

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**

Кафедра информационно-управляющих систем и технологий

Т. Н. ЛИТВИНОВИЧ

РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ В ПАКЕТЕ MATHCAD

Пособие

Гомель 2026

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И КОММУНИКАЦИЙ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра информационно-управляющих систем и технологий

Т. Н. ЛИТВИНОВИЧ

РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ В ПАКЕТЕ MATHCAD

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Республики Беларусь
по образованию в области строительства и архитектуры
для обучающихся по специальности
7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений» в качестве пособия*

Гомель 2026

УДК 004.942(075.8)
ББК 32.97
Л64

Рецензенты: кафедра строительства и эксплуатации зданий и сооружений (доцент кафедры – канд. техн. наук, доцент *О. В. Козунова*) (МИПК и ПК БНТУ);
заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики канд. техн. наук, доцент *Л. Н. Марченко* (ГГУ им. Ф. Скорины)

Литвинович, Т. Н.

Л64 Решение инженерных задач в пакете MathCAD : пособие / Т. Н. Литвинович ; М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2026. – 80 с.
ISBN 978-985-891-249-9

Кратко изложены теоретические сведения и рассмотрены примеры выполнения заданий по каждой теме. Каждая работа содержит варианты индивидуальных заданий для качественного изучения инструментария предлагаемого программного продукта.

Предназначено для студентов I курса факультета ПГС при изучении раздела «Прикладное программное обеспечение. Выполнение расчетов в MathCAD» дисциплины «Информатика».

УДК 004.942(075.8)
ББК 32.97

ISBN 978-985-891-249-9

© Литвинович Т. Н., 2026
© Оформление. БелГУТ, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Базовые операции и вычислительные конструкции.....	5
1.1 Краткие сведения из теории.....	5
1.2 Порядок выполнения работы.....	10
2 Матричная алгебра.....	17
2.1 Краткие сведения из теории.....	17
2.2 Порядок выполнения работы.....	27
3 Решение уравнений и систем уравнений.....	30
3.1 Краткие сведения из теории.....	30
3.2 Порядок выполнения работы.....	37
4 Программирование линейных и разветвляющихся алгоритмов	41
4.1 Краткие сведения из теории.....	41
4.2 Порядок выполнения работы	50
5 Программирование циклических алгоритмов	57
5.1 Краткие сведения из теории.....	57
5.2 Порядок выполнения работы	66
6 Символьные преобразования	69
6.1 Краткие сведения из теории.....	69
6.2 Порядок выполнения работы.....	75
Список литературы	80

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время разработано и применяется множество различных математических пакетов, таких как *Maple*, *MatLab*, *MathCAD*, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки.

В данном пособии предлагается рассмотреть возможности системы *MathCAD 2015* для решения прикладных задач.

MathCAD изначально создавался как пакет для численного решения математических задач. Начиная с 1994 года, когда в него были интегрированы инструменты символьной математики, он стал повсеместно использоваться для решения математических задач различной степени сложности.

MathCAD – это универсальный инструмент для решения математических задач. Запись математических задач в нем наиболее приближена к записи их без применения компьютера. Данный пакет популярен в технических высших учебных заведениях и активно используется как студентами, так и преподавателями в работе и учебе соответственно.

MathCAD также используется в сложных проектах, чтобы визуализировать результаты математического моделирования путем использования определенных вычислений и традиционных языков программирования.

Открытая архитектура приложения позволяет легко интегрировать *MathCAD* в практически любые инженерные приложения.

Материалы пособия предназначены для выполнения ряда работ в системе компьютерной математики *MathCAD 2015* с целью закрепления теоретического материала раздела «Прикладное программное обеспечение. Выполнение расчетов в *MathCAD*».

1 БАЗОВЫЕ ОПЕРАЦИИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

1.1 Краткие сведения из теории

Определение переменных

Переменная – это именованный объект, который хранит числовое значение, способное изменяться в процессе работы над документом.

Определение переменной:

<имя переменной><оператор присваивания><выражение>,
где <имя переменной> – любой допустимый набор символов;

<оператор присваивания> – глобальный  или локальный оператор  ;

<выражение> – математическое (логическое) выражение, константа или другая переменная.

В *MathCAD* большое значение имеет порядок расположения вычислительных блоков. По умолчанию они вычисляются слева направо и сверху вниз. При использовании глобального присваивания этот порядок изменяется. Сначала вычисляются блоки, в которых используется глобальное присваивание, а затем все остальные.

Переменные могут быть **размерными**, то есть характеризоваться не только своим значением, но и указанием физической величины, значение которой они хранят. Размерность задается командой **Insert** (Вставка) – **Unit** (Единица измерения). Комбинация горячих клавиш «Ctrl» + «U».

Создание формульных областей

Формульная область содержит математическое выражение. Для облегчения ввода математических формул и математических знаков в *MathCAD* предусмотрена возможность записи формул с помощью клавиатуры и специальных панелей инструментов. Для всех наиболее распространенных операций есть шаблоны, вызываемые командой **View** (Вид) – **Tool Bars** (Панели инструментов) – **Math** (Математика).

Ввод формул осуществляется согласно следующим правилам:

- для расширения охваченной курсором области используется клавиша пробел *Space Bar*;
- изменения направления охвата курсором того или иного объекта – клавиша *Insert*;
- удаления символа слева от курсора – клавиша *BackSpace*;
- удаления символа справа от курсора – клавиша *Delete*.

Получение результатов вычислений

Для вычисления значения любого выражения, а также для вывода значения константы или переменной используется оператор вывода результата (знак $=$). *MathCAD* может выполнять вычисления в одном из двух режимов: автоматическом и ручном. Выбор режима вычислений осуществляется соответствующими командами меню **Tools** (Инструменты) – **Calculate** (Вычислить).

Создание текстовых областей

Текстовая область служит для размещения текста между формулами и графиками. Создание текстовой области осуществляется командой **Insert** (Вставка) – **Text Region** (Регион текста) или комбинацией клавиш «Shift» + «"».

Редактирование документа

Во время подготовки документов их приходится редактировать, т. е. видоизменять и дополнять. Полный перечень команд редактирования находится в меню **Edit** (Правка).

Форматирование результатов вычислений

Способ, которым *MathCAD* выводит числа, называется форматом результата. Формат результата может быть установлен для всего документа (глобальный формат) или для отдельного результата (локальный формат).

Глобальный формат устанавливается командой **Format** (Формат) – **Result** (Результат).

Форматирование математических выражений

Математические выражения имеют сложную структуру. Они содержат переменные, константы, операторы и специальные знаки. С помощью команды **Format** (Формат) – **Equation** (Уравнение) можно назначить для переменных, констант и других символов в математических выражениях другой шрифт и размер шрифта.

Форматирование текста

Команда **Format** (Формат) – **Text** (Текст) используется для установки шрифтов и их параметров для выделенного фрагмента текста.

Вставка в документ колонтитулов

При печати документов нередко требуется внести в верхнее или нижнее поле каждой страницы документа некую служебную информацию, например, номер страницы. Такие надписи называют колонтитулами. Для вставки в документ колонтитулов служит команда **View** (Вид) – **Headers/Footers** (Колонтитулы).

Примечание – Колонтитулы в окне документа не видны. Они видны только в режиме предварительного просмотра и на печатных копиях документа.

Другие команды редактирования документа

Для автоматического разделения областей, с целью избегания наложения их друг на друга, используется команда **Separate Regions** (Разделить регионы) меню **Format** (Формат).

Для автоматического выравнивания блоков, расположенных в одном горизонтальном ряду, используется команда **Align Regions** (Выровнять регионы) – **Across** (По верхнему краю) меню **Format** (Формат).

Для автоматического выравнивания блоков, расположенных в одном вертикальном ряду, используется команда **Align Regions** (Выровнять регионы) – **Down** (По левому краю) меню **Format** (Формат).

Определение функций в MathCAD

Функция – именованный вычислительный блок, который принимает аргументы и возвращает результат, согласно заданному алгоритму или выражению. Функции в *MathCAD* могут быть встроенными или определенными пользователем. Для облегчения ввода математических функций служит кнопка $f(x)$ на панели инструментов или команда **Insert** (Вставка) – **Function** (Функция) («Ctrl»+ «E»), которая выводит окно с полным перечнем функций, разбитым на тематические разделы.

Определение функции пользователя:

<имя функции> (<список аргументов>) := <выражение> ,

где <имя функции> формируется пользователем;

<список аргументов> – аргументы функции, которые записываются через запятую;

<выражение> – любое выражение, содержащее доступные системе операторы и функции с операндами и аргументами, указанными в списке аргументов.

Вызов функции:

имя функции (список фактических параметров) =

Аргументы функции при вызове заменяются фактическими параметрами, которые могут быть числом, определенной ранее переменной, выражением, другой функцией.

Ранжированные переменные

Ранжированная переменная определяет ряд значений, в котором каждый последующий элемент отличается от предыдущего на величину шага.

Определение ранжированной переменной:

$Name := N_{begin}, N_{begin} + Step \dots N_{end},$

где *Name* – имя ранжированной переменной (вводится пользователем);

N_{begin} – начальное значение переменной;

N_{end} – конечное значение переменной;

Step – шаг изменения переменной: разность между предыдущим и последующим значением;

.. – команда – диапазон: вводится клавишей «двосточие» на клавиатуре в английском регистре или командой *m..n* на панели инструментов *Матрица*.

Если $N_{begin} < N_{end}$, то шаг изменения переменной будет положительным, в противном случае – отрицательным.

Если $Step = |1|$, то задавать нужно только первое и последнее значения ранжированной переменной.

Применение ранжированных переменных

1 Используются для расчета значений функции на заданном интервале в конкретных расчетных точках.

2 Применяются в массивах в качестве индекса элемента.

Пример. Вычислить значение функции.

$$y(a) = a^2 - 4a, \quad \text{в точках} \quad -3 \leq a \leq 12 \quad da = 2.14$$

Реализация.

$$a := -3, -3 + 2.14 \dots 12$$

Определение переменной a

$$y(a) := a^2 - 4a$$

Определение функции $y(a)$

$a =$

$y(a) =$

Вывод расчетных значений
 a и $y(a)$

-3	21
-0.86	4.18
1.28	-3.482
3.42	-1.984
5.56	8.674
7.7	28.49
9.84	57.466
11.98	95.6

Построение графика в декартовой системе координат

Для построения графика используется специальный шаблон, вызываемый:

1) командой главного меню **Insert** (Вставка) – **Graph** (График) – **XY-Plot** (График X-Y);

2) комбинацией клавиш «Shift» + «@»;

3) командой  на панели **Graph** (График).

Шаблон заполняется следующими основными данными:

1) в центральный маркер по оси абсцисс записывается аргумент функции (имя переменной);

2) в центральный маркер по оси ординат записывается функция. Запись функции в шаблон осуществляется сокращенно $f(x)$, если она была определена заранее или в виде зависимости, например, $x^2 + 5x$.

Пример. Построить график функции

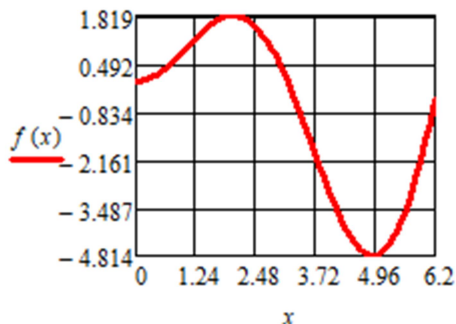
$$f(x) = \sin(x) \cdot x \quad \text{на интервале} \quad x \in [0; 2\pi].$$

Реализация.

Зададим ООФ: Зададим функцию:

$x := 0, 0.1 \dots 2 \cdot \pi$ $f(x) := \sin(x) \cdot x$

Построим график:



Примечание – Для построения на одном графике нескольких функциональных зависимостей необходимо ввести соответствующие функции по оси ординат через запятую.

Форматирование декартовых графиков

Для форматирования графика используется команда **Format** (Формат) – **Graph** (График) – **XY Plot** (График X-Y). Двойной щелчок мышкой по графику также приведет к вызову окна диалога форматирования графика.

Окно диалога форматирования графика состоит из вкладок, с наборами команд, устанавливающих те или иные параметры форматирования.

На первой вкладке **X-Y Axes** (Оси X, Y) расположены команды форматирования осей графика (*x-axes* – ось X; *y-axes* – ось Y). В таблице 1.1 приведен перечень команд для форматирования осей.

Таблица 1.1 – Форматирование осей

Команда	Описание
<i>Log Scale</i> (Логарифмический масштаб)	Установка по оси логарифмической шкалы
<i>Grid Lines</i> (Линии сетки)	Установка на оси вспомогательных линий сетки
<i>Numbered</i> (Нумерация)	Нумерация оси
<i>AutoScale</i> (Автомасштабирование)	Автомасштабирование оси
<i>Show Markers</i> (Показывать метки)	Установка по оси режима показа меток
<i>AutoGrid</i> (Автосетка)	Установка автосетки
<i>Numbered of Grids</i> (Количество вспомогательных линий сетки)	Установка количества линий сетки

На второй вкладке **Traces** (Трассировка) находятся команды форматирования непосредственно построенного графика. В таблице 1.2 приведен перечень команд для форматирования графика.

Таблица 1.2 – Форматирование графика

Команда	Описание
<i>Legend Label</i> (Обозначение в легенде)	Легенда (название) линии графика
<i>Symbol</i> (Символ)	Обозначение точек графика (<i>box</i> – квадрат, <i>dmnd</i> – ромб и т. п.)
<i>Line</i> (Линия)	Тип линии (применяется для графиков вида линия – <i>lines</i> , либо сглаженная линия – <i>draw</i>): – <i>solid</i> – сплошная; – <i>dot</i> , <i>dash</i> – пунктирная; – <i>dadot</i> – штрих-пунктирная
<i>Type</i> (Тип)	Тип графика: – <i>lines</i> (линии) – линия; – <i>points</i> (точки) – точками; – <i>bar</i> (столбики) – гистограмма; – <i>step</i> (ступени) – ступенчатая диаграмма; – <i>stem</i> (отрезки с маркерами) – столбцовая диаграмма.
<i>Weight</i> (Толщина линии)	Толщина линии графика (только для линейных графиков)
<i>Color</i> (Цвет)	Цвет графика

На третьей вкладке **Labels** (Подписи) устанавливаются названия осей и именуется сам график.

Примечания

- 1 Операции форматирования применяются к выделенному графику.
- 2 Для поиска координат точек пересечения кривых использовалась команда контекстного меню **Trace** (Трассировка).
- 3 Обратите внимание на количество параметров, установленных по осям в итоговом графике!

Цель работы – научиться выполнять базовые операции в *MathCAD*, а также грамотно форматировать и редактировать документ.

1.2 Порядок выполнения работы

- 1 В личной папке создать каталог *MathCAD*.
- 2 Загрузить *MathCAD*.
- 3 Ввести в поле документа текст: «Базовые операции и вычислительные конструкции».

- 4 Ввести текст: «Задание 1».
- 5 В соответствии с вариантом выполнить задание 1.
- 6 Аналогично выполнить остальные задания работы.
- 7 Сохранить файл с именем *math_1* в папку *MathCAD*.
- 8 Создать верхний колонтитул: ввести по левому краю ФИО, по центру – вариант, по правому краю – группу.
- 9 Создать нижний колонтитул: ввести по центру нумерацию страниц.
- 10 Отформатировать документ:
 - переменные выделить шрифтом: размер – 11, начертание – полужирное;
 - константы выделить шрифтом: размер – 9, начертание – курсивное.
- 11 Установить параметры страниц документа: все поля – 15 мм.
- 12 Показать преподавателю.

