$$\psi^i \geq 1, \quad (13)$$

суммируются для получения значения опасного объема  $V$  для всей расчетной модели. Результатом работы программы является массив конечных элементов, составляющих опасный объем и его значение.

Развитие трещиноподобного повреждения, показанное на рисунке 7, моделируется удалением данного массива из конечно-элементной модели на текущем шаге по времени. На следующем шаге последовательный расчет напряженно-деформированного состояния, состояния поврежденности и опасных объемов производится для модифицированной конечно-элементной модели (с увеличенной длиной повреждения) [12, 13].

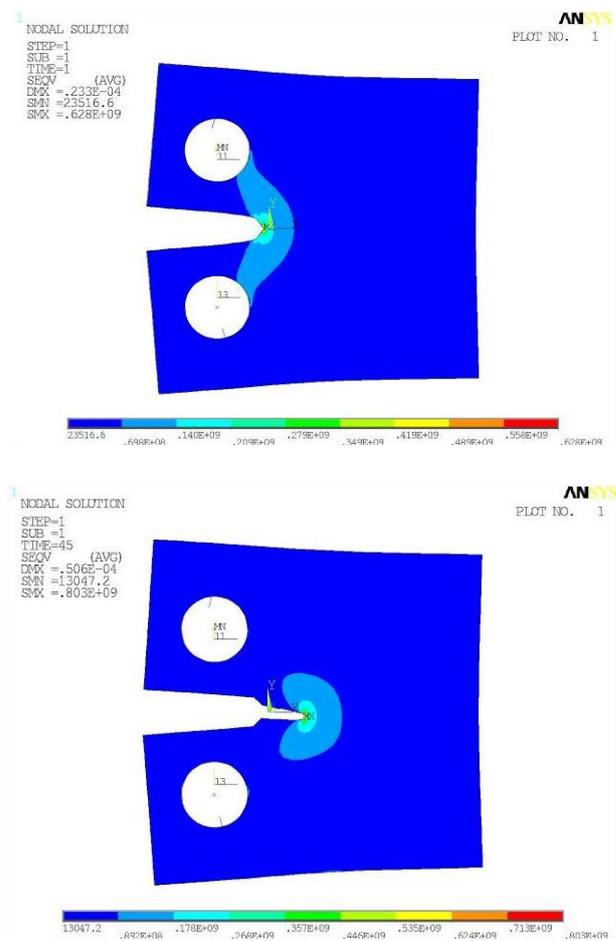


Рисунок 7 – Интенсивность напряжений в стальном образце на 1 (сверху) и 45 (снизу) шаге нагружения

На рисунках 8–10 показаны изменения максимальных нормальных напряжений  $\sigma_y$ , перпендикулярных к траектории трещиноподобного повреждения, опасной площади, определяемой по формуле (4), и коэффициента интенсивности напряжений в зависимости от длины повреждения для трех значений силы  $Q$ . Из данных рисунков видно, что с ростом длины повреждения увели-

чиваются характеристики трещиноподобного повреждения: величина опасной площади, нормальные напряжения и коэффициент интенсивности для рассматриваемых нагрузок.

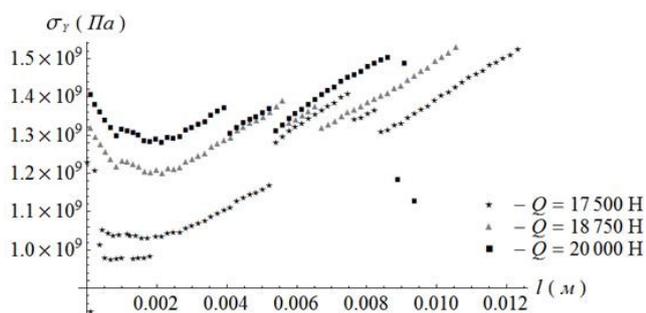


Рисунок 8 – Зависимость напряжений  $\sigma_y$  от длины трещиноподобного повреждения

