

УДК 624.072.21.7

А. А. ВАСИЛЬЕВ, кандидат технических наук, О. В. КОЗУНОВА, кандидат технических наук, Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

## РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ КОМПОЗИЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫХ ЗДАНИЙ ВАРИАЦИОННО-РАЗНОСТНЫМ МЕТОДОМ

Рассматриваются алгоритм и результаты расчетов композиционных стеновых блоков на гибких связях для энергоэффективных зданий в линейной постановке с применением вариационно-разностного метода (ВРМ). Расчетные модели представлены совокупностью упругих слоев с постоянными параметрами упругости. Для реализации указанного метода составлена программа на языке Mathematica 8.0, проведена ее числовая апробация.

В ходе компьютерного моделирования авторами были предложены наряду с ВРМ линейные расчеты композиционных элементов ограждающих конструкций методом конечных элементов в реализации программного комплекса Ansys.

**Введение.** При возведении новых современных зданий определяющим для повышения экономичности их строительства и энергоэффективности здания в целом являются:

- оптимизация элементов несущих и ограждающих конструкций, связанная с уточнением методики статического расчета вариационно-разностным методом, которая позволяет проектировать элементы экономически менее затратными по материалу и работе и более рациональными по конструкции;

- уменьшение площади наружных ограждающих конструкций, которое может быть достигнуто только применением современных эффективных теплоизолирующих материалов, обеспечивающих не только необходимое значение сопротивления теплопередаче конструкции ограждения, но и высокие прочностные свойства, архитектурную выразительность, требуемую долговечность при минимальных производственных, строительных и эксплуатационных затратах.

Поэтому производство рациональных стеновых материалов с повышенными теплоизоляционными свойствами, а также разработка новых конструктивных систем тепловой изоляции зданий – одна из основных и самых актуальных задач современного строительства, в том числе энергоэффективного, и носит комплексный характер.

**Структура композиционного стенового блока на гибких связях.** Одним из типов современных конструкций ограждений многоэтажных энергоэффективных зданий с наружными стенами, поэтажно опирающимися на диски перекрытий, является предлагаемая в работе [1] авторами А. В. Герашенко и А. А. Васильевым конструкция из штучных стеновых материалов на основе применения блока стенового композиционного.

Блок представляет собой трехслойную конструкцию, в которой несущие слои выполнены из дисперсно-армированного бетона (стеклофибробетона), а теплоизолирующий слой – из пеностекла. Наружный и внутренний несущие слои соединяются системой гибких связей, выполняемых из стеклотканевой сетки (регистрационный № 7498 в Государственном реестре полезных моделей).

В научно-исследовательской лаборатории «Строительные конструкции, основания и фундаменты» им. д.т.н., проф. И. А. Кудрявцева БелГУТа были проведены испытания экспериментальных блоков, изготовлен-

ных на ОАО «Гомельстекло», по определению физико-механических характеристик предлагаемой конструкции. По результатам предварительных исследований получены следующие механические характеристики прочности блока:

- предел прочности блока на сжатие – не ниже 1,0 МПа;
- предел прочности несущей обкладки блока на сжатие – не ниже 9,3 МПа;
- разрушающая нагрузка – 100 кН.

Применение предлагаемого композиционного блока позволяет проектировать стеновые ограждения для энергоэффективных зданий с поэтажно опирающимися на диски перекрытий наружными стенами, отвечающие всем современным нормативным требованиям не только в удовлетворении требуемых теплотехнических свойств, но и в обеспечении необходимой коррозионной стойкости и долговечности, обеспечивая зданиям выразительный архитектурный облик весь срок эксплуатации. При этом значительно снижается стоимость возведения (по сравнению с существующими) не только ограждающих конструкций, но и зданий в целом.

**Линейный расчет композиционного стенового блока на гибких связях вариационно-разностным методом.**

*Расчетная модель стенового блока на гибких связях.* Композиционный стеновой блок состоит из двух несущих слоев (пластин), подкрепленных диафрагмами жесткости, которые в дальнейшем называются гибкими вертикальными связями (рисунок 1).