Задание 1. Вычислить значение арифметического выражения для заданного набора исходных данных. Установить формат результата N знаков после запятой. Задание взять из таблицы 1.3.

Таблица 1.3 – Задание 1

Вариант	Выражение	Формат результата N
1	$\frac{2 \cos\left(\frac{d}{b}\right)}{b + d^{3-b}} + \frac{1}{2e^{b+d}} + \cos^2(b), \text{ при } b = 2,12 \quad d = 3,13$	3
2	$\frac{\ln\left(a + \frac{b^2}{5}\right) - \sqrt{6 - \frac{1}{b^3}}}{\sin(a) + \cos^2(b)}, \text{ при } a = 2 \quad b = 1,5$	2
3	$\frac{\cos(a) + \frac{\sin^2(b-a)}{1 + e^{a - \sqrt{\frac{b}{4}}}}}{b - a^2}, \text{ при } a = 1,5 \quad b = 4,66$	4
4	$\frac{\ln^2\left(\frac{m}{n}\right)}{\cos(n^3 - m^3) + \frac{1}{3 + \sin(n^2 - m^3)}}, \text{ при } m = \frac{1}{4} \quad n = 2,15$	1
5	$x^3 + \frac{y^2}{\ln^2(x) - \cos^2\left(\frac{x+1,15}{y - \sqrt{1,15}}\right)}, \text{ при } x = 2 \quad y = \frac{1}{2}$	2

Продолжение таблицы 1.3

Вариант	Выражение	Формат результата <i>N</i>
6	$\frac{a+\sqrt{b}}{\sin^3\left(\frac{1}{2+a^b}\right)} + \frac{\cos\left(a-\frac{1}{5,15b}\right)}{4}, \text{при } a=0,25 \quad b=1,75$	4
7	$\ln(x) + \frac{2}{3y^{x-3}} - \frac{1}{\sqrt{x + \frac{2}{\sin^2\left(y - \frac{2}{3}\right)}}}, \text{при } x=2 \quad y=2,25$	1
8	$\sqrt{\frac{a}{b + \cos^2(0,45-a)}} + \frac{0,54}{b - \frac{\ln(a)}{a^{\cos(b)}}}, \text{при } a=\frac{3}{7} \quad b=2,11$	5
9	$\frac{(n+m)^2}{n + \frac{1}{\cos^2(m) - \sin^2(m)}} + \sqrt{\left \frac{\sin(n)}{m-1,12} \right }, \text{при } n=2,2 \quad m=4,2$	2
10	$\frac{a}{b+5^{a-5}} - \frac{\ln(b) - \frac{2}{3\sqrt{a+b}}}{\cos(b) + \sin^2(a)}, \text{при } a=3,15 \quad b=5,15$	4
11	$\frac{x^y + y^x}{\cos(x) - \sin(y)} + \frac{\frac{1}{2 - \ln^2(x)}}{2 + \sqrt{x+y}}, \text{при } x=3 \quad y=1,5$	0
12	$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \frac{1}{\sin^2(a+b)} + \frac{\cos^3(a-\sqrt{b})}{3}, \text{при } a=0,5 \quad b=0,74$	1
13	$\sqrt[3]{\frac{b}{a + \sin^2(0,25-a)}} + \frac{1}{b - \frac{1}{8a^{\cos(b)}}}, \text{при } a=4,2 \quad b=1,11$	4
14	$\frac{a + \ln(b)}{\left(\frac{1}{3+a^b}\right)} + \frac{\sin^2\left(2a - \frac{1}{5,15b}\right)}{e^{a+2}}, \text{при } a=4,35 \quad b=1,75$	3

Окончание таблицы 1.3

Вариант	Выражение	Формат результата <i>N</i>
15	$y^3 + \frac{x + \sqrt{y}}{\cos^2(x+2) - \sin\left(\frac{x+2}{y-2}\right)}, \text{ при } x=4 \quad y=\frac{1}{2}$	2
16	$2 \ln\left(a + \frac{1}{b}\right) + \sqrt{\frac{a+2b}{a^2+b^3}} - \sin^2\left(a + \frac{1}{b}\right), \text{ при } a=7,8 \quad b=2,78$	4

Задание 2. Ввести в документ текст задачи и решить ее. Задание взять из таблицы 1.4.

Таблица 1.4 – Задание 2

Вариант	Задание
1	Вычислить плотность ρ вещества, если его масса $m = 300$ г, а объем $V = 10 \text{ см}^3$
2	Вычислить площадь S параллелограмма, заданного следующими параметрами: $a = 200$ см, $b = 3$ м, $\alpha = 30^\circ$
3	Вычислить объем V вещества, если его масса $m = 200$ г, а плотность $\rho = 0,35 \text{ г / см}^3$
4	Вычислить радиус r основания цилиндра, заданного следующими параметрами: $V = 50 \text{ см}^3$, $H = 6$ см
5	Вычислить массу m вещества, заданного следующими параметрами: объем $V = 40 \text{ см}^3$, плотность $\rho = 40 \text{ г / см}^3$
6	Вычислить площадь S трапеции, заданной следующими параметрами: $a = 200$ см, $b = 1,5$ м, $h = 180$ см
7	Вычислить площадь S треугольника, заданного следующими параметрами: $a = 300$ см, $b = 3$ м, $\alpha = 60^\circ$
8	Вычислить площадь S треугольника, заданного следующими параметрами: $a = 200$ см, $b = 3$ м, $c = 250$ см
9	Вычислить скорость движения пешехода, если за время $t = 30$ мин он проходит расстояние $S = 1,821$ км
10	Вычислить объем V цилиндра, заданного следующими параметрами: $r = 1,3$ м, $h = 5$ м
11	Вычислить объем V цилиндра, заданного следующими параметрами: $d = 1,4$ м, $h = 5$ м
12	Вычислить объем V шара, заданного следующими параметрами: $d = 1,3$ м

Окончание таблицы 1.4

Вариант	Задание
13	Вычислить площадь S равностороннего треугольника, заданного радиусом $r = 400$ см вписанной окружности
14	Вычислить площадь S равностороннего треугольника, заданного радиусом $R = 600$ см описанной окружности
15	Дан шар радиусом $R = 25$ см. Найти его объем V
16	Дан шар радиусом $R = 35$ см. Найти площадь его поверхности S

Задание 3. Определить ранжированные переменные и вывести таблицы полученных значений. Вариант задания взять из таблицы 1.5.

Таблица 1.5 – Задание 3

Вариант	Задание
1	$-14 \leq a \leq 14, \quad da = 3,2; \quad c \in [5;16], \quad dc = -1;$ $-2 \leq b \leq 12, \quad db = \frac{\sin(2)}{2}$
2	$-10 \leq a \leq 10, \quad da = 1,23; \quad c \in [3;9], \quad dc = 1;$ $-12 \leq b \leq 1, \quad db = \frac{\ln(2) + 3}{3}$
3	$-5 \leq a \leq 5, \quad da = 2,15; \quad c \in [4;12], \quad dc = -1;$ $2 \leq b \leq 18, \quad db = \frac{\cos(3) + 1}{\sqrt{2}}$
4	$-3 \leq a \leq 3, \quad da = 0,35; \quad c \in [2;12], \quad dc = 1;$ $-4 \leq b \leq -3, \quad db = \frac{\sin(3)}{\sqrt{3}}$
5	$-1 \leq a \leq 11, \quad da = 1,23; \quad c \in [3;9], \quad dc = -1;$ $-14 \leq b \leq 0, \quad db = \frac{3 - \ln(2)}{2}$
6	$-\frac{15}{4} \leq a \leq \frac{15}{4}, \quad da = 0,7; \quad c \in [0;8], \quad dc = 1;$ $1 \leq b \leq 10, \quad db = \frac{\ln(2)^2 + 2}{2}$
7	$-12 \leq a \leq -2, \quad da = 0,8; \quad c \in [1;11], \quad dc = -1;$ $1 \leq b \leq 5, \quad db = \frac{\cos(2)}{3} + 0,5$

Окончание таблицы 1.5

Вариант	Задание
8	$-5 \leq a \leq 0, \quad da = 0,22; \quad c \in [4;15], \quad dc = 1;$ $-8 \leq b \leq -7, \quad db = \frac{\sin(3)}{\sqrt{5}}$
9	$7 \leq a \leq 17, \quad da = 1,44; \quad c \in [-19;-5], \quad dc = -1;$ $-7 \leq b \leq 0, \quad db = \frac{\sqrt{3}}{\ln(4)}$
10	$-4 \leq a \leq 6, \quad da = 1,11; \quad c \in [0;10], \quad dc = 1;$ $-\sqrt{5} \leq b \leq \sqrt{5}, \quad db = \frac{1}{4}$
11	$-3 \leq a \leq 6, \quad da = 1,5; \quad c \in [4;10], \quad dc = -1;$ $-0,5 \leq b \leq 1,5, \quad db = \frac{1}{3^2}$
12	$-1 \leq a \leq 6, \quad da = 0,8; \quad c \in [2;12], \quad dc = 1;$ $-3 \leq b \leq 5, \quad db = \frac{\sqrt{2}}{3}$
13	$-\frac{16}{3} \leq a \leq \frac{16}{3}, \quad da = 0,21; \quad c \in [0;8], \quad dc = -1,2;$ $1 \leq b \leq 12, \quad db = \frac{\ln(4)^2 + 2}{e}$
14	$-14 \leq a \leq -4, \quad da = 0,65; \quad c \in [1;11], \quad dc = 1;$ $2 \leq b \leq 10, \quad db = \frac{\cos(2)}{3,75}$
15	$-5 \leq a \leq 2, \quad da = 0,34; \quad c \in [3;11], \quad dc = -1;$ $-8 \leq b \leq -6, \quad db = \frac{\sin(10)}{\sqrt{5}}$
16	$-6 \leq a \leq 14, \quad da = 2,2; \quad c \in [5;12], \quad dc = 1;$ $-3 \leq b \leq 13, \quad db = \frac{\sqrt{9}}{3}$

Задание 4. Вычислить значение функции в заданных точках. Вариант задания взять из таблицы 1.6.

Таблица 1.6 – Задание 4

Вариант	Задание
1	$y(x) = \frac{x-5}{x^2} + \frac{x^2}{x+5}$, при $x \in [-6; 1; 8]$ $dx = 1,51$
2	$y(b) = (b+2)^3 + \sin(b)b^2$, при $b \in [0; 6]$ $db = 0,2$
3	$f(x) = x^{\sin(x) + \cos(x)} - 5$, при $x \in [2; 15]$ $dx = 1,3$
4	$y(a) = \frac{a^2 - \sin(4a)\sqrt{a+10}}{5}$, при $a \in [-9; 5]$ $da = 1,13$
5	$y(x) = 2 - e^{\cos(2x)}$, при $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $dx = \frac{\pi}{12}$
6	$f(b) = 2^{\cos(b)} + \frac{b}{5}$, при $b \in [-3; 7]$ $db = 0,73$
7	$y(x) = 2^{\cos(x)} + 4\sin(x)$, при $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $dx = \frac{\pi}{13}$
8	$f(x) = x + \sin(x-2)$, при $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $dx = \frac{\pi}{11}$
9	$a(b) = b^{\sin(b)-2} - 2$, при $b \in [0; 12]$ $db = 1,13$
10	$y(x) = x^3 - \sin(x) - 3$, при $x \in [-4; 10]$ $dx = 1,3$
11	$y(b) = \frac{1}{b^2} - \cos(b) - 3$, при $b \in [-5; 8]$ $db = 1,5$
12	$f(x) = \frac{\sin(x)}{x+0,21}$, при $x \in [-\pi; \pi]$ $dx = \frac{\pi}{8}$
13	$f(b) = 2^{\cos(b)} + \frac{2b + \sin(b)}{5}$, при $b \in [-3; 7]$ $db = 0,75$
14	$y(x) = \frac{4\sin(x) + \sqrt{1+e^{2x}}}{\cos(1+\sin^2 2x)}$, при $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ $dx = \frac{\pi}{13}$
15	$y(x) = \frac{4}{x^2} + \frac{x^3}{x+3}$, при $x \in [-6; 1; 7]$ $dx = 0,7$
16	$y(b) = (b+4)^2 + \cos(b) \cdot b^2$, при $b \in [0; 20]$ $db = 1,2$

Задание 5. Построить график функции из задания 4, на котором установить по своему варианту линии сетки – N , цвет линии графика, тип линии графика, толщину – W . Кроме того, самостоятельно сформировать заголовки осей. Вариант задания взять из таблицы 1.7.

Таблица 1.7 – Задание 5

Вариант	Количество линий сетки по осям N	Толщина линии гра- фика W	Тип линии графика	Цвет линии графика
1, 5, 9, 13	4	3	Пунктирная	Синий
2, 6, 10, 14	5	4	Штрихпунктирная	Сиреневый
3, 7, 11, 15	6	5	Пунктирная	Голубой
4, 8, 12, 16	7	2	Штрихпунктирная	Коричневый

Задание 6. Скопировать полученный график и изменить его тип. Вариант задания взять из таблицы 1.8.

Таблица 1.8 – Задание 6

Вариант	1, 5, 9, 13	2, 6, 10, 14	3, 7, 11, 15	4, 8, 12, 16
Тип графика	Точечный	Гистограмма	Ступенчатая Диаграмма	Столбцовая диаграмма

2 МАТРИЧНАЯ АЛГЕБРА

2.1 Краткие сведения из теории

Типы массивов в MathCAD

Ранжированная переменная отличается от вектора тем, что невозможно использование ее отдельных значений: она существует «вся сразу», то есть к отдельным ее значениям доступа нет. При необходимости иметь доступ к каждому значению переменной с несколькими компонентами она должна быть задана в виде массива – одномерного (вектора) или двумерного (матрицы). Массив, как и любая другая переменная, задается именем. Местоположение элемента задается одним индексом для вектора или двумя индексами для матрицы. Нижняя граница индексации определяется системной переменной *ORIGIN*, которая может принимать значение 0 или 1 (по умолчанию значение равно 0). Индексы могут быть только целыми положительными числами и нулем. Для ввода индекса используется команда  на панели *Матрицы* или прямая открывающаяся скобка «[» на клавиатуре.

Примечание – Для удобства работы с матрицами и векторами системной переменной *ORIGIN* присваивают значение, равное 1. Присвоение осуществляется обычным способом в теле документа или с использованием команды **Tools** (Инструменты) – **Worksheet Options** (Параметры документа), далее на вкладке **Build-in Variables** (Встроенные переменные) в поле **Array Origin** (*ORIGIN*) ввести индекс первого элемента массива.

Создание массивов

Векторы и матрицы формируются одним из двух способов:

- при помощи ранжированных переменных, задающих нумерацию их элементов;
- при помощи специальных шаблонов, для создания которых используется команда **Insert** (Вставка) – **Matrix** (Матрица) («Ctrl»+ «M»).

Пример. Создать матрицу A , которая состоит из 2 строк и 3 столбцов, при помощи ранжированных переменных, задающих нумерацию ее строк и столбцов. Во втором способе значения элементов заполнить случайными числами из диапазона $[-3; 5]$.