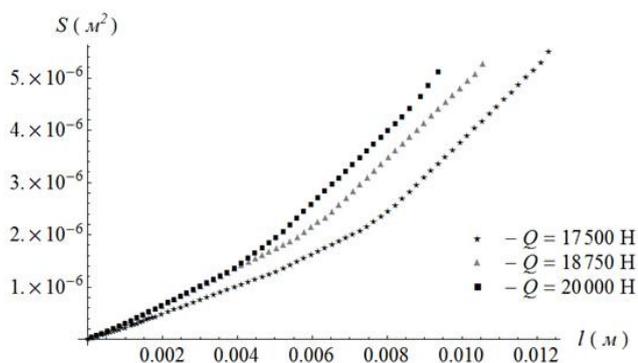


Рисунок 9 – Зависимость опасной площади от длины трещиноподобного повреждения

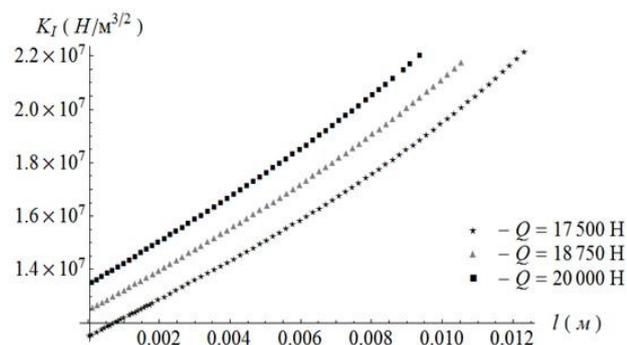


Рисунок 10 – Зависимость коэффициента интенсивности напряжений от длины трещиноподобного повреждения

**Опасные объёмы при динамическом нагружении: режущий инструмент сельскохозяйственного комбайна.** Особое значение интегральная оценка повреждаемости приобретает при анализе динамически нагруженных систем, работающих в условиях нестационарной интерференции волн напряжений. Одной из таких систем является режущий инструмент сельскохозяйственного комбайна (рисунок 11).

Применительно к данной системе на ОАО «Гомсельмаш» проводилось замещение импортных стальных ножей и противорежущего бруса на изготовленные из чугуна марки ВЧТГ (новый конструкционный материал Моника), обладающего высокими прочностными, пластическими и усталостными характеристиками [14].

Расчеты динамического напряженного состояния были проведены для временного интервала резания  $[3 \cdot 10^{-5}; 1,53 \cdot 10^{-3}]$  с. Основание, нож, прижим и болты движутся со скоростью  $\omega = 125,664$  рад/с, вращаясь вокруг центра режущего барабана. Зеленая масса и противорежущий брус находятся в условиях жесткой сцепки. Усилие затяжки болтовых соединений  $F_N$  равно 60 кН для каждого болта. Свойства материалов системы и коэффициенты трения между ее элементами приведены в работах [15, 16].

Проведенные расчеты показали, что традиционный прочностной и усталостный анализ напряженного состояния по его максимальным значениям затруднителен [16].

Например, из рисунка 12 видно, что для системы со стальным противорежущим брусом и ножом из Моника при зазоре 4 мм между ножом и брусом из-за сложного характера интерференции начальных и отраженных волн напряжений сложно установить точку с наибольшими напряжениями. Однако наблюдаются пространственные области с высоким уровнем напряжений, которые меняют свою форму и положение во времени.

С другой стороны, анализ изменения опасных объемов и интегральной повреждаемости позволил сделать ряд значимых качественных и количественных заключений. Например, из рисунков 13 и 14 видно, что повреждаемость, определяемая величиной опасного объема  $V_{IV}$ , рассчитанного для эквивалентных напряжений  $\sigma_{IV}$  в соответствии с (11), уменьшается за время цикла резания. Также видно, что наибольший  $V_{IV}$  образуется в момент начального удара при резании и в конечный момент, когда процесс резко обрывается.