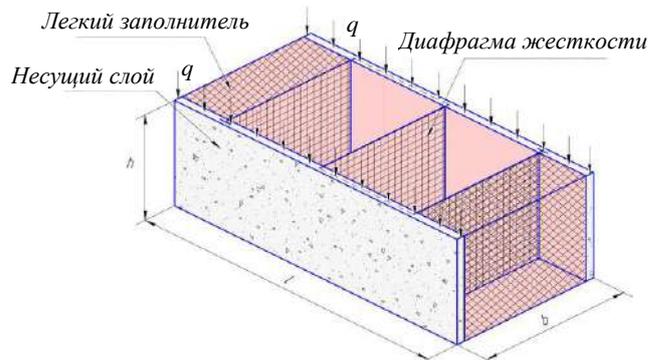


Рисунок 1 – Расчетная модель композиционного стенового блока на гибких связях

На специальный клей к пластинам и диафрагмам жесткости приклеены пакеты из легкого заполнителя (утеплителя) [1]. Они увеличивают жесткость композиционного блока без потери его прочности. Размеры блока  $b \times l \times h$ :  $280 \times 360 \times 220$  мм, при этом толщина пластин – 15 мм.

В расчете трехслойный стеновой блок моделируется совокупностью вертикальных упругих слоев (УС) конечных размеров с постоянными параметрами упругости. Для решения задачи линейной теории упругости (плоская деформация) используется *вариационно-разностный метод*, который нашел практическое применение в расчетах балок, балочных плит и приближенных к ним расчетных моделей упругих элементов конструкций на упругом, в том числе и искусственном основании.

Вариационно-разностный метод был предложен, апробирован и внедрен в инженерную практику в работах С. В. Босакова, О. В. Козуновой, Е. А. Сигая [2–5], где рассматривалось нежесткое упругое – грунтовое основание, характеристики которого приближены к реальным условиям. В зависимости от жесткости основание может иметь резко отличительные упругие характеристики (модуль упругости, коэффициент Пуассона, предел текучести и прочности). В предлагаемом расчете упругое основание – железобетонная плита перекрытия, которое моделируется как жесткое искусственное основание, что учитывается в кинематических граничных условиях.

**Постановка краевой задачи.** Рассматривается композиционный стеновой блок шириной  $b$  на искусственном основании под действием сжимающей нагрузки, распределенной вдоль верхней грани несущего слоя. На расчетной модели (см. рисунок 1) распределенная нагрузка  $q$  собирается в систему узловых сосредоточенных сил общим значением  $F$ .

При расчете слоистая упругая конструкция заменяется прямоугольной расчетной областью метода конечных разностей (МКР). На рисунке 2 композиционный блок аппроксимируется равномерной симметричной разбивочной сеткой с постоянным шагом вдоль осей  $X - \Delta x$  и  $Y - \Delta y$ . В результате получено 159  $i$ -х узловых и 140  $j$ -х сеточных ячеек.

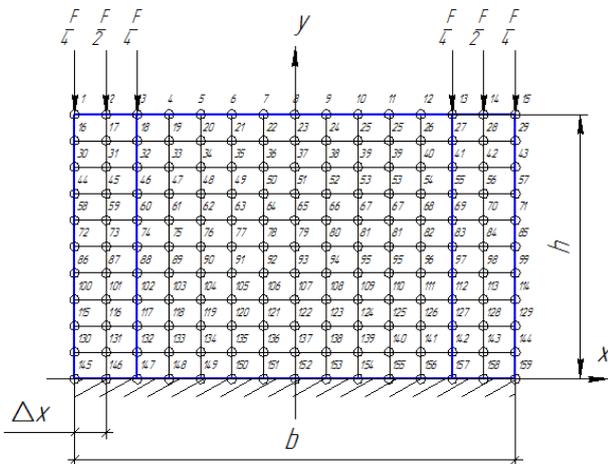


Рисунок 2 – Разбивочная сетка расчетной области

За неизвестные принимаются:  $u_i(x), v_i(y)$  – компоненты вектора перемещения  $i$ -й узловой точки блока.

**Граничные условия задачи:** на нижних границах принятой расчетной области перемещения  $u = 0, v = 0$  (см. рисунок 2).

В результате линейного расчета *требуется* определить параметры напряженно-деформированного состояния (НДС) композиционного стенового блока:

- а) распределение вертикальных и горизонтальных перемещений узловых точек расчетной области блока;
- б) распределение вертикальных и эквивалентных напряжений в центрах ячеек расчетной области блока;
- в) построение эпюр суммарных прогибов и напряжений в несущем слое стенового блока.

**Алгоритм линейного расчета стенового блока с использованием ВРМ.** Согласно вариационному принципу Лагранжа при нагружении стенового блока статической нагрузкой его полная потенциальная энергия в состоянии статического равновесия принимает минимальное значение. Величина функционала полной потенциальной энергии композиционного блока под действием статической нагрузки определяется по формуле

$$\mathcal{E} = U_f + \Pi, \quad (1)$$

где  $U_f$  – функционал энергии деформаций упругого блока;  $\Pi$  – потенциал внешней нагрузки.