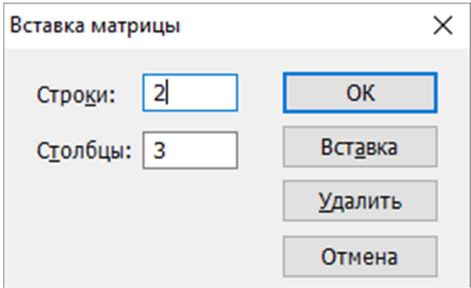
$ORIGIN := 1$							
$i := 1..2$	индекс по строке						
$j := 1..3$	индекс по столбцу						
Вводим элементы матрицы. После ввода очередного значения, нажимаем запятую. Заканчиваем ввод, нажатием <i>Enter</i>. $A_{i,j} :=$ <table border="1"><tr><td>1</td></tr><tr><td>2</td></tr><tr><td>6</td></tr><tr><td>7</td></tr><tr><td>-8</td></tr><tr><td>9</td></tr></table> Выводим матрицу: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix}$	1	2	6	7	-8	9	Формирование элементов матрицы: $A_{i,j} := \text{round}(\text{rnd}(8) - 3, 0)$ Вывод матрицы: $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$
1							
2							
6							
7							
-8							
9							

Примечания

1 Функция $\text{rnd}(N)$ генерирует случайное вещественное число из диапазона $[0; N]$, а функция $\text{round}(\text{rnd}(N), 0)$ округляет случайное число до ближайшего целого.

2 Функция $\text{rnd}(N)\text{-shift}$ генерирует случайное вещественное число из диапазона $[-\text{shift}; N\text{-shift}]$.

Пример. Создать матрицу A , состоящую из 2 строк и 3 столбцов, при помощи специального шаблона.

Присвоить переменной $ORIGIN$ значение, равное 1	$ORIGIN:=1$
Ввести имя массива и оператор присваивания	$A := \blacksquare$
Вызвать диалоговое окно построения шаблона матрицы командой Insert (Вставка) – Matrix (Матрица) или командной кнопкой 	
Указать количество строк – Rows (Строки) и столбцов – Columns (Столбцы) матрицы	
Ввести значения элементов матрицы	$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

Примечания

- 1 При создании векторов при помощи специальных шаблонов один из параметров (*rows* (строки) или *columns* (столбцы)) должен быть равен 1.
- 2 При *columns* = 1 получим вектор-столбец, а при *rows* = 1 – вектор-строку.
- 3 Опциями диалога **Insert – Matrix** можно управлять размером массива:
 - команда **Delete** позволяет удалять из массива строки и столбцы;
 - команда **Insert** позволяет добавлять в массив строки и столбцы.

Векторные и матричные операторы и функции

Для работы с векторами и матрицами система *MathCAD* поддерживает ряд операторов и функций.

Рассмотрим наиболее часто используемые операторы (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Операторы для работы с массивами

Описание	Ввод на клавиатуре	Командная кнопка
Вычисление определителя матрицы	$Shift \mid$	
Транспонирование массива	$Ctrl !$	

Окончание таблицы 2.1

Описание	Ввод на клавиатуре	Командная кнопка
Выделение n -го столбца матрицы	$Ctrl \wedge$	$M^{<>}$
Выделение n -го элемента массива	$[$	$\times_n$
Вычисление обратной матрицы	$-$	$\times^{-1}$
Векторное произведение векторов	$Ctrl \&$	$\vec{u} \times \vec{v}$
Скалярное произведение векторов	$*$	$\vec{u} \cdot \vec{v}$

Примечание – Векторное произведение возможно вычислить, если размер исходных векторов равен 3.

Рассмотрим наиболее часто используемые векторные, матричные и общие функции (таблицы 2.2–2.4).

Таблица 2.2 – Векторные функции

Функция	Описание
$length(V)$	Возвращает длину вектора
$last(V)$	Возвращает индекс последнего элемента вектора
$reverse(V)$	Изменяет порядок расположения элементов вектора на противоположный
$sort(V)$	Сортирует элементы вектора в порядке возрастания их значений

Таблица 2.3 – Матричные функции

Функция	Описание
$augment(M1, M2)$	Объединяет в одну матрицы $M1$ и $M2$, имеющие одинаковое число строк
$stack(M1, M2)$	Объединяет две матрицы $M1$ и $M2$, имеющие одинаковое число столбцов
$identity(n)$	Создает единичную квадратную матрицу размером $n \times n$
$diag(V)$	Создает диагональную матрицу, элементы главной диагонали которой являются элементами вектора V
$cols(M)$	Возвращает число столбцов матрицы M
$rows(M)$	Возвращает число строк матрицы M
$rank(M)$	Возвращает ранг матрицы M
$tr(M)$	Возвращает сумму диагональных элементов квадратной матрицы M
$mean(M)$	Возвращает среднее значение элементов массива M
$csort(M, n)$	Осуществляет перестановку строк матрицы таким образом, чтобы отсортированным оказался n -й столбец
$rsort(M, n)$	Осуществляет перестановку столбцов матрицы таким образом, чтобы отсортированной оказалась n -я строка

Таблица 2.4 – Общие функции

Функция	Описание
$\max(M)$	Возвращает максимальный по значению элемент массива
$\min(M)$	Возвращает минимальный по значению элемент массива

Пример. Создать матрицу B размером 2×2 .

Выполнить над матрицей следующие действия:

- вычислить определитель;
- транспонировать;
- вычислить обратную матрицу.

$ORIGIN := 1$

$$B := \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} -0.176 & 0.147 \\ 0.059 & 0.118 \end{pmatrix}$$

Пример. Создать матрицы $D(2 \times 2)$ и $C(2 \times 3)$.

Выполнить над матрицами следующие действия:

- перемножить матрицы и результат записать в матрицу A ;
- объединить матрицы D и C по строкам;
- объединить матрицу D и транспонированную матрицу C по столбцам;
- найти минимальный элемент матрицы D .

$ORIGIN := 1$

Создаем матрицы:

$$D := \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & 8 \end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix} 3 & -5 & 7 \\ -4 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

Выполняем вычисления:

$$A := D \cdot C \quad A = \begin{pmatrix} -12 & -8 & 82 \\ -35 & 21 & 65 \end{pmatrix} \quad \text{произведение матриц}$$

$$\text{augment}(D, C) = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 3 & -5 & 7 \\ -1 & 8 & -4 & 2 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{объединение матриц по строкам}$$

$$\text{stack}(D, C^T) = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & 8 \\ 3 & -4 \\ -5 & 2 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{объединение матриц по столбцам}$$

Пример. Создать вектор S , состоящий из пяти элементов, при помощи ранжированной переменной. Выполнить сортировку элементов вектора по возрастанию, а затем в обратном порядке.

$ORIGIN := 1$

$i := 1..5$

$S_i :=$

-10
5
9
-5
18

Сортировка элементов вектора по возрастанию:

$$sort(S) = \begin{pmatrix} -10 \\ -5 \\ 5 \\ 9 \\ 18 \end{pmatrix}$$

Сортировка элементов вектора по убыванию:

$$reverse(sort(S)) = \begin{pmatrix} 18 \\ 9 \\ 5 \\ -5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Поиск суммы и произведения элементов массивов

Для поиска суммы или произведения элементов массивов используются операторы, расположенные в панели **Calculus** (Математический анализ), описанные в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Операторы суммы и произведения

Оператор	Описание
$\sum_{n=1}^m$	Суммирование элементов массива по указанным индексам
$\prod_{n=1}^m$	Перемножение элементов массива по указанным индексам

Пример. В матрице A , состоящей из 5 строк и 4 столбцов, найти сумму и произведение всех элементов, сумму элементов 2-го столбца и произведение элементов 3-й строки.

$ORIGIN := 1$

$i := 1..5 \quad j := 1..4$

Формирование матрицы случайными целыми числами в диапазоне [-4; 6]

$A_{i,j} := round(rnd(10) - 4, 0)$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 & -3 \\ 6 & -3 & -4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вычисление суммы и произведения всех элементов матрицы:

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 A_{i,j} = 21 \quad \prod_{i=1}^5 \prod_{j=1}^4 A_{i,j} = -5.599 \times 10^7$$

Вычисление суммы элементов 2-го столбца:

$$\sum_{i=1}^5 A_{i,2} = -4$$

Вычисление произведения элементов 3-й строки:

$$\prod_{j=1}^4 A_{3,j} = 12$$

Вычисление суммы, произведения и количества элементов массивов, удовлетворяющих заданному условию

Поиск суммы положительных значений в векторе F , состоящем из n -элементов	Поиск произведения положительных значений в векторе F , состоящем из n -элементов	Поиск количества положительных значений в векторе F , состоящем из n -элементов
$\sum_{i=1}^n \text{if}(F_i > 0, F_i, 0)$	$\prod_{i=1}^n \text{if}(F_i > 0, F_i, 1)$	$\sum_{i=1}^n \text{if}(F_i > 0, 1, 0)$
Поиск суммы положительных значений в матрице G , состоящей из n строк и m столбцов	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \text{if}(G_{i,j} > 0, G_{i,j}, 0)$	
Поиск произведения положительных значений в матрице G , состоящей из n строк и m столбцов	$\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^m \text{if}(G_{i,j} > 0, G_{i,j}, 1)$	
Поиск количества положительных значений в матрице G , состоящей из n строк и m столбцов	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \text{if}(G_{i,j} > 0, 1, 0)$	

Для отбора элементов массива, удовлетворяющих заданному условию, используется условная функция *if*, имеющая следующий формат:

if(условие, действие_true, действие_false).

Принцип работы функции *if*: проверяется условие, если оно истинно, то выполняется действие_true, если оно ложно, то выполняется действие_false.

Условие – логическое выражение, результатом вычисления которого является истина – 1, или ложь – 0. Условия делятся на простые и составные.

Простые условия записываются при помощи операций сравнения: >, <, =, ≥, ≤, ≠. Составные условия состоят из простых, связанных логическими

операциями: $\neg$ – логическое отрицание, $\wedge$ – логическое умножение, $\vee$ – логическое сложение

Для формирования условия используются операции сравнения и логические операции, расположенные на панели **Boolean** (Булева алгебра).

Пример. В матрице *A*, состоящей из 5 строк и 4 столбцов, найти сумму, произведение и количество четных положительных элементов матрицы, произведение и количество элементов 3-го столбца, не равных числу *d*, и сумму элементов 4-й строки, попадающих в интервал [3; 5].

ORIGIN := 1

i := 1..5 *j* := 1..4

Формирование матрицы случайными целыми числами в диапазоне [-4; 6]

$A_{i,j} := \text{round}(\text{rnd}(10) - 4, 0)$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 & -3 \\ 4 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 6 & 3 & -2 & 4 \\ 1 & -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Поиск суммы, произведения и количества четных положительных элементов матрицы:

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 \text{if}(A_{i,j} > 0 \wedge \text{mod}(A_{i,j}, 2) = 0, A_{i,j}, 0) = 20 \quad \text{сумма}$$

$$\prod_{i=1}^5 \prod_{j=1}^4 \text{if}(A_{i,j} > 0 \wedge \text{mod}(A_{i,j}, 2) = 0, A_{i,j}, 1) = 768 \quad \text{произведение}$$

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 \text{if}(A_{i,j} > 0 \wedge \text{mod}(A_{i,j}, 2) = 0, 1, 0) = 5 \quad \text{количество}$$

Поиск количества и произведения элементов 3-го столбца,
на равных числу d

$d := 0$

$$\prod_{i=1}^5 \text{if}(A_{i,3} \neq d, A_{i,3}, 1) = -48 \quad \sum_{i=1}^5 \text{if}(A_{i,3} \neq d, A_{i,3}, 0) = 7$$

Поиск суммы элементов 4-й строки, значения которых
попадают в интервал $[3; 5]$

$$\sum_{j=1}^4 \text{if}(3 \leq A_{4,j} \leq 5, A_{4,j}, 0) = 7$$

Примечание – В примере для определения четности значения элемента матрицы была использована функция **mod**(arg1, arg2), результатом которой является остаток от деления двух целых чисел.

Пример. В векторе B , состоящем из 5 элементов, найти сумму, произведение и количество кратных числу 3 значений, имеющих четный индекс.

$ORIGIN := 1$

$i := 1..5 \quad B_i := \text{round}(\text{rnd}(12) - 3, 0)$

$B^T = (3 \ 6 \ -1 \ 3 \ 5)$

$$\sum_{i=1}^5 \text{if}(\text{mod}(B_i, 3) = 0 \wedge \text{mod}(i, 2) = 0, B_i, 0) = 9 \quad \text{сумма}$$

$$\sum_{i=1}^5 \text{if}(\text{mod}(B_i, 3) = 0 \wedge \text{mod}(i, 2) = 0, 1, 0) = 2 \quad \text{количество}$$

$$\prod_{i=1}^5 \text{if}(\text{mod}(B_i, 3) = 0 \wedge \text{mod}(i, 2) = 0, B_i, 1) = 18 \quad \text{произведение}$$

Решение линейных систем уравнений

Метод обратной матрицы. В систему *MathCAD* встроены средства для решения как линейных, так и нелинейных систем уравнений. Для решения систем линейных уравнений (2.1) применяют метод обратной матрицы.

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n = b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n = b_m \end{cases} \quad (2.1)$$

Для заданной системы уравнений (2.1) вектор решений $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$ находится

по формуле

$$x = A^{-1} \cdot B, \quad (2.2)$$

где A – матрица коэффициентов при неизвестных,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

B – вектор-столбец свободных членов,

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Пример. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ x + y - z = 0 \\ 4x - y + 5z = 3 \end{cases}$ методом

обратной матрицы.

ORIGIN := 1

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad X := A^{-1} \cdot B \quad X = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Метод Гаусса. Для решения систем линейных уравнений (2.1) применяют метод Гаусса.

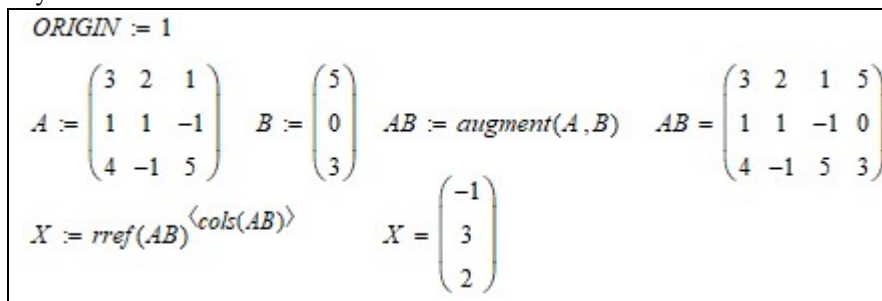
Для заданной системы уравнений (2.1) вектор решений $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$ находится

по формуле

$$x := rref(AB)^{\langle cols(AB) \rangle}, \quad (2.5)$$

где AB – матрица, полученная объединением A и B по строкам.

Пример. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} 3x + 2y + z = 5 \\ x + y - z = 0 \\ 4x - y + 5z = 3 \end{cases}$ методом Гаусса.



$ORIGIN := 1$
 $A := \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad AB := augment(A, B) \quad AB = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$
 $X := rref(AB)^{\langle cols(AB) \rangle} \quad X = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Цель работы – изучить векторные и матричные операторы и функции и применить полученные знания на практике.