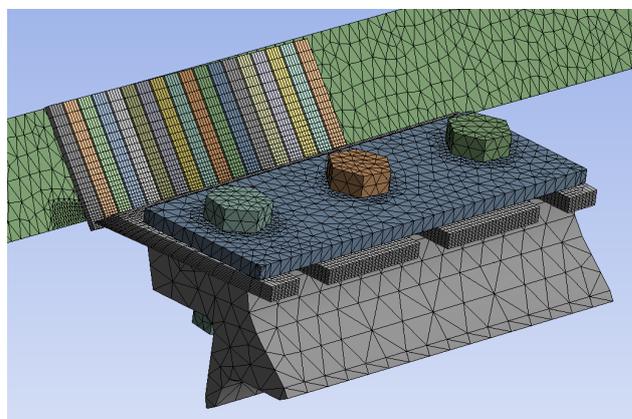


Рисунок 11 – Конечноэлементная модель системы противорежущий брус / нож / прижим / основание / болты режущего барабана с многоэлементной зеленой массой

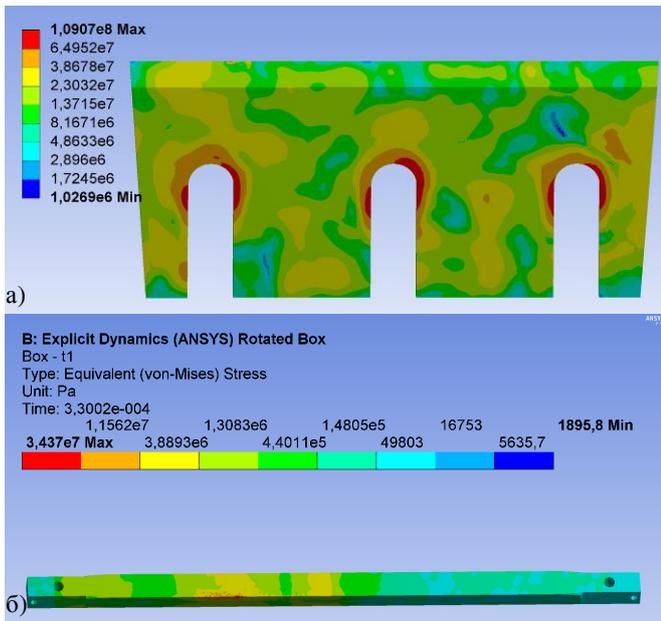


Рисунок 12 – Распределения интенсивности напряжений в ноже (а) и противорежущем бруске (б) в некоторый момент времени