Для решения сформулированной краевой задачи в линейной постановке используются слагаемые функционала полной потенциальной энергии [3]:

- а) функционал энергии деформаций упругого блока

$$U_f = \iint_S \left[ \frac{E_k \nu_k}{2(1 + \nu_k)(1 - 2\nu_k)} (e_x^{(k)} + e_y^{(k)})^2 + \frac{E_k}{2(1 + \nu_k)} ((e_x^{(k)})^2 + (e_y^{(k)})^2) + \frac{E_k}{4(1 + \nu_k)} (\gamma_{xy}^{(k)})^2 \right] dS, \quad (2)$$

где  $E_k, \nu_k$  – упругие постоянные в т.  $K$  основания;

- б) потенциал внешней нагрузки

$$\Pi = - \int_{-l}^l q(x) y(x) dx. \quad (3)$$

Так как в состоянии статического равновесия функционал полной потенциальной энергии  $\mathcal{E}$  должен иметь минимум, то неизвестные перемещения  $u_i(x), v_i(y)$  будут найдены из условия обращения в нуль производных от полной потенциальной энергии по каждому из перемещений, то есть

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial v_i} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial u_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (4)$$

где  $N$  – число узловых точек стенового блока.

**Числовая апробация.** Для реализации указанного подхода составлена программа на языке *Mathematica 8.0* и проведена ее числовая апробация. Использовались следующие исходные параметры: боковая стенка (несущий слой) из стеклофибробетона –  $\sigma_{u1} = 30$  МПа,  $\nu_1 = 0,198, E_{01} = 14200$  МПа; легкий заполнитель (пено-стекло) –  $\sigma_{u2} = 2$  МПа;  $\nu_1 = 0,25, E_{01} = 11500$  МПа; внешняя нагрузка –  $F = 1500$  Н.

На рисунке 3 приведена эпюра суммарных прогибов боковой стенки (несущего слоя) композиционного блока. Вид эпюры суммарных прогибов полностью соответствует виду деформированного состояния освобожденной стойки, сжатой сверху и имеющей жесткое защемление внизу.

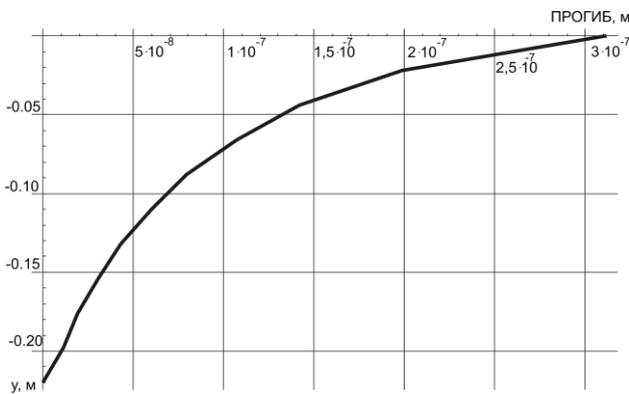


Рисунок 3 – Эпюра суммарных прогибов несущего слоя

Максимальные значения прогибов ( $f_{\max} = 3,12 \cdot 10^{-7}$  м) возникают в точках приложения узловых нагрузки, где наблюдается концентрация деформаций.

На рисунке 4 представлена эпюра вертикальных напряжений в несущем слое стенового блока. Вид и характер этой эпюры аналогичен эпюре суммарных прогибов сжатой стойки с жестко защемленным нижним концом. Максимальные значения вертикальных напряжений ( $\sigma_{\max} = 34,4$  кПа) возникают в центрах верхних ячеек, где наблюдается концентрация напряжений.

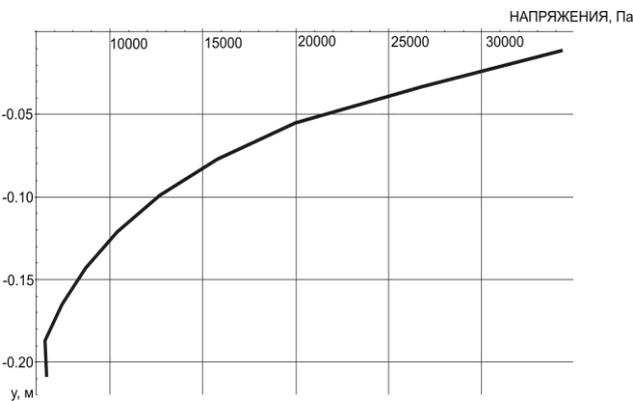


Рисунок 4 – Эпюра вертикальных напряжений в несущем слое

Анализ напряженно-деформированного состояния композиционного стенового блока, находящегося под действием статической нагрузки и рассчитанного с использованием вариационно-разностного подхода, показывает, что блок работает с огромным запасом прочности на сжатие.