2.2 Порядок выполнения работы

- 1 Загрузить *MathCAD*.
- 2 Ввести в поле документа текст: «Работа с массивами»
- 3 Ввести текст: «Задание 1».
- 4 В соответствии с вариантом выполнить задание 1.
- 5 Выполнить остальные задания работы.
- 6 Создать верхний колонтитул: ввести по левому краю ФИО, по центру – вариант, по правому краю – группу.
- 7 Создать нижний колонтитул: ввести по центру нумерацию страниц.
- 8 Отформатировать документ:
 - переменные выделить шрифтом: размер – 11, начертание – полужирное;
 - константы выделить шрифтом: размер – 9, начертание – курсивное.

- 9 Установить параметры страниц документа: все поля – 15 мм.
- 10 Сохранить документ в файл *math_2* в папку *MathCAD*.
- 11 Показать преподавателю.

Задание 1. Выполнить задания, сопровождая решение текстовыми комментариями.

Задать **при помощи шаблона** две матрицы A и B , размерностью 5×5 так, чтобы определители были не равны нулю, и вектор C **при помощи генератора случайных чисел**, размером 5.

Найти следующие матрицы: A^{-1} , AA^{-1} , $A^{-1}A$, A^T , B^T , AB , BA , A^TB^T , $2(A+B)$.

Проиллюстрировать использование **всех** встроенных функций над векторами и матрицами, описанными в теоретической части.

Задание 2. Найти решения системы линейных уравнений методом обратной матрицы и методом Гаусса. Задание взять из таблицы 2.6.

Таблица 2.6 – Задание 2

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$\begin{cases} 12a = 3b + 1 \\ 4b + c = 4 \\ a + 5b - 7c - 6 = 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 3a = b + 3c \\ a - c = 2 \\ a + b + c = 11 \end{cases}$
2	$\begin{cases} a_1 + 4a_2 = 2 - a_3 \\ 2a_1 = 3 \\ 11a_1 + 3a_2 = 4 - 7a_3 \end{cases}$	7	$\begin{cases} 3a - b + 5c = 12 \\ a - 3c = 2b \\ 2a + b = 12 \end{cases}$
3	$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_3 = 3 \\ \sqrt{2}x_1 + \sqrt{4}x_2 = -3 - 2x_3 \\ x_1 + \frac{1}{3}x_2 = 0 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 3a = b \\ a + 2b = 2c \\ a - b - c = 4 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 1,5a + 2b = 1 - 2c \\ 2c - 2 = 0 \\ a + 2,5b - 4c = \frac{1}{2} \end{cases}$	9	$\begin{cases} \ln(3)a_1 + \frac{1}{3}a_2 = 1 - a_3 \\ \ln(9)a_2 = 4 \\ a_1 - 2a_2 = 7 - \ln(12)a_3 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sin(2)x_1 + 2x_3 = 0,5 \\ x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 1,5 - \cos(2)x_3 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 3a_1 + \frac{1}{3}a_2 + \sqrt{3}a_3 = 13 \\ \sqrt{2}a_1 = 14 - \frac{1}{2}a_3 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 15 \end{cases}$

Окончание таблицы 2.6

Вариант	Задание	Вариант	Задание
11	$\begin{cases} 3b_1 + 2b_2 = \frac{1}{3} - b_3 \\ b_2 = \frac{1}{2} \\ b_1 + 2b_2 + 3b_3 = 1 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 2b_1 - 4b_2 = 1 \\ \sqrt{2}b_1 = 2 - \sqrt{4}b_3 \\ \cos(2)b_1 + \sin(2)b_2 = 0 \end{cases}$
12	$\begin{cases} 4x_1 + \sin(4)x_3 = 2 - 2x_2 \\ 2x_2 = 4 - \cos(2)x_3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 6a - b - 3c = 4 \\ a + 2c - 4b = 12 \\ a - c = 11 + b \end{cases}$
13	$\begin{cases} \frac{4}{5}a + b = 10 \\ a + \frac{5}{4}b + \sqrt{3}c - 20 = 0 \\ 2b = 30 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 5a = 2b - 3c \\ a = 2c + 4b \\ a + b + c = 1 \end{cases}$

Задание 3. Решить поставленную задачу. Задание взять из таблицы 2.7.

Таблица 2.7 – Задание 3

Вариант	Задание
1	В массиве A , состоящем из 5 строк и 6 столбцов, найти произведение всех элементов, сумму не равных числу d элементов второй строки, минимальный элемент в последнем столбце
2	В массиве B , состоящем из 4 строк и 5 столбцов, найти сумму всех элементов, количество равных числу d элементов первого столбца, максимальный элемент в третьей строке
3	В массиве S , состоящем из 6 строк и 5 столбцов, найти среднее арифметическое всех элементов, произведение кратных числу 3 элементов третьей строки, минимальный элемент в первом столбце
4	В массиве B , состоящем из 5 строк и 7 столбцов, найти количество отрицательных элементов, произведение четных элементов второго столбца, максимальный элемент в первой строке
5	В массиве AA , состоящем из 7 строк и 5 столбцов, найти произведение всех элементов, сумму меньших числа d элементов третьей строки, минимальный элемент в первом столбце
6	В массиве F , состоящем из 5 строк и 8 столбцов, найти сумму всех элементов, количество больших числа d элементов третьего столбца, максимальный элемент в первой строке
7	В массиве Z , состоящем из 4 строк и 6 столбцов, найти среднее арифметическое нечетных элементов, произведение не равных 0 элементов второй строки, минимальный элемент в первом столбце

Окончание таблицы 2.7

Вариант	Задание
8	В массиве BB , состоящем из 5 строк и 7 столбцов, найти количество не отрицательных элементов, произведение кратных числу f элементов первого столбца, максимальный элемент во втором столбце
9	В массиве G , состоящем из 6 строк и 5 столбцов, найти количество не равных 0 элементов, среднее арифметическое кратных числу 4 элементов первой строки, минимальный элемент в третьем столбце
10	В массиве Q , состоящем из 7 строк и 6 столбцов, найти сумму всех элементов, находящихся в четных строках, количество равных числу a элементов второго столбца, максимальный элемент в первой строке
11	В массиве S , состоящем из 5 строк и 4 столбцов, найти среднее арифметическое элементов, находящихся в нечетных столбцах, произведение не кратных числу 3 элементов второй строки, минимальный элемент в третьем столбце
12	В массиве BC , состоящем из 6 строк и 7 столбцов, найти количество неположительных элементов, произведение кратных числу 5 элементов четвертого столбца, максимальный элемент во второй строке
13	В массиве AD , состоящем из 5 строк и 8 столбцов, найти произведение всех элементов, количество элементов 6-го столбца кратных числу d , минимальный элемент в первой строке
14	В массиве DB , состоящем из 4 строк и 5 столбцов, найти сумму всех элементов, среднее арифметическое четных элементов последнего столбца, максимальный элемент в третьей строке
15	В массиве SF , состоящем из 6 строк и 5 столбцов, найти сумму всех элементов, произведение не кратных числу 7 элементов последней строки, минимальный элемент в четвертом столбце
16	В массиве BH , состоящем из 5 строк и 7 столбцов, найти количество отрицательных четных элементов, произведение элементов первого столбца, равных числу b , максимальный элемент в четвертой строке

3 РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

3.1 Краткие сведения из теории

В систему *MathCAD* встроены средства для решения различных уравнений и систем.

Поиск корня нелинейного уравнения

Многие уравнения и системы из них не имеют аналитических решений. Однако они могут решаться численными методами с заданной погрешностью. Погрешность вычислений задается системной переменной TOL .

Для простейших уравнений вида $f(x) = 0$ решение находится с помощью функции *root* (выражение, имя переменной).

Здесь <выражение> – уравнение, корень которого надо найти;
<имя переменной> – переменная – корень уравнения.

Функция *root* возвращает с заданной точностью значение переменной, при котором выражение равно 0.

Функция реализует вычисления итерационным методом, поэтому перед ее применением необходимо задать начальное значение переменной, которое является приближенным значением корня уравнения. Это особенно важно, если уравнение имеет несколько корней. Тогда результат поиска конкретного корня определяется выбором начального значения переменной.

Приближенное значение корня можно определить из предварительно построенного графика функции или аналитически, исходя из заданной функциональной зависимости.

Функция *root* может записываться и в другом формате:

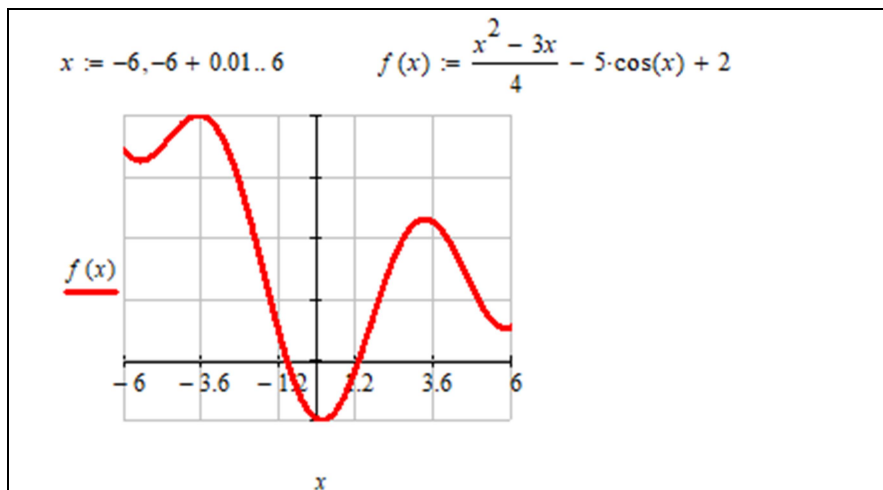
root (выражение, имя переменной, *a*, *b*)

Здесь *a* и *b* – начало и конец интервала, в пределах которого осуществляется поиск **единственного на заданном интервале** корня уравнения.

При таком использовании функции нет необходимости задавать приближенное значение корня, поскольку оно определено в заданном интервале [*a*, *b*].

Примечание – Уравнение, записанное в виде $f(x) = g(x)$, необходимо преобразовать к виду $f(x) - g(x) = 0$.

Пример. Найти все корни уравнения $\frac{x^2 - 3x}{4} = 5 \cdot \cos(x) - 2$ на интервале $[-6; 6]$. Отметить найденные корни на графике.



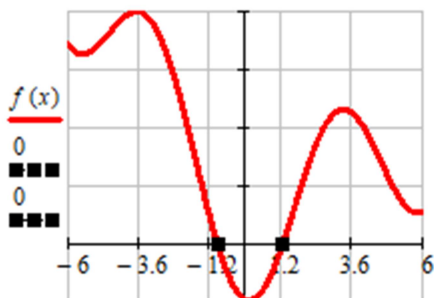
$x1 := -1$ приближенное значение первого корня
(определили по графику)

$root(f(x1), x1) = -0.944$ найденный корень 1

$x2 := 1.2$ приближенное значение второго корня
(определили по графику)

$root(f(x2), x2) = 1.277$ найденный корень 2

Отметим найденные корни на том же графике



$x, -0.944, 1.277$

Пример. Найти единственный корень уравнения $\cos\left(\frac{x}{4} + 4\right) = 0$ на интервале $[0; 8]$.

$$root\left(\cos\left(\frac{x}{4} + 4\right), x, 0, 8\right) = 2.85$$

Примечания

- 1 Тип графика при построении второй и третьей кривой на графике – точки.
- 2 В примерах корни на графике были отмечены после того, как были найдены их значения.

Поиск корней многочлена

Многочленами (полиномами) относительно переменной x называются выражения вида $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$,

где n – неотрицательное целое число;

a_k ($k = 0, 1, \dots, n$) – некоторые числа.

Числа a_k называют коэффициентами многочлена. Коэффициент a_0 называют свободным членом, коэффициент a_n – старшим коэффициентом.

Если $a_n \neq 0$, то число n называют степенью многочлена.

Для поиска корней обычного многочлена $p(x)$ *MathCAD* поддерживает функцию **polyroots(V)**. Она возвращает вектор всех корней многочлена степени n , коэффициенты которого находятся в векторе V , имеющем длину (количество элементов) $= n + 1$.

В общем виде нахождение корней многочлена сводится к выполнению следующих действий:

1 Составляется вектор-столбец V из коэффициентов многочлена:

$$V = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix}$$

2 Осуществляется непосредственный поиск корней многочлена функцией **polyroots(V)**.

Примечания

1 Корни многочлена могут быть как вещественными, так и комплексными числами.

2 Не рекомендуется использовать эту функцию, если степень многочлена выше шестой, так как трудно достигнуть малой погрешности в вычислениях.

3 Вектор-столбец коэффициентов многочлена можно формировать вручную или использовать специальную команду **Symbolics** (Символьные операции) – **Polynomial Coefficients** (Полиномиальные коэффициенты).

Пример. Решить уравнение $x^3 - 2x^2 = 5x + 25$.

$$f(x) := x^3 - 2x^2 - 5x - 25$$

$$v := \begin{pmatrix} -25 \\ -5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -1.208 + 2.05i \\ -1.208 - 2.05i \\ 4.415 \end{pmatrix}$$

Проверка: $f(4.415) = -1.277 \times 10^{-3}$

Пример. Решить уравнение $x^3 - 2x + 12 = 32 + 5x$.

$$f(x) := x^3 - 2 \cdot x + 12 - 32 - 5 \cdot x$$

$$v := \begin{pmatrix} -20 \\ -7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -1.777 - 1.572i \\ -1.777 + 1.572i \\ 3.554 \end{pmatrix}$$

Проверка $f(3.554) = 0.012$

Решение систем нелинейных уравнений

При решении систем нелинейных уравнений используется специальный вычислительный блок, открываемый служебным словом **Given** и имеющий следующую структуру:

Начальные условия

Given

Ограничительные условия

Выражения с функциями **Find**, **Minerr**

Начальные условия определяют начальные значения искомых переменных и задаются в следующем виде:

<имя переменной> := <значение>

Если переменных несколько, то используется векторное представление для начальных условий.

Уравнения задаются в следующем виде:

<выражение 1> = <выражение 2>

Для набора знака равенства в данном случае используется комбинация клавиш **Ctrl** = («жирное равно»).

Ограничительные условия задаются в виде неравенств или равенств, которые должны выполняться при решении системы уравнений.

Функции для решения систем нелинейных уравнений:

Find() – возвращает вектор точных решений системы уравнений.

Minerr() – возвращает вектор приближенных решений системы уравнений.

Примечание – Начальные условия определяются аналитически или, если это возможно, графически.

Пример. Найти хотя бы одно решение системы уравнений

$$\begin{cases} xy = 6 \\ xz = 10 \\ yz = 15 \end{cases}$$

$x := 1$	$y := 1$	$z := 1$	Приближенные решения системы: определили аналитически
----------	----------	----------	--

Given

$$x \cdot y = 6$$

$$x \cdot z = 10$$

$$y \cdot z = 15$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} := \text{Find}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

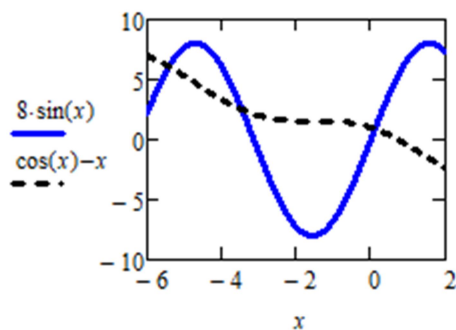
Проверка:

$$x \cdot y = 6$$

Пример. Найти все решения системы уравнений $\begin{cases} y = 8\sin(x) \\ y + x = \cos(x) \end{cases}$, при заданных ограничениях $x \in [-6; 2]$. Начальные условия определить графически.