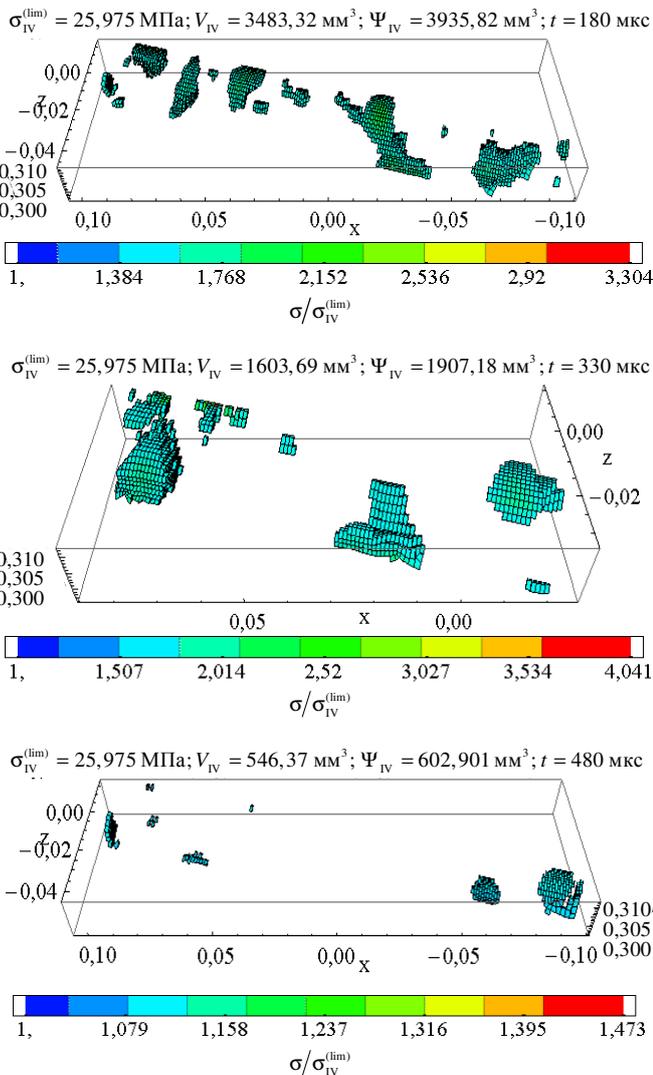


Рисунок 13 – Опасный объем  $V_{IV}$  в ноже для различных моментов времени

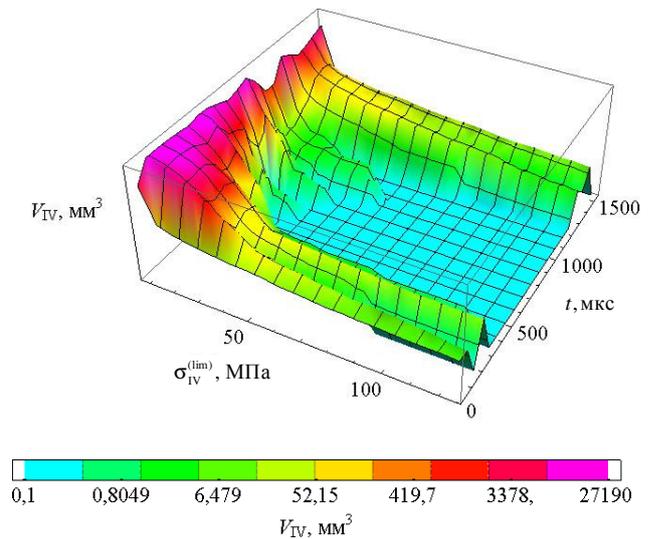


Рисунок 14 – Опасный объем  $V_{IV}$  в ноже для различных предельных напряжений и моментов времени

**Трибофатическая модель износа.** Продемонстрированные примеры применения трибофатической модели объемной повреждаемости свидетельствуют о ее высокой эффективности и универсальности. Действительно, данная модель учитывает всё разнообразие граничных условий, геометрических характеристик, механических и эксплуатационных свойств деформируемых тел.

Обратимся теперь к задаче построения модели износа, основанной не на частной его связи с поверхностными характеристиками, что характерно для традиционных моделей [1–4], а фундаментальной зависимости износа и состояния объемной повреждаемости взаимодействующих тел. Для начала рассмотрим некоторые из основных моделей повреждаемости в терминах некоторого показателя механического состояния  $\phi$  (напряжений  $\sigma$ , деформаций  $\epsilon$  или энергии  $u$ ) состояния напряжений.

Соотношение действующего значения  $\phi$  и предельного  $\phi_{lim}$  по аналогии с (2) рассмотрим в виде

$$\Psi_{\phi}(t) = \frac{\phi(t)}{\phi_{lim}}. \quad (14)$$

Тогда накопление повреждаемости при переменном нагружении (Пальмгрен, Майнер) будет следующим [6, 17]:

$$0 \leq D_n = \sum_{j=1}^S \frac{n_j}{N_j(\phi)} \leq 1, \quad (15)$$

а также с учетом упрочнения-разупрочнения (Сосновский) [5, 6]

$$0 \leq D_n = \sum_{j=1}^S \left[ 1 - \left( 1 - \frac{n_j}{N_j(\phi)} \right)^m \right]^q \leq 1. \quad (16)$$

Для известного предела механической, контактной или фрикционной усталости  $\phi_{lim}$  как  $\Psi_{eqv}$ , так и  $D_n$  возрастают с ростом напряжений, в то время как количество циклов до разрушения  $N_j$  уменьшается (рисунки 15 и 16).