Максимальные нормальные напряжения в несущем слое (по результатам расчета с использованием ВРМ) ( $\sigma_{\max} = 34,4$  кПа), а предел прочности этого же слоя (по результатам эксперимента)  $\sigma_u = 9,3$  МПа.

**Линейный расчет композиционного стенового блока с использованием компьютерной программы ANSYS.** Моделирование композиционного стенового блока с использованием компьютерной программы

ANSYS начинается с создания *геометрической модели объекта*. Модель объекта представляет собой сборку в виде соединения нескольких компонентов и содержит совокупность взаимосвязей, определяющих взаимное положение этих компонентов и их взаимодействие при перемещении.

В дальнейшем проводится анализ полученной сборки в программном комплексе ANSYS. Данный комплекс требует соблюдения базового алгоритма метода конечных элементов (МКЭ), предоставляя внутри каждого этапа определенную свободу в последовательности шагов подготовки модели и рассмотрении результатов.

*Первым этапом* анализа явилось создание его алгоритма, включающего в себя построение расчетной модели определенного типа, задание граничных условий, получение результатов в графическом виде, а также выполнение соответствующих настроек, которые могут быть изменены пользователем перед выполнением нового варианта расчета.

*Следующим этапом* является подготовка исходных данных, необходимых для заданного анализа. В частности, назначаются материалы для всех деталей сборки, определяются кинематические граничные условия, учитывающие жесткое защемление нижней части блока. Расчетная модель сборки при статическом анализе учитывает совместное перемещение сопряженных элементов.

*Важным этапом* в расчете методом конечных элементов является создание расчетной сетки, когда модель разбивается на элементарные геометрические составляющие, такие как тетраэдр, параллелепипед, цилиндр с определенными взаимосвязями между ними.

*Конечным этапом* линейного расчета композиционного стенового блока является вывод результатов в графическом и численном видах, примеры которых приведены на рисунках 5, 6.

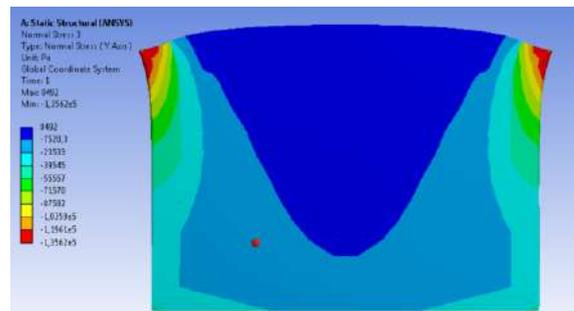


Рисунок 5 – Деформированное состояние стенового блока

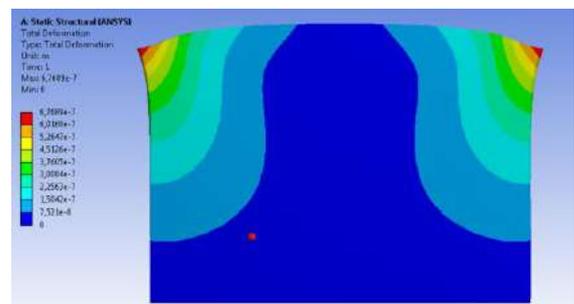


Рисунок 6 – Напряженное состояние стенового блока

Максимальные значения прогибов несущего слоя стенового блока, полученные в результате линейного

расчета с использованием МКЭ и ВРП, составили соответственно  $6,1 \cdot 10^{-7}$  и  $3,12 \cdot 10^{-7}$  м.

Максимальные значения напряжений в несущем слое стенового блока, вычисленные в результате расчетов с использованием МКЭ и ВРП, составили соответственно 125 и 34,4 КПа.