Выразим y из каждого уравнения и построим графики соответствующих кривых в одной координатной плоскости:

$$x := -6, -6 + 0.0001.. 2$$



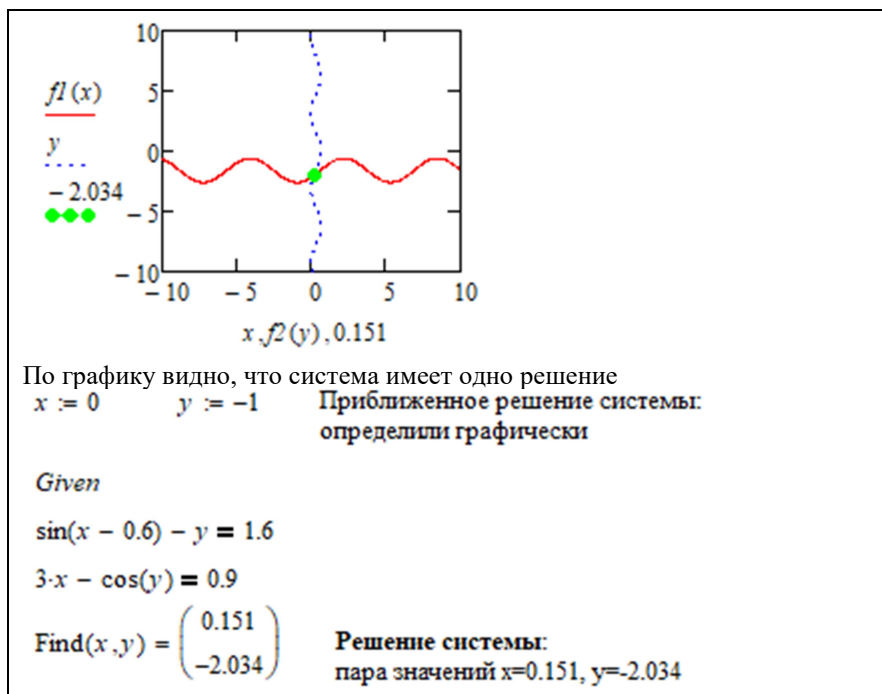
По графику видно, что кривые пересекаются три раза, следовательно, система имеет три решения. Найдем эти решения

$x := -6 \quad y := 5$ <i>Given</i> $y = 8 \cdot \sin(x)$ $y + x = \cos(x)$ $Find(x, y) = \begin{pmatrix} -5.421 \\ 6.072 \end{pmatrix}$	Первое приближенное решение системы: определили графически Первое решение системы: пара значений $x=-5.421, y=6.072$
$x := -3 \quad y := 3$ <i>Given</i> $y = 8 \cdot \sin(x)$ $y + x = \cos(x)$ $Find(x, y) = \begin{pmatrix} -3.461 \\ 2.511 \end{pmatrix}$	Второе приближенное решение системы: определили графически Второе решение системы: пара значений $x=-3.461, y=2.511$
$x := 0 \quad y := 1$ <i>Given</i> $y = 8 \cdot \sin(x)$ $y + x = \cos(x)$ $Find(x, y) = \begin{pmatrix} 0.111 \\ 0.883 \end{pmatrix}$	Третье приближенное решение системы: определили графически Третье решение системы: пара значений $x=0.111, y=0.833$

Примечание – Функции *Find()* и *Minerr()* можно применять и для нахождения корней уравнения.

Пример. Решить систему уравнений $\begin{cases} \sin(x - 0,6) - y = 1,6 \\ 3x - \cos(y) = 0,9 \end{cases}$. Отметить найденные решения на графике.

$f1(x) := \sin(x - 0.6) - 1.6$ $f2(y) := \frac{0.9 + \cos(y)}{3}$
--



Цель работы – освоить правила решения уравнений и систем уравнений в *MathCAD* и научиться грамотно применять их для решения конкретных прикладных задач.

3.2 Порядок выполнения работы

- 1 Загрузить *MathCAD*.
- 2 Ввести в поле документа текст: «Решение уравнений и систем уравнений».
- 3 Ввести текст: «Задание 1».
- 4 В соответствии с вариантом выполнить задание 1.
- 5 Решить остальные задания работы.
- 6 Создать верхний колонтитул: ввести по левому краю ФИО, по центру – вариант, по правому краю – группу.
- 7 Создать нижний колонтитул: ввести по центру нумерацию страниц.
- 8 Отформатировать документ:
 - переменные выделить шрифтом: размер – 11, начертание – полужирное;
 - константы выделить шрифтом: размер – 9, начертание – курсивное.
- 9 Установить параметры страниц документа: все поля – 15 мм.
- 10 Сохранить документ в файл *math_3* в папку *MathCAD*.
- 11 Показать преподавателю.

Задание 1. Найти все корни уравнения на заданном интервале. Показать найденные решения на графике. Отформатировать построенный график: задать линии сетки – по 5 на каждой оси, толщину линии – 2. Вариант задания взять из таблицы 3.1.

Таблица 3.1 – Задание 1

Вариант	Задание
1	$\sin(x-2) - \frac{x}{5} = 0, \quad x \in [-5; 5]$
2	$\cos(x+1) - \sqrt{x} + 3 = 0, \quad x \in [5; 15]$
3	$\arccos\left(\frac{x}{16}\right) + x^2 - 50 = 0, \quad x \in [-10; 10]$
4	$\ln(x+2) + \cos(x) - 1 = 0, \quad x \in [-1; 5]$
5	$\ln x^2 + 2 + x = 0, \quad x \in [-2; 2]$
6	$\sin(x + \sqrt{x}) - \frac{1}{3} = 0, \quad x \in [0; 2]$
7	$\frac{1}{e^x} + 2000 \cos(x) - 2 = 0, \quad x \in [-5; 4]$
8	$x^3 \cos(x) - 100 = 0, \quad x \in [-9; 9]$
9	$x^2 + 10 \sin(2x) = 0, \quad x \in [-2; 4]$
10	$5 \cos(5x) \sqrt{x} = 0, \quad x \in [2; 4]$
11	$\ln(x) \sin(x) = 0, \quad x \in [2; 10]$
12	$\ln(x) + \cos(x) - 2,5 = 0, \quad x \in [4; 8]$
13	$10 \sin(x) + 5 \ln(x) = 0, \quad x \in [2; 8]$
14	$\cos(x - \sqrt{x}) = 0, \quad x \in [2; 8]$
15	$x^2 - 15 \cos(x) = 0, \quad x \in [-5; 5]$
16	$\frac{e^x}{100} + \sin(x) = 0, \quad x \in [-10; -2]$

Задание 2. Найти корни многочлена. Полученные значения отобразить на графике. Вариант задания взять из таблицы 3.2.

Таблица 3.2 – Задание 2

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$p(x) = -15x^4 + 10x + 5$	3	$p(x) = -9x^3 + 3x + \frac{1}{5}$
2	$p(x) = -2x^4 + 10x^2 + 3x$	4	$p(x) = -7x^4 - 7x + 15$

Окончание таблицы 3.2

Вариант	Задание	Вариант	Задание
5	$p(x) = 2x^4 + 4x - 14$	11	$p(x) = 23x^3 - x + 5$
6	$p(x) = x^5 - 12x^3 - 4$	12	$p(x) = x^4 - 2x^2 - 32$
7	$p(x) = -3x^4 + x^2 + 12$	13	$p(x) = -2x^4 - 2x^2 + 5$
8	$p(x) = 6x^4 - 2x^2 + 12x$	14	$p(x) = 4x^3 - 2x + 1$
9	$p(x) = -12x^4 + \frac{x}{6} + 5$	15	$p(x) = 2x^4 + 3x^3 - 3x$
10	$p(x) = x^4 + 14x^3 - 2$	16	$p(x) = x^3 + 6x - 13$

Задание 3. Найти все решения системы уравнений при заданных ограничениях. Начальные условия определить по графику. Выполнить проверку. Задание взять из таблицы 3.3.

Таблица 3.3 – Задание 3

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$\begin{cases} x^2 + yx = 15 & x \in [-5; 5] \\ 3xy - x^2 = 2 \end{cases}$	7	$\begin{cases} xy - y = x^3 \\ 20 \sin\left(\frac{x}{2}\right) = y - 8 & x \in [-5; 5] \end{cases}$
2	$\begin{cases} xy - x + y = 7 & x \in [-5; 8] \\ xy + x - 2y = 13 \end{cases}$	8	$\begin{cases} \frac{1}{x^2} = y - 2 \\ 80 \cos(x) = y + \ln(x) & x \in [1; 5] \end{cases}$
3	$\begin{cases} x^2 + 2y = 16 & x \in [-5; 6] \\ y = \frac{2}{x + \sin(x)} \end{cases}$	9	$\begin{cases} \sqrt{x} = \frac{y}{\sin(x)} \\ y = \ln(x) + 4 \cos(x) & x \in [1; 8] \end{cases}$
4	$\begin{cases} \ln(x-1) = y & x \in [0; 3] \\ \sin(x) = y \end{cases}$	10	$\begin{cases} \frac{\sqrt{x}}{y} = \frac{1}{10 \cos(x)} & x \in [1; 8] \\ y - 1 = \sin(x) - x \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sin(2x) = xy + 2y & x \in [-3; 1] \\ 2x = y \end{cases}$	11	$\begin{cases} 10 \sin\left(\frac{x}{4}\right) = y & x \in [0; 5] \\ 2x = y + 10 \cos(x) \end{cases}$
6	$\begin{cases} \cos(x) = y - \sqrt{x} & x \in [1; 8] \\ 2 \ln(x) = 2y - 1 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 2 \sin(x) - y = \ln(x) & x \in [0; 5] \\ 4 \cos(x) = y + 1 \end{cases}$

Окончание таблицы 3.3

Вариант	Задание	Вариант	Задание
13	$\begin{cases} x + \sqrt{x} = 2y + \frac{xy}{2} & x \in [1; 8] \\ \sqrt{x} + 2\cos(x) = y \end{cases}$	15	$\begin{cases} x = \frac{y}{x} & x \in [0; 4] \\ x + 1 = 5\cos(x) + y \end{cases}$
14	$\begin{cases} \frac{y}{\ln(x)} = 1 \\ \sin(x) = y - \sqrt{x} & x \in [3; 9] \end{cases}$	16	$\begin{cases} y = x^3 & x \in [-4; 11] \\ 10x^2 - \cos(x) = 90 + y \end{cases}$

Задание 4. Найти решения системы линейных уравнений методом обратной матрицы и при помощи блока Given..Find. Вариант задания взять из таблицы 3.4.

Таблица 3.4 – Задание 4

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$\begin{cases} 12a = 3b + 1 \\ 4b + c = 4 \\ a + 5b - 7c - 6 = 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 3a = b + 3c \\ a - c = 2 \\ a + b + c = 11 \end{cases}$
2	$\begin{cases} a_1 + 4a_2 = 2 - a_3 \\ 2a_1 = 3 \\ 11a_1 + 3a_2 = 4 - 7a_3 \end{cases}$	7	$\begin{cases} 3a - b + 5c = 12 \\ a - 3c = 2b \\ 2a + b = 12 \end{cases}$
3	$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_3 = 3 \\ \sqrt{2}x_1 + \sqrt{4}x_2 = -3 - 2x_3 \\ x_1 + \frac{1}{3}x_2 = 0 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 3a = b \\ a + 2b = 2c \\ a - b - c = 4 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 1.5a + 2b = 1 - 2c \\ 2c - 2 = 0 \\ a + 2.5b - 4c = \frac{1}{2} \end{cases}$	9	$\begin{cases} \ln(3)a_1 + \frac{1}{3}a_2 = 1 - a_3 \\ \ln(9)a_2 = 4 \\ a_1 - 2a_2 = 7 - \ln(12)a_3 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sin(2)x_1 + 2x_3 = 0.5 \\ x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 1.5 - \cos(2)x_3 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 3a_1 + \frac{1}{3}a_2 + \sqrt{3}a_3 = 13 \\ \sqrt{2}a_1 = 14 - \frac{1}{2}a_3 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 15 \end{cases}$

Окончание таблицы 3.4

Вариант	Задание	Вариант	Задание
11	$\begin{cases} 3b_1 + 2b_2 = \frac{1}{3} - b_3 \\ b_2 = \frac{1}{2} \\ b_1 + 2b_2 + 3b_3 = 1 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 2b_1 - 4b_2 = 1 \\ \sqrt{2}b_1 = 2 - \sqrt{4}b_3 \\ \cos(2)b_1 + \sin(2)b_2 = 0 \end{cases}$
12	$\begin{cases} 4x_1 + \sin(4)x_3 = 2 - 2x_2 \\ 2x_2 = 4 - \cos(2)x_3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 6a - b - 3c = 4 \\ a + 2c - 4b = 12 \\ a - c = 11 + b \end{cases}$
13	$\begin{cases} \frac{4}{5}a + b = 10 \\ a + \frac{5}{4}b + \sqrt{3}c - 20 = 0 \\ 2b = 30 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 5a = 2b - 3c \\ a = 2c + 4b \\ a + b + c = 1 \end{cases}$

4 ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И РАЗВЕТВЛЯЮЩИХСЯ АЛГОРИТМОВ

4.1 Краткие сведения из теории

Любой алгоритм вычисления в *MathCAD* можно реализовать двумя способами.

1 Программирование в тексте документа. Данный способ предполагает вставку в документ операторов и функции, определенных в *MathCAD* и необходимых для решения задачи.

2 Программирование в программе-функции. Данный способ предполагает использование программы-функции, определенной пользователем. Применяется для решения задач, которые невозможно реализовать, используя только операторы и функции *MathCAD*.

Программирование с использованием программы-функции

Программирование в программе-функции состоит из двух этапов:

- описание программы-функции;
- вызов программы-функции.

Описание программы-функции и локального оператора присваивания

Перед тем как использовать программу-функцию, ее нужно определить (описать). Описание включает в себя имя программы-функции, список фор-

мальных параметров, тело программы-функции и осуществляется по следующей схеме:

$$\text{имя функции(список формальных параметров)} := \left. \begin{array}{l} \text{оператор 1} \\ \text{оператор 2} \\ \dots \\ \text{оператор } n \end{array} \right\},$$

где <имя функции> – правильный идентификатор *MathCAD*;

<список формальных параметров> – определяет параметры, через которые в программу-функцию передаются данные, необходимые для выполнения вычислений внутри нее. В качестве формальных параметров могут использоваться имена переменных, массивов и функций;

<тело функции> включает любое число операторов: локальных операторов присваивания, условных операторов и операторов цикла, а также вызов других программ-функций и функций пользователя.

Примечания

1 Программа-функция может не иметь формальных параметров, и тогда данные передаются через имена переменных, определенных выше описания программы-функции.

2 Для ввода вертикальной черты, определяющей тело программы-функции, используется команда **Add Line** (Добавить строку программы) на панели **Programming** (Программирование) или прямая открывающая скобка на клавиатуре «{».