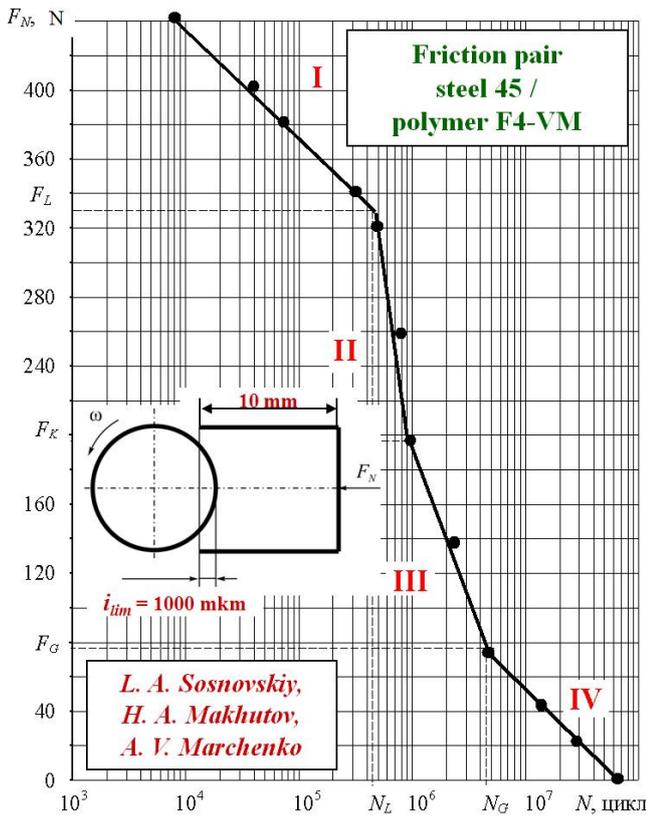


Рисунок 15 – Полная кривая фрикционной усталости

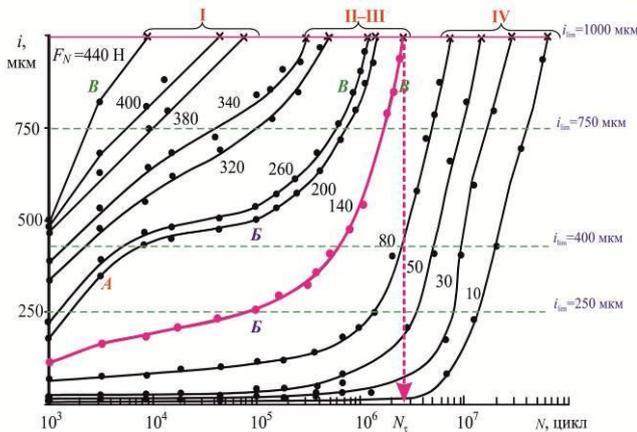


Рисунок 16 – Кинетические кривые накопления износа

Рассмотрим теперь по аналогии с (15), (16) обобщенную модель накопления повреждаемости за малый промежуток времени  $dt$  в элементарном объеме  $dV$ , в котором действующие эквивалентные напряжения превышают предельные, т.е. при  $\psi_\phi(t) \geq 1$ :

$$d\psi_t(\phi, t) = dD(\phi) = \frac{dt}{t_{lim}[\phi]}, \quad (17)$$

или

$$\begin{aligned} d\psi_t(\phi, t) &= \left[1 - (1 - dD(\phi))^m\right]^q = \\ &= \left[1 - \left(1 - \frac{dt}{t_{lim}[\phi]}\right)^m\right]^q, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $t_{lim}[\phi]$  – время до разрушения  $dV$ , зависящее от уровня действующих в  $dV$  напряжений.