*Сравнение результатов.* Полученные различия в прогибах и напряжениях несущего слоя композиционного стенового блока могут быть объяснены следующим образом:

– в линейном расчете по МКЭ (программный комплекс ANSYS) при моделировании использовалась несимметричная разбивочная сетка, имеющая мелкую разбивку в несущих слоях и зонах концентрации напряжений и деформаций, что позволяет добиться более точного результата;

– в линейном расчете по ВРПМ разбивочная сетка расчетной области – симметричная, что несколько снижает точность. Внешняя нагрузка моделируется в виде системы сил, сосредоточенных в узлах, что более близко при идеализации этой нагрузки и уточняет искомые значения. Этим частично объясняется расхождение в результатах расчетов;

– кроме того, существенные отличия в напряжениях объясняются тем, что при моделировании с использованием ВРМ не учитываются сдвиговые деформации, следовательно, в результате расчета не учитываются касательные напряжения, которые (как показывает расчет с использованием ANSYS) составляют значительную часть в значениях эквивалентных напряжений, и ими пренебрегать нельзя.

**Заключение.** Для исследования напряженно-деформированного состояния композиционного стенового блока была разработана компьютерная программа в математическом пакете Mathematica 8.0.

В ходе компьютерного моделирования авторами для линейных расчетов композиционного стенового блока были использованы два метода:

– вариационно-разностный (ВРМ), который численно реализуется методом конечных разностей (МКР) в программном пакете Mathematica;

– метод конечных элементов (МКЭ) в реализации программного комплекса ANSYS.

Сравнение результатов показало некоторое несогласование полученных значений параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) композиционного стенового блока, исследованных с использованием ВРМ и МКЭ. Несмотря на некоторые различия, получены результаты одного порядка, что позволяет утверждать о корректности алгоритма линейного расчета с использованием ВРМ и достоверности получаемых результатов.

Получено 30.11.2017

**A. A. Vasilyev, O. V. Kazunova.** Calculations for the strength of composition elements of fencing constructions energy efficient buildings by variation-difference method.

The algorithm and results of calculations of composite wall blocks on flexible connections for energy-efficient buildings in a linear setting using the variational-difference method (VDM) are considered. Calculation models are represented by a set of elastic layers with constant elasticity parameters. To implement this method, a program was written in the language Mathematica 8.0, and its numerical approval was carried out.

In the course of computer modeling, along with ВРМ, authors also proposed linear computations of composite elements of enclosing structures by the finite element method in the implementation of the ANSYS software package.

Хотелось бы отметить, что ранее в статье [6] авторами уже проводилась верификация вариационно-разностного метода, которая осуществлялась путем сравнения результатов линейных и нелинейных расчетов с использованием ВРМ и результатов, полученных с помощью современных компьютерных комплексов ANSYS, Femap (Nastran), методом расчета в которых является метод конечных элементов (МКЭ). Сравнение результатов показало хорошее согласование параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) исследуемой неоднородной среды, которые были получены с использованием ВРМ и МКЭ, и подтвердило корректность алгоритма нелинейного расчета с использованием метода упругих решений в итерациях и достоверность получаемых результатов.

Разработанная для вариационно-разностного метода компьютерная программа может быть использована в расчетах на прочность композиционных элементов ограждающих конструкций энергоэффективных зданий по первому предельному состоянию (по несущей способности).

#### Список литературы

1 **Васильев, А. А.** Новый материал для конструкций стеновых ограждений энергоэффективных зданий / А. А. Васильев // Научно-технический журнал «Строительная наука и техника». – 2011. – № 4 (37) – С. 17–20.

2 **Р5.01.056.09** Рекомендации по проектированию и устройству рациональных фундаментов на основаниях, сложенных озерно-ледниковыми и лессовидными грунтами. Особенности проектирования плитных фундаментов на многослойных основаниях со слабыми слоями грунтов / О. В. Козунова // Минск : СТРОЙТЕХНОРМ, 2009. – С. 39–47, 49–58.

3 **Босаков, С. В.** Вариационно-разностный подход в решении контактной задачи для нелинейно-упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета (Часть 1) / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – № 1. – С. 5–13.

4 **Босаков, С. В.** Вариационно-разностный подход в решении контактной задачи для нелинейно-упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Результаты расчета (Часть 2) / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Вестник БНТУ. – 2009. – № 2. – С. 15–19.

5 **Козунова, О. В.** Нелинейный расчет инженерной системы «плита – основание» с использованием переменного модуля деформации / О. В. Козунова, Е. А. Сигаи // Вестник гражданских инженеров. – 2011. – № 1(26) – С. 72–82.

6 **Козунова, О. В.** Верификация вариационно-разностного подхода при расчете нелинейно-упругого неоднородного основания под балочной плитой / О. В. Козунова, Н. С. Щетько // Строительная наука и техника. – 2011. – № 2 (35). – С. 57–61.