3 При определении значений переменных в теле программы-функции используется локальный оператор присваивания «←», который вводится нажатием соответствующей командной кнопки на панели **Programming** (Программирование) или на клавиатуре «{».

4 <Оператор *n*> в теле программы-функции определяет (**всегда**) возвращаемое ею значение.

5 Удаление того или иного оператора в теле программы-функции осуществляется командой **Delete**.

Пример. Описать функцию, вычисляющую площадь треугольника по формуле Герона.

$$s(a, b, c) := \left\{ \begin{array}{l} p \leftarrow \frac{a + b + c}{2} \\ s1 \leftarrow \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)} \\ s1 \end{array} \right.$$

Примечание – В приведенном примере формальными параметрами являются простые переменные *a*, *b*, *c*, тело программы включает два локальных оператора присваивания, а значение переменной *s1* определяет возвращаемый через имя функции результат выполнения программы-функции.

Вызов программы-функции

Для выполнения программы-функции необходимо обратиться к имени программы-функции с указанием списка фактических параметров.

Фактические параметры – это конкретные значения, при которых осуществляются вычисления в теле программы. Фактические параметры отделяются друг от друга запятой.

Между фактическими и формальными параметрами должно быть соответствие:

- по количеству;
- порядку следования;
- типу.

Соответствие по типу означает:

- если формальным параметром является переменная, то в качестве фактического параметра могут использоваться константа, переменная, арифметическое выражение;
- если формальным параметром является вектор или матрица, то фактическим должен быть вектор или матрица;
- если формальным параметром является имя встроенной функции или другой программы, то и фактическим параметром должен являться тот же объект.

Примечание – Обращение к программе-функции должно выполняться после описания программы-функции, и к моменту вызова фактические параметры должны быть определены.

Пример. Обращение к программе $s(a, b, c)$, приведенной выше, может иметь следующий вид:

$s(3, 4, 5) = 6$	$a := 3 \quad b := 4 \quad c := 5$ $s(a, b, c) = 6$
------------------	--

Примечание – Имена фактических параметров при вызове программы-функции могут не совпадать с именами ее формальных параметров.

Программирование в программе-функции линейных алгоритмов

Под линейным алгоритмом понимается вычислительный процесс, в котором действия выполняются в строгой последовательности (друг за другом). Операторы, реализующие этот алгоритм в теле программы-функции, также выполняются последовательно, начиная с первого и заканчивая последним.

Пример. Составить программу-функцию для вычисления корней квадратного уравнения: $ax^2 + bx + c = 0$. Вычислить корни, взяв в качестве параметров константы и переменные.

$qq(a, b, c, sig) :=$	$d \leftarrow b^2 - 4 \cdot a \cdot c$	
	$x \leftarrow \frac{-b + sig \cdot \sqrt{d}}{2 \cdot a}$	
	x	
$qq(2, 5, 2, 1) = -0.5$		первый корень
$qq(2, 5, 2, -1) = -2$		второй корень

Примечание – Программа *qq* имеет четыре параметра. Смысл первых трех понятен, а четвертый определяет знак перед корнем квадратным: задавая $sig = 1$, получаем корень x_1 , при $sig = -1$, получаем корень x_2 .

Программирование в программе-функции разветвляющихся алгоритмов

Процесс вычислений в разветвляющихся алгоритмах зависит от выполнения или невыполнения заданного условия. В данных типах алгоритмов присутствует несколько ветвей вычислительного процесса. Каждая ветвь выполняется, если выполняется какое-то заранее заданное условие.

Условие – это логическое выражение, состоящее из выражений-отношений и (или) связывающих их логических операций и круглых скобок.

Выражения-отношения осуществляют сравнение двух арифметических выражений, двух констант, двух переменных и других данных между собой и составляются согласно схеме

<арифм. выражение 1> <операция отношения> <арифм. выражение 2>

В качестве операций отношения выступают символы, приведенные в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Операции отношения

Знак отношения	Описание	Ввод
>	Больше	>
<	Меньше	<
≥	Больше или равно	Ctrl + 0
≤	Меньше или равно	Ctrl + 9
=	Равно	Ctrl + =
≠	Не равно	Ctrl + 3

Если заданное отношение выполняется, то выражение принимает значение, равное 1 («истина»), в противном случае – 0 («ложь»).

Логические операции

Логическая операция ИЛИ (логическое сложение, объединение). Обозначается знаком $\vee$ и записывается в следующем виде:

<лог. выражение 1> $\vee$ <лог. выражение 2> $\vee$... $\vee$ <лог. выражение n >

Результат операции равен 0, если результаты вычислений всех логических выражений равны 0, и равен 1 для всех остальных результатов исходов.

Логическая операция И (логическое умножение, пересечение). Обозначается знаком $\wedge$ и записывается в следующем виде:

$\langle \text{лог. выражение } 1 \rangle \wedge \langle \text{лог. выражение } 2 \rangle \wedge \dots \wedge \langle \text{лог. выражение } n \rangle$

Результат операции равен 1, если результаты вычислений всех логических выражений равны 1, и равен 0 для всех остальных результатов исходов.

Логическая операция НЕ (логическое отрицание). Вводится знаком $\neg$ и записывается в следующем виде:

$\neg \langle \text{лог. выражение} \rangle$

Результат операции равен 1, если результат вычисления логического выражения равен 0, и наоборот.

Примечания

1 Операция ИЛИ может также вводиться знаком $+$ или комбинацией клавиш Ctrl+Shift+6.

2 Операция И может также вводиться знаком $*$ или комбинацией клавиш Ctrl+Shift+7.

3 Операция НЕ может также вводиться комбинацией клавиш Ctrl+Shift+1.

4 Для ввода знаков отношений и логических операций можно также использовать панель Boolean.

Логическим выражением называется конструкция, составленная из выражений-отношений, логических операций и круглых скобок. Значение логического выражения вычисляется слева направо с учетом приоритета выполнения операций.

Список приоритетов (по их убыванию):

- круглые скобки;
- логическая операция И;
- логическая операция ИЛИ.

Пример. Вычислить значение логического выражения $x \in [0; 5]$.

$f(x) := 0 \leq x \leq 5$	$f(x) := (x \geq 0) \wedge (x \leq 5)$	$f(x) := (x \geq 0) \cdot (x \leq 5)$
$f(4) = 1 \quad f(-6) = 0$	$f(4) = 1 \quad f(-6) = 0$	$f(4) = 1 \quad f(-6) = 0$

Для программирования разветвляющихся алгоритмов в *MathCAD* применяется условная функция **if** и аналогичный условный оператор.

Условная функция

Условная функция реализует один из двух возможных вариантов вычислений, в зависимости от результата проверки условия.

Данная функция записывается в следующем виде:

$$if(<\text{условие}>, <\text{арифм. выраж.1}>, <\text{арифм. выраж.2}>)$$

где $<\text{условие}>$ – логическое выражение;

$<\text{арифм. выраж.}>$ – константа, переменная или арифметическое выражение.

Правило вычисления условной функции: если результатом вычисления условия является значение 1 – «истина», то функция принимает значение, равное значению арифметического выражения 1; если результатом вычисления условия является значение 0 – «ложь», то функция принимает значение, равное значению арифметического выражения 2.

Пример. Вычислить $y(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0 \\ \sin(x), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$.

Построить график указанной функции.

$x := -1, -1 + 0.2..1$ **Задаем область определения функции**

$y(x) := if\left(x \geq 0, \sqrt{x}, \sin\left(\frac{x \cdot 180}{\pi}\right)\right)$ **Определяем функцию**

Вычисляем:

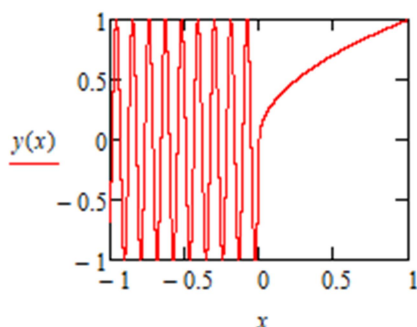
$x =$	$y(x) =$
-1	-0.017
-0.8	-0.014
-0.6	-0.01
-0.4	$-6.981 \cdot 10^{-3}$
-0.2	$-3.491 \cdot 10^{-3}$
0	0
0.2	0.447
0.4	0.632
0.6	0.775
0.8	0.894
1	1

Строим график:

$x := -1, -1 + 0.0001 \dots 1$

Переопределяем x ,

чтобы построить реалистичный график



Условный оператор

Условный оператор используется **только** в теле программы-функции.

Существует два варианта использования условного оператора.

В кратком формате условный оператор записывается так:

`<оператор> if <условие> ,`

где `<оператор>` – один или несколько операторов, которые будут выполнены, если результатом вычисления условия станет значение 1 – «истина»;

`<условие>` – логическое выражение.

Примечание – Если результатом вычисления условия станет значение 0 – «ложь», то программа-функция перейдет к выполнению следующего за оператором условия действия.

В полном формате условный оператор записывается так:

`<оператор 1> if <условие>`
`<оператор 2> otherwise`

где `<оператор 1>` – один или несколько операторов, которые будут выполнены, если результатом вычисления условия станет значение 1 – «истина»;

`<оператор 2>` – один или несколько операторов, которые будут выполнены, если результатом вычисления условия станет значение 0 – «ложь»;

`<условие>` – логическое выражение;

`otherwise` – идентификатор, показывающий, что `<оператор 2>` будет выполнен, только тогда, когда результатом вычисления условия станет значение 0 – «ложь».

Пример. Вычислить $y(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0 \\ \sin(x), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$.

$x := -1, -1 + 0.2 \dots 1$ Задаем область определения функции

Определяем функциональную зависимость

$$y(x) := \begin{cases} \sqrt{x} & \text{if } x \geq 0 \\ \sin\left(\frac{x \cdot 180}{\pi}\right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Вычисляем:

$x =$	$y(x) =$
-1	-0.68
-0.8	-0.96
-0.6	-0.179
-0.4	0.8
-0.2	0.894
0	$-1.272 \cdot 10^{-14}$
0.2	0.447
0.4	0.632
0.6	0.775
0.8	0.894
1	1

Примечание – В программе можно использовать несколько следующих друг за другом условных операторов с одним выражением перед служебным словом *otherwise*.

Пример. Вычислить $y(x) = \begin{cases} \ln(x), & \text{если } x > 0 \\ \cos(x), & \text{если } x \in [-1,5; 0] \\ x^3, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

$x := -3, -3 + 0.3 \dots 3$ Задаем область определения функции

Определяем функциональную зависимость

$$y(x) := \begin{cases} \ln(x) & \text{if } x > 0 \\ \cos(x) & \text{if } -1.5 \leq x \leq 0 \\ x^3 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Вычисляем:

$x =$

$y(x) =$

-3	-27
-2.7	-19.683
-2.4	-13.824
-2.1	-9.261
-1.8	-5.832
-1.5	-3.375
-1.2	0.362
-0.9	0.622
-0.6	0.825
-0.3	0.955
$-1.776 \cdot 10^{-15}$	1
0.3	-1.204
0.6	-0.511
0.9	-0.105
1.2	0.182
...	...

Вычислим значение функции в конкретной точке:

$y(10) = 2.303$

Примечания

1 Функция $y(x)$ получит значение x^3 только тогда, когда не выполняются условия, записанные в двух вышестоящих строках.

2 Если ввести оператор x^3 без слова *otherwise*, то он будет выполняться всегда вне зависимости от выполнения заданных выше условных операторов.

Пример. В зависимости от введенного действия вычислить сумму, произведение или разность двух переменных a и b .

$f(a, b, d) :=$

$rez \leftarrow a + b$	if $d = "+"$
$rez \leftarrow a \cdot b$	if $d = "*"$
$rez \leftarrow a - b$	if $d = "-"$
rez	

$f(3, 4, "+") = 7$

$f(3, 4, "*") = 12$

Цель работы – приобрести базовые навыки программирования в *MathCAD*.

4.2 Порядок выполнения работы

- 1 Загрузить *MathCAD*.
- 2 Ввести в поле документа текст: «Программирование линейных и разветвляющихся алгоритмов»
- 3 Ввести текст: «Задание 1».
- 4 В соответствии с вариантом выполнить задание 1.
- 5 Выполнить остальные задания работы.
- 6 Создать верхний колонтитул: ввести по левому краю ФИО, по центру – вариант, по правому краю – группу.
- 7 Создать нижний колонтитул: ввести по центру нумерацию страниц.
- 8 Отформатировать документ:
 - переменные выделить шрифтом: размер – 11, начертание – полужирное;
 - константы выделить шрифтом: размер – 9, начертание – курсивное.
- 9 Установить параметры страниц документа: все поля – 15 мм.
- 10 Сохранить документ в файл *math_4* в папку *MathCAD*.
- 11 Показать преподавателю.

Задание 1. Написать программу-функцию для решения задачи, указанной в таблице 4.2. Решить поставленную задачу для разных наборов данных.

Таблица 4.2 – Задание 1

Вариант	Задание
1	Определить мощность N постоянного тока I при прохождении его по проводнику сопротивлением R . $N = I^2 R$
2	Определить силу F , действующую на отрезок проводника длиной l , в магнитном поле с индукцией B , по которому течет ток I . $F = IBL$
3	Определить напряженность магнитного поля, создаваемого прямолинейным проводником, по которому течет ток I , в точках, лежащих на расстоянии r от проводника. $H = \frac{I}{2\pi r}$
4	Определить период T собственных электромагнитных колебаний контура, состоящего из катушки индуктивности L и конденсатора C . $T = 2\pi\sqrt{LC}$
5	Вычислить количество теплоты, переданной от одного тела другому, если известна масса тела m , начальная t_1 и конечная t_2 температуры и удельная теплоемкость вещества c . $Q = cm(t_2 - t_1)$
6	Определить длину световой волны λ , если известна частота ее колебаний f и скорость света c . $\lambda = \frac{f}{c}$
7	Определить зависимость сопротивления металлического проводника R от температуры t , если известен его температурный коэффициент α и сопротивление R_0 при температуре 0 градусов. $R_t = R_0(1 + \alpha t)$

Окончание таблицы 4.2

Вариант	Задание
8	Вычислить период T колебания математического маятника, если известна его длина l . $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
9	Найти силу F взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 в вакууме, если известно расстояние между ними r . $F = k\frac{q_1q_2}{r^2}$, $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$
10	Определить энергию W конденсатора, заряженного зарядом q до разности потенциалов U . $W = \frac{qU}{2}$
11	Найти емкость C конденсатора, если известен его заряд q на одной из обкладок и разность потенциалов φ между ними. $C = \frac{q}{\varphi}$
12	Найти сопротивление R проводника, если известно удельное сопротивление материала ρ , из которого он изготовлен, его длина l и площадь поперечного сечения S . $R = \frac{\rho l}{S}$
13	Определить ток I при прохождении его по проводнику сопротивлением R , если известна мощность N постоянного тока. $N = I \cdot U$
14	Определить ток I , который течет по отрезку проводника длиной L , на который действует сила F магнитного поля с индукцией B . $F = IBL$
15	Определить ток I , который течет по проводнику, находящемуся в магнитном поле напряженностью J , на расстоянии r . $J = \frac{I}{2\pi r}$
16	Определить емкость конденсатора C , входящего в состав колебательного контура (состоит из катушки индуктивности L и конденсатора), период собственных электромагнитных колебаний которого T вычисляется по формуле $T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$

Задание 2. Решить задачу. Вариант взять из таблицы 4.3.