Тогда накопление повреждаемости элементарного объема  $dV$  за конечное время  $t$  по аналогии с (15), (16) примет вид

$$0 \leq \psi_t(\phi, t) = \int_0^t d\psi_t(\phi, t) \leq 1. \quad (19)$$

Как и для моделей (15), (16), условие  $\psi_t(\phi, t) = 1$  означает наступление в  $dV$  предельного состояния (разрушения  $dV$ ).

При постоянных во времени напряжениях (амплитуде напряжений) накопленная интегральная повреждаемость опасного объема

$$V_\phi = \int_{\psi_\phi(dV) \geq 1} dV \quad (20)$$

будет следующей:

$$0 \leq \Psi_\phi(t) = \int_{\psi_\phi(dV) \geq 1} \int_0^t d\psi_t(\phi, V, t) dV \leq V_\phi. \quad (21)$$

Суть формулы (20) с учетом (21) заключается в том, что накопленная интегральная повреждаемость  $\Psi(t)$  становится равной опасному объему при достижении предельного состояния во всех его элементарных объемах  $dV$ , в которых  $\psi_\phi(dV) \geq 1$ .

При переменных во времени напряжениях (амплитуде напряжений) накопленная интегральная изменяющегося во времени опасного объема  $V(t)$

$$V_\phi(t) = \int_{\psi_t(\phi, dV, t) = 1} dV \quad (22)$$

будет следующей:

$$0 \leq \Psi_\phi(t) = \int_{\psi_t(\phi, dV, t) = 1} \int_0^t d\psi_t(\phi, V, t) dV \leq V_\phi(t). \quad (23)$$

Суть формулы (23) с учетом (19) заключается в том, что накопленная интегральная повреждаемость  $\Psi_\phi(t)$  к некоторому моменту времени становится равной опасному объему  $V_\phi(t)$  при предельном накоплении повреждаемости  $\psi_t(\phi, dV, t) = 1$  в его элементарных объемах  $dV$ .

Если в качестве показателя состояния системы  $\phi$  рассмотреть эффективную энергию [18] и соответствующую повреждаемость

$$0 < \psi_u^{eff} = u_\Sigma^{eff} / u_0, \quad (24)$$

то формулу (23) можно обобщить следующим образом:

$$0 \leq \Psi_u^{eff}(t) = \int_{\psi_t(u_\Sigma^{eff}, dV, t) = 1} \int_0^t d\psi_t(u_\Sigma^{eff}, V, t) dV \leq V_u^{eff}(t). \quad (25)$$

**Заключение.** Модель деформируемого твердого тела с опасным объёмом является универсальным и эффективным средством интегральной оценки объемной повреждаемости систем взаимодействующих деформируемых тел с разнообразными геометрическими характеристиками, механически-

ми и эксплуатационными свойствами на макро- и микроуровнях в условиях статического и динамического нагружений для различных граничных условий, включая контактные.

С помощью трибофатической концепции опасных объемов создана новая обобщенная модель износа, базирующаяся на нестационарных трехмерном напряженно-деформированном состоянии и объемной повреждаемости в окрестности поверхности контакта. Данная модель учитывает не только параметры контактного взаимодействия, но и сложное деформирование при дополнительном неконтактном изгибе или растяжении-сжатии.