Таблица 4.3 – Задание 2

Вариант	Задание
1	Описать функцию $Dist$, находящую расстояние от точки P с координатами (xP, yP) до прямой AB , заданной координатами (xA, yA, xB, yB) , по формуле $R = \frac{2S_{PAB}}{AB}$. С помощью этой функции найти расстояние от трех разных точек до прямой AB

Продолжение таблицы 4.3

Вариант	Задание
2	Описать функцию <i>RingS</i> , находящую площадь кольца, заключенного между двумя окружностями с общим центром и радиусами R_1 и R_2 . С ее помощью найти площади трех разных колец. Воспользоваться формулой площади круга радиуса R : $S = \pi R^2$
3	Описать функцию <i>Perim</i> , находящую периметр треугольника по координатам его вершин. С помощью этой функции найти периметры трех разных треугольников. Для поиска длины стороны треугольника воспользоваться формулой поиска расстояния между двумя точками, заданными своими координатами
4	Описать функцию <i>TriangleP</i> , находящую периметр треугольника по его углам и радиусу описанной вокруг него окружности. С помощью этой функции найти периметры трех разных треугольников. Воспользоваться формулой $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
5	Описать функцию <i>Romb</i> , которая отыскивает площадь ромба, заданного координатами своих диагоналей. С помощью этой функции найти площади трех разных ромбов. Для поиска длины диагонали ромба воспользоваться формулой поиска расстояния между двумя точками, заданными своими координатами
6	Описать функцию <i>Ssquare</i> , вычисляющую площадь S квадрата, по координатам (x_1, y_1) и (x_2, y_2) вершин его диагонали. С помощью этой функции найти площади трех разных квадратов. Для поиска длины диагонали воспользоваться формулой поиска расстояния между двумя точками, заданными своими координатами
7	Описать функцию <i>Rcircle</i> , которая определяет радиус окружности вписанной в прямоугольный треугольник, заданный координатами своих вершин. Вычисление радиуса производить по формуле $r = \frac{a + b - c}{2}$. Вычислить радиусы трех разных окружностей. Для поиска длины стороны треугольника воспользоваться формулой поиска расстояния между двумя точками, заданными своими координатами
8	Описать функцию <i>Square</i> , находящую площадь параллелограмма по координатам его диагоналей и углу между ними. С помощью этой функции найти площади трех разных параллелограммов. Площадь параллелограмма находится по формуле $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$. Для поиска длины диагонали воспользоваться формулой поиска расстояния между двумя точками, заданными своими координатами
9	Описать функцию <i>Rcircle</i> , которая определяет радиус окружности, описанной вокруг треугольника, заданного двумя сторонами и углом. Для определения длины третьей стороны воспользоваться формулой $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos\alpha$. С помощью этой функции найти радиусы трех окружностей, описанных вокруг разных треугольников

Окончание таблицы 4.3

Вариант	Задание
10	Описать функцию <i>TriangleP</i> , находящую периметр равнобедренного треугольника по его основанию a и высоте h , проведенной к основанию. С помощью этой функции найти периметры трех разных треугольников. Для нахождения боковой стороны b треугольника применять теорему Пифагора: $b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$
11	Описать функцию <i>Square</i> , находящую площадь треугольника по координатам его вершин. С помощью этой функции найти площади трех разных треугольников. Для поиска площади треугольника воспользоваться формулой Герона, а для поиска длины стороны – формулой поиска расстояния между двумя точками
12	Описать функцию <i>Vpiramida</i> , находящую объем пирамиды по формуле $V = \frac{1}{3} S \cdot H$, где S – площадь основания пирамиды; H – высота. Основанием пирамиды является ромб, заданный координатами своих диагоналей. С помощью этой функции найти объемы трех разных пирамид. Для поиска длины диагонали ромба воспользоваться формулой поиска расстояния между двумя точками
13	Написать функцию <i>Volume</i> , которая находит объем усеченного конуса, если известны его высота h , радиус верхнего основания r , площадь нижнего основания S . С помощью этой функции найти объемы трех разных конусов
14	Написать функцию <i>Square</i> , которая ищет площадь боковой поверхности цилиндра, если известны его объем V и высота h . С помощью этой функции найти площади боковой поверхности трех разных цилиндров
15	Написать функцию <i>Volume</i> , которая находит объем тетраэдра, если известен радиус R описанной вокруг него сферы. С помощью этой функции найти объемы трех разных тетраэдров
16	Написать функцию <i>Height</i> , которая находит высоту тетраэдра, если известен радиус вписанной в него окружности r . С помощью этой функции найти высоту трех разных тетраэдров

Задание 3. Вычислить значения функции $y(x)$ в заданных точках и построить ее график. Для определения функции использовать **условную функцию**. Полученный график отформатировать по своему усмотрению. Вариант задания взять из таблицы 4.4.

Таблица 4.4 – Задание 3

Вариант	Задание
1	$y(x) = \begin{cases} \ln x^2, & \text{если } x \in [-3; 3] \\ \sin 5x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

Продолжение таблицы 4.4

Вариант	Задание
2	$y(x) = \begin{cases} -\sqrt{ x }, & \text{если } x \in [-3; 3] \\ \cos 2x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
3	$y(x) = \begin{cases} 30 \sin 3x, & \text{если } x \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{x^3}{10}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
4	$y(x) = \begin{cases} 8 \cos 4x, & \text{если } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \\ x^2, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
5	$y(x) = \begin{cases} - 2e^x , & \text{если } x \in [-3; 3] \\ 4 \sin 4x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
6	$y(x) = \begin{cases} \cos 2x, & \text{если } x \leq 0 \\ \frac{\sin 3x}{3}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
7	$y(x) = \begin{cases} \ln 2x, & \text{если } x > 0 \\ \cos x + \sin x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
8	$y(x) = \begin{cases} x , & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ \cos 2x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
9	$y(x) = \begin{cases} \cos 2x , & \text{если } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \\ - \cos x , & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
10	$y(x) = \begin{cases} 4x^4, & \text{если } x \in [-2; 2] \\ - 4 \cos x , & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
11	$y(x) = \begin{cases} \sin 3x, & \text{если } x \leq 2 \\ x^{\sin x}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
12	$y(x) = \begin{cases} 3^{\cos 3x}, & \text{если } x \in [-4; 4] \\ x , & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
13	$y(x) = \begin{cases} 3x^2, & \text{если } x \in [-5; 5] \\ \cos 3x - 2, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
14	$y(x) = \begin{cases} -\sqrt{ x }, & \text{если } x \in [-4; 8] \\ \sin 2x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

Окончание таблицы 4.4

Вариант	Задание
15	$y(x) = \begin{cases} 10\sin 5x, & \text{если } x \leq \frac{\pi}{4} \\ \frac{x^3}{3+x}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
16	$y(x) = \begin{cases} \cos 4x + x, & \text{если } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ \frac{x^3}{3}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

Задание 4. Построить график функции $f(x)$. Для определения функции использовать **условный оператор**. Полученный график отформатировать по своему усмотрению. Вариант задания взять из таблицы 4.5.

Таблица 4.5 – Задание 4

Вариант	Задание
1	$f(x) = \begin{cases} -3x + 2, & \text{если } x \leq 0 \\ 2, & \text{если } 0 < x \leq 3 \\ \sin x, & \text{если } x > 3 \end{cases}$
2	$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & \text{если } -1 \leq x < 0 \\ \cos x, & \text{если } 0 \leq x < 3 \\ \frac{x-1}{x+1}, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$
3	$f(x) = \begin{cases} \cos 4x, & \text{если } x > 4 \\ \ln x, & \text{если } x \in [0,5; 1,5] \\ \sin x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
4	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 2 \\ \cos x , & \text{если } x < -5 \\ 2^x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
5	$f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{если } x \in [-2; 2] \\ \cos x, & \text{если } x < -2 \\ \ln x + 4, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
6	$f(x) = \begin{cases} 4\cos x, & \text{если } x \in [-10; -3] \\ 2, & \text{если } x > -3 \\ \sin 4x, & \text{если } x < 10 \end{cases}$

Продолжение таблицы 4.5

Вариант	Задание
7	$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{если } x \leq -1 \\ \sin 3x, & \text{если } x \in (-1; 5] \\ -3, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
8	$f(x) = \begin{cases} \cos(x-2), & \text{если } x \leq -2 \\ x, & \text{если } x \in (-2; 2] \\ \sin(2x-2), & \text{если } x > 2 \end{cases}$
9	$f(x) = \begin{cases} \ln x, & \text{если } x > 0 \\ \sin 4x, & \text{если } x < -5 \\ 3x - e^x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
10	$f(x) = \begin{cases} x , & \text{если } x < -5 \\ \cos x^2, & \text{если } x \in [-5; 5] \\ x , & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
11	$f(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{если } x < -3 \\ 2x, & \text{если } x \in [-3; 3] \\ \sqrt{x}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
12	$f(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{если } x \in \left[-3\pi; \frac{-\pi}{2}\right) \\ 3, & \text{если } x \in \left[\frac{-\pi}{2}; 0\right) \\ \cos x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
13	$f(x) = \begin{cases} -\cos x, & \text{если } x \leq 0 \\ 2, & \text{если } x \in (0; 3] \\ \cos x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
14	$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & \text{если } -1 \leq x < 0 \\ \cos x, & \text{если } 0 \leq x < 3 \\ x^2 + x + 1, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$
15	$f(x) = \begin{cases} \cos 4x, & \text{если } x > 4 \\ \ln x, & \text{если } 0,5 \leq x \leq 1,5 \\ \sqrt{ x }, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

Вариант	Задание
16	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 2 \\ \cos x , & \text{если } x < -10 \\ 2x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$

5 ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ

5.1 Краткие сведения из теории

Цикл – многократно повторяющийся участок вычислительного процесса. Команда, предназначенная для выполнения циклических вычислений, называется **оператором цикла**.

Можно выделить две категории операторов цикла:

- арифметические;
- итерационные.

Если заранее известно количество необходимых повторений, то цикл называется арифметическим. Если же количество повторений заранее неизвестно, то говорят об итерационном цикле.

В итерационных циклах производится проверка некоторого условия, и в зависимости от результата этой проверки происходит либо выход из цикла, либо повторение выполнения тела цикла.

Арифметический цикл

Для программирования таких циклов используется оператор *for*, вызов которого осуществляется одноименной кнопкой на панели *Programming*.

Оператор цикла *for* имеет следующую структуру:

```

for параметр цикла ∈ диапазон значений
|
| оператор 1
| оператор 2
| ...
| оператор n

```

Здесь <параметр цикла> – имя переменной, являющейся параметром цикла;

<диапазон значений> – множество значений параметра цикла, задаваемое в одном из следующих вариантов:

- начальное_значение .. конечное_значение;
- начальное_значение, начальное_значение + шаг .. конечное_значение.

Примечание – По синтаксису в цикле *for* можно записать один оператор. Если операторов больше, нужно создать дополнительные поля для ввода щелчком на кнопке *Add line* на панели программирования.

Пример. Вычислить значения функции $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$ в точках $x \in [x1; x2]$,

шаг равен dx .

Определим программу-функцию для расчета:

$$f(x1, x2, dx) := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 1 \\ \text{for } x \in x1, x1 + dx \dots x2 \\ \quad \left| \begin{array}{l} y_i \leftarrow \frac{x^2}{\ln(x)} \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ y \end{array} \right.$$

Выполним расчет функции на интервале [2;5] $dx=0.6$

$$f(2, 5, 0.6) = \left(\begin{array}{c} 5.771 \\ 7.075 \\ 8.804 \\ 10.816 \\ 13.067 \\ 15.533 \end{array} \right)$$

Примечание – Результат расчета функции в данном примере выводится в виде одномерного массива. Для того чтобы нумерация элементов массива начиналась с 1, необходимо установить значение переменной *ORIGIN* = 1 при помощи команды *Options* меню *Math*.

Итерационный цикл

Для программирования таких циклов используется оператор цикла *while*, вызов которого осуществляется одноименной кнопкой на панели *Programming*.

Оператор цикла *while* имеет следующую структуру:

```
while условие
| оператор 1
| оператор 2
| ...
| оператор n
```

Здесь <условие> – логическое выражение.

Примечание – В теле цикла должна присутствовать переменная (параметр цикла), управляющая работой цикла и делающая в итоге условие цикла ложным для его завершения.

Дополнительные операторы программирования циклов в MathCAD

Оператор BREAK. Позволяет выйти из цикла или приостановить исполнение программы при выполнении заданного в операторе *break* условия.

Оператор CONTINUE. Используется для продолжения выполнения цикла путем возврата в начало тела цикла.

Оператор RETURN. Прерывает выполнение программы-функции и возвращает значение операнда, стоящего за ним.

Пример. Вычислить значения функции $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$ в точках $x \in [x1; x2]$

, шаг равен dx .

Определим программу-функцию для расчета:

```
f(x1, x2, dx) :=
    i ← 1
    x ← x1
    while x ≤ x2
        yi ←  $\frac{x^2}{\ln(x)}$ 
        i ← i + 1
        x ← x + dx
    y
```

Выполним расчет функции на интервале $[2;5]$ $dx=0.6$

$f(2, 5, 0.6) = \begin{pmatrix} 5.771 \\ 7.075 \\ 8.804 \\ 10.816 \\ 13.067 \\ 15.533 \end{pmatrix}$

Основные алгоритмы обработки векторов

К основным алгоритмам обработки векторов относят поиск максимального и минимального значений в векторе, удовлетворяющих заданным

условиям, а также поиск суммы, произведения и количества элементов в векторе, удовлетворяющих заданному условию.

Алгоритм поиска минимального (максимального) значения в векторе, удовлетворяющего заданному условию:

- найти первый элемент в векторе, удовлетворяющий заданному условию, запомнить его значение и индекс;
- если элементов, удовлетворяющих заданному условию, нет, поиск минимума (максимума) не осуществлять;
- если элемент, удовлетворяющий заданному условию, есть, то найти среди **таких** элементов вектора максимальное (минимальное) значение.

Пример. В векторе, состоящем из n элементов, найти минимальное положительное значение, определить индексы элементов в векторе, значения которых равны минимальному положительному значению.

Определим функцию, задающую любой вектор размера n

$ORIGIN := 1$

```

V(n) :=
  for i ∈ 1..n
    Vekti ← round(md(10) - 3,0)
  Vekt

```

Определим функцию, осуществляющую поиск минимального положительного значения в векторе

```

Vmin(Vekt) :=
  flag ← 0
  for i ∈ 1..length(Vekt)
    if Vekti > 0
      min ← Vekti
      min_i ← i
      flag ← 1
      break
  "в векторе нет положительных элементов" if flag = 0
  otherwise
    for i ∈ min_i..length(Vekt)
      min ← Vekti if Vekti > 0 ∧ Vekti ≤ min
    min

```

Определим функцию для нахождения индексов элементов вектора, значения которых равны минимальному положительному

$$Vindex(Vmin, Vekt) := \begin{array}{|l} j \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..length(Vekt) \\ \quad \text{if } Vekt_i = Vmin \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} Index_j \leftarrow i \\ j \leftarrow j + 1 \end{array} \right. \\ j \leftarrow j - 1 \\ Index \end{array}$$

Определим в каждом векторе первый положительный элемент

$$Vmin(A) = 2$$

$$Vmin(B) = \text{"в векторе нет положительных элементов"}$$

Определим индексы минимальных положительных значений в векторе A

$$Vindex(Vmin(A), A) = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Пояснения к примеру.