#### Список литературы

- 1 **Archard, J. F.** Wear theory and mechanisms. Wear control handbook / J. F. Archard. – New York : ASME, 1980. – 80 p.
- 2 **Specht, W.** New particulars of Wear of Heavy Railway Carriage Wheels / W. Specht // *Glaser's Annalen*. – 1987. – V. 9. – P. 271–280.
- 3 **Джонсон, К.** Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
- 4 **Горячева, И. Г.** Контактные задачи в трибологии / И. Г. Горячева, М. Л. Добычин. – М. : Машиностроение, 1988. – 256 с.
- 5 **Сосновский, Л. А.** Механика износоусталостного повреждения / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2007. – 434 с.
- 6 **Сосновский, Л. А.** Основы трибофатики : в 2 т. / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2003. – Т. 1. – 246 с.; Т. 2. – 234 с.
- 7 **Щербаков, С. С.** Механика трибофатических систем / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский. – Минск : БГУ, 2011. – 407 с.
- 8 **Журавков, М. А.** Некоторые подходы к моделированию контактного взаимодействия движущихся деформируемых тел / М. А. Журавков, С. С. Щербаков // Доклады Национальной академии наук Беларуси. – 2012. – Т. 56. – № 1. – С. 113–123.
- 9 **Sherbakov, S. S.** Interaction of Several Bodies as Applied to Solving Tribo-Fatigue Problems / S. S. Sherbakov, M. A. Zhuravkov // *Acta Mechanica*. – 2013. – V. 224. – № 3. – P. 1541–1553.
- 10 **Щербаков, С. С.** Состояние объемной поврежденности трибофатической системы / С. С. Щербаков // Проблемы прочности. – 2013. – № 2. – С. 70–79.
- 11 **Щербаков, С. С.** Моделирование повреждаемости методом конечных элементов при одновременном действии контактных и неконтактных нагрузок / С. С. Щербаков // *Инженерно-физический журнал*. – 2012. – Т. 85. – № 4. – С. 437–441.
- 12 **Щербаков, С. С.** Развитие трещиноподобного повреждения и его характеристики / С. С. Щербаков, Л. А. Шемет // Теоретическая и прикладная механика : межвед. сб. науч.-метод. статей. – Вып. 29. – Минск : БНТУ, 2014. – С. 179–183.
- 13 Опасные объемы как мера повреждаемости системы на макро- и микроуровне / М. А. Журавков [и др.] // Актуальные вопросы машиноведения : сб. науч. тр. – Вып. 4. – Минск : ОИМ НАНБ, 2015. – С. 237–240.
- 14 Чугун и сталь в трибофатических системах современных машин и оборудования / Л. А. Сосновский [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. – 2014. – № 4 (29). – С. 5–20.
- 15 Компьютерное моделирование трехмерного напряженно-деформированного состояния системы прижим – нож – опора / Н. В. Псырков [и др.] // XI Белорусская математическая конференция : тез. докл. Междунар. науч. конф., Минск, БГУ, 4–9 нояб. 2012 г. – Минск : Институт математики НАНБ, 2012. – Ч. 3. – С. 86–87.
- 16 **Журавков, М. А.** Объемная повреждаемость динамически нагруженных элементов режущего инструмента сельскохозяйственного комбайна / М. А. Журавков, С. С. Щербаков, О. А. Насань // Теоретическая и прикладная механика : межвед. сб. науч.-метод. статей. – Вып. 30. – Минск : БНТУ, 2015. – С. 297–305.
- 17 **Коллинз, Дж.** Повреждение материалов в конструкциях: анализ, предсказание, предотвращение / Дж. Коллинз. – М. : Мир, 1984. – 624 с.
- 18 **Sosnovskiy, L. A.** *Mechanothermodynamics* / L. A. Sosnovskiy, S. S. Sherbakov. – Springer, 2016. – 155 p.

Получено 30.04.2016

**S. S. Sherbakov, L. A. Sosnovskiy.** New model of wear.

Traditional models of wear and their modifications are based on the direct dependence of wear on contact load, surface hardness, sliding distance, surface roughness, wear coefficient etc. An analogue of this approach in Strength of Materials would be the analysis of limiting state according to values of acting load rather than stresses which are the reaction of material to the loading characterizing its bearing ability. Tribo-Fatigue concept of dangerous volumes allows for the integral assessment of the volumetric damageability of the systems of interacting deformable bodies on macro and micro level. It takes into account the conditions of static and dynamic loading for different boundary conditions including contact ones as well as a variety of geometric characteristics, mechanical and operational properties of the bodies. New generalized model of wear is formulated based on the model of Tribo-Fatigue volumetric damageability. It includes the assessment of three-dimensional stress-strain state and volumetric damageability in the vicinity of the contact surface. This model allows taking into account not only contact interaction parameters but also additional non-contact bending or tension-contraction.