Для решения поставленной задачи будет создано три функции. V – служит для создания любого вектора размером n . $Vmin$ – служит для поиска первого положительного значения в векторе, и, при успешном исходе, сохранения его значения в переменную min , а его индекса в переменную min_i . Оператор $break$ завершает досрочно цикл, а переменная $flag$ служит для контроля наличия положительного значения в векторе, и если оно не будет обнаружено, то функция выдаст в результате сообщение «в векторе нет положительных элементов». $Vindex$ – служит для формирования вектора $Index$ из индексов элементов вектора $Vekt$, значения которых равны минимальному положительному значению. $Vekt$ – формальный параметр в последних двух функциях, при вызове которых он заменяется именем реального вектора.

Алгоритм поиска суммы элементов вектора, удовлетворяющих заданному условию:

- инициализировать переменную для хранения суммы значением, равным 0;
- последовательно просмотреть значения всех элементов вектора, и, при совпадении значения с заданным условием, увеличить переменную для хранения суммы на значение соответствующего элемента вектора.

Алгоритм поиска количества элементов вектора, удовлетворяющих заданному условию:

- инициализировать переменную для хранения количества значением, равным 0;

- последовательно просмотреть значения всех элементов вектора, и, при совпадении значения с заданным условием, увеличить переменную для хранения количества на значение, равное 1.

Алгоритм поиска произведения элементов вектора, удовлетворяющих заданному условию:

- инициализировать переменную для хранения произведения значением, равным 1;

- последовательно просмотреть значения всех элементов вектора, и, при совпадении значения с заданным условием, изменить переменную для хранения произведения, умножив ее на значение соответствующего элемента вектора.

Примечание – для корректного вывода результатов рекомендуется всегда использовать переменную *flag*, которая контролирует факт наличия в векторе элементов, удовлетворяющих заданному условию, и позволяет корректно выводить результат решения задачи.

Пример. Найти сумму *S*, произведение *P* и количество *K* положительных элементов вектора размера *n*, имеющих четные индексы.

Пояснение к примеру. Вывод результатов решения задачи, удовлетворяющих условию, выполнен в виде матрицы размером (3; 2).

<i>SPKV</i> (<i>Vekt</i>) :=	<pre> flag ← 0 S ← 0 K ← 0 P ← 1 for i ∈ 1..длина(<i>Vekt</i>) if <i>Vekt</i>_{<i>i</i>} > 0 ∧ mod(<i>i</i>,2) = 0 S ← S + <i>Vekt</i>_{<i>i</i>} K ← K + 1 P ← P · <i>Vekt</i>_{<i>i</i>} flag ← 1 "нет элементов, удовлетворяющих условию" if flag = 0 ("сумма" S "количество" K "произведение" P) otherwise </pre>
--------------------------------	---

Зададим два вектора, размером 5 и 7, и решим поставленную задачу

$$M := V(5) \quad M = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad N := V(7) \quad N = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$SPKV(M) = \begin{pmatrix} \text{"сумма"} & 4 \\ \text{"количество"} & 2 \\ \text{"произведение"} & 4 \end{pmatrix} \quad SPKV(N) = \begin{pmatrix} \text{"сумма"} & 6 \\ \text{"количество"} & 2 \\ \text{"произведение"} & 8 \end{pmatrix}$$

Основные алгоритмы обработки матриц

Алгоритмы обработки матриц ничем не отличаются от алгоритмов обработки векторов. При этом нужно помнить, что для обращения к элементу матрицы используется два индекса: i – строка, j – столбец, что соответственно требует использования двух вложенных друг в друга циклов для обращения ко всем элементам матрицы: внешний цикл – обращается к строкам, а внутренний – к столбцам.

Однако есть специфические алгоритмы, используемые при обработке квадратных матриц, связанные с расположением ее элементов относительно главной и побочной диагоналей.

Свойства элементов матрицы порядка N , связанные с **главной диагональю**:

$i = j$ – элемент находится на главной диагонали;

$i > j$ – элемент находится под главной диагональю;

$i < j$ – элемент находится над главной диагональю.

Свойства элементов матрицы порядка N , связанные с **побочной диагональю**:

$i + j = N + 1$ – элемент находится на побочной диагонали;

$i + j > N + 1$ – элемент находится под побочной диагональю;

$i + j < N + 1$ – элемент находится над побочной диагональю.

Пример. Найти произведение отрицательных элементов матрицы размером $n \times m$, меньших числа d . Матрицу задавать в отдельной функции.

Пояснение к примеру.

Функция *Matr* служит для создания произвольной матрицы размером n строк и m столбцов, значениями которой являются случайные целые числа из диапазона $[-3; 4]$. Функция *M* решает поставленную задачу. Формальными параметрами этой функции являются матрица *Matr* и переменная d , ко-

которые при вызове получают фактические значения: $Matr$ – значения реального вектора, d – конкретное значение.

Функции $rows(Matr)$ и $cols(Matr)$ вычисляют количество строк и столбцов реальной матрицы, поступающей на вход функции M .

Опишем функцию для формирования матрицы

$ORIGIN := 1$

$$Matr(n,m) := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{for } j \in 1..m \\ \quad \quad M_{i,j} \leftarrow round(rnd(7) - 3,0) \\ \quad M \end{array}$$

Опишем функцию для решения поставленной задачи

$$M(Mat, d) := \begin{array}{l} flag \leftarrow 0 \\ P \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..rows(Mat) \\ \quad \text{for } j \in 1..cols(Mat) \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} P \leftarrow P \cdot Mat_{i,j} \text{ if } Mat_{i,j} < 0 \wedge Mat_{i,j} < d \\ flag \leftarrow 1 \end{array} \right. \\ \quad \text{"нет элементов, удовлетворяющих условию" if } flag = 0 \\ \quad P \text{ otherwise} \end{array}$$

Зададим матрицу B размером $(5,5)$ и решим задачу

$$B := Matr(4,5) \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 & 4 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$M(B, -1.5) = -8$$

Пример. В квадратной матрице порядка N найти максимальный элемент на побочной диагонали и вывести строку матрицы, на которой находится последний найденный максимальный элемент. Предполагается, что на побочной диагонали может быть не один максимальный элемент.

Пояснение к примеру.

В функции $Mmax$ переменная max служит для хранения найденного максимального значения на побочной диагонали. Ее начальное значение задается равным значению первого элемента матрицы, находящегося на побоч-

ной диагонали. Вектор *String* служит для вывода значений элементов последней строки, на которой находится максимальный элемент побочной диагонали.

Опишем функцию для формирования матрицы

$$\text{Matr}(N) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..N \\ \quad \text{for } j \in 1..N \\ \quad \quad M_{i,j} \leftarrow \text{round}(\text{rnd}(17) - 5, 0) \\ \quad M \end{array} \right.$$

Опишем функцию для решения задачи

$$\text{Mmax}(\text{Matr}) := \left| \begin{array}{l} \text{max} \leftarrow \text{Matr}_{1, \text{cols}(\text{Matr})} \\ \text{for } i \in 1.. \text{rows}(\text{Matr}) \\ \quad \text{for } j \in 1.. \text{cols}(\text{Matr}) \\ \quad \quad \text{if } \text{Matr}_{i,j} \geq \text{max} \wedge i + j = \text{cols}(\text{Matr}) + 1 \\ \quad \quad \quad \left| \begin{array}{l} \text{max} \leftarrow \text{Matr}_{i,j} \\ \text{max_i} \leftarrow i \end{array} \right. \\ \quad \quad \text{for } j \in 1.. \text{cols}(\text{Matr}) \\ \quad \quad \quad \text{String}_j \leftarrow \text{Matr}_{\text{max_i}, j} \\ \text{String}^T \end{array} \right.$$

Решим поставленную задачу

$$B := \text{Matr}(6) \quad B = \begin{pmatrix} -5 & -4 & -3 & 10 & 7 & -5 \\ 7 & -1 & -2 & 1 & 1 & 9 \\ 4 & 9 & -3 & 2 & -3 & -4 \\ 5 & 4 & 0 & 9 & 0 & 10 \\ 8 & 1 & -1 & -1 & 4 & -4 \\ 4 & -3 & 10 & -3 & 11 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Mmax}(B) = (4 \quad -3 \quad 10 \quad -3 \quad 11 \quad -4)$$

Цель работы – научиться использовать циклические операторы для решения задач в MathCAD.

5.2 Порядок выполнения работы

- 1 Загрузить *MathCAD*.
- 2 Ввести в поле документа текст: «Программирование циклических алгоритмов».
- 3 Ввести текст: «Задание 1».
- 4 В соответствии с вариантом выполнить задание 1.
- 5 Выполнить остальные задания работы.
- 6 Создать верхний колонтитул: ввести по левому краю ФИО, по центру – вариант, по правому краю – группу.
- 7 Создать нижний колонтитул: ввести по центру нумерацию страниц.
- 8 Отформатировать документ:
 - переменные выделить шрифтом: размер – 11, начертание – полужирное;
 - константы выделить шрифтом: размер – 9, начертание – курсивное.
- 9 Установить параметры страниц документа: все поля – 15 мм.
- 10 Сохранить документ в файл *math_5* в папку *MathCAD*.
- 11 Показать преподавателю.

Задание 1. Вычислить значения функции $f(x)$ в точках $x \in [x_1; x_2]$, шаг равен dx . Вариант задания взять из таблицы 5.1. Для решения задачи сначала воспользоваться оператором *while* а затем оператором *for*. С фактическими параметрами функции при вызове определяться самостоятельно.

Таблица 5.1 – Задание 1

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$f(x) = \frac{x-5}{x^2} + \frac{x^2}{x+5}$	9	$f(x) = 3^{2 \sin x} - 2$
2	$f(x) = (x+2)^3 + \sin x \cdot x^2$	10	$f(x) = \sqrt{x} - \sin x - 3$
3	$f(x) = x^{\sin x + \cos x} - 5$	11	$f(x) = \sqrt{x} - \cos x - 2$
4	$f(x) = \frac{x^2 - \sin(4x) \cdot \sqrt{x+10}}{5}$	12	$f(x) = \frac{\sin x}{x-2}$
5	$f(x) = 2 - e^{\cos(2x)}$	13	$f(x) = \frac{x-5}{4} + \frac{\cos x}{x-5}$
6	$f(x) = 2^{\cos x} + \frac{x}{5}$	14	$f(x) = (x+2)^3 + \frac{\sin x}{x+2}$
7	$f(x) = 2^{\cos x} + 4 \sin x$	15	$f(x) = x^2 - 5 \cos x$
8	$f(x) = x + \sin(x-2)$	16	$f(x) = \frac{x^2 - \sqrt{x-5}}{5}$

Задание 2. Решить задачу. Вариант задания взять из таблицы 5.2. **Элементы вектора – целые числа.** Протестировать решение задачи не менее чем на трех разных векторах.

Таблица 5.2 – Задание 2

Вариант	Задание
1	В векторе, состоящем из n элементов, найти произведение элементов, не равных числу t и находящихся на позициях, кратных числу 5
2	В векторе, состоящем из n элементов, найти сумму элементов, значения которых принадлежат интервалу $[-3; 5]$, и стоящих на нечетных позициях
3	В векторе, состоящем из n элементов, найти количество элементов равных числу d и находящихся на позициях, кратных числу 3
4	В векторе, состоящем из n элементов, найти произведение элементов кратных числу b и находящихся на четных позициях
5	В векторе, состоящем из n элементов, найти сумму элементов, значения которых не принадлежат интервалу $[a; b]$, и находящихся на нечетных позициях
6	В векторе, состоящем из n элементов, найти количество элементов равных максимальному значению и находящихся на позициях кратных числу 4
7	В векторе, состоящем из n элементов, найти произведение элементов больших числа 5 и находящихся на позициях кратных 2
8	В векторе, состоящем из n элементов, найти сумму элементов, стоящих на нечетных позициях и являющихся делителем числа 28
9	В векторе, состоящем из n элементов, найти количество элементов, равных минимальному значению и находящихся на позициях кратных числу 7
10	В векторе, состоящем из n элементов, найти произведение элементов, кратных 7 и находящихся на позициях, кратных числу 3
11	В векторе, состоящем из n элементов, найти произведение элементов, значения которых больше чисел a и b
12	В векторе, состоящем из n элементов, найти сумму элементов, не равных минимальному и находящихся на позициях, кратных числу 6
13	В векторе, состоящем из n элементов, найти произведение элементов, равных числу t и находящихся на позициях, кратных числу 2
14	В векторе, состоящем из n элементов, найти сумму элементов, значения которых принадлежат интервалу $[a; b]$, и стоящих на нечетных позициях
15	В векторе, состоящем из n элементов, найти количество элементов равных числу d и находящихся на позициях, кратных числу 3
16	В векторе, состоящем из n элементов, найти произведение элементов, не равных b и находящихся на четных позициях

Задание 3. Решить задачу. Вариант задания взять из таблицы 5.3. **Элементы матрицы – целые числа.** Протестировать решение задачи не менее чем на трех разных матрицах.

Таблица 5.3 – Задание 3

Вариант	Задание
1	Дана квадратная матрица M порядка N . Определить количество элементов главной диагонали, равных минимальному значению
2	Дана квадратная матрица M порядка N . Определить сумму отрицательных элементов побочной диагонали
3	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти произведение четных элементов, находящихся вне главной диагонали
4	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти количество элементов матрицы, равных числу c и находящихся ниже главной диагонали
5	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти сумму кратных числу 4 элементов, находящихся выше главной диагонали
6	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти произведение нечетных элементов, находящихся ниже главной диагонали
7	Дана квадратная матрица M порядка N . Определить количество элементов главной диагонали, являющихся делителем числа 18
8	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти сумму элементов, равных минимальному и находящихся в четных столбцах
9	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти произведение элементов, кратных числу b , находящихся вне побочной диагонали
10	Дана квадратная матрица M порядка N . Вывести на экран номер столбца, в котором находится нулевой элемент матрицы. Считать, что в матрице только один нулевой элемент
11	Дана квадратная матрица M порядка N . Вывести на экран номер строки, в которой находится минимальный элемент матрицы. Считать, что в матрице только один минимальный элемент
12	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти произведение минимальных элементов, находящихся на главной диагонали
13	Дана квадратная матрица M порядка N . Определить количество элементов вне главной диагонали, не равных минимальному значению
14	Дана квадратная матрица M порядка N . Определить сумму отрицательных четных элементов побочной диагонали
15	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти произведение четных элементов, находящихся вне побочной диагонали
16	Дана квадратная матрица M порядка N . Найти количество элементов матрицы, кратных числу c и находящихся выше главной диагонали

6 СИМВОЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

6.1 Краткие сведения из теории

До сих пор мы занимались нахождением конкретных значений выражений, корней уравнений и т. п.

При использовании возможностей символьной математики в *MathCAD* результатом вычисления выражения является другое выражение. При этом желаемая форма этого другого выражения может быть задана: его можно продифференцировать, упростить или, наоборот, раскрыть и т. п.

Есть два основных способа символьного преобразования выражения:

- использовать соответствующий задаче оператор на панели инструментов **Symbolic** (Символьные преобразования) и символьный знак равенства для получения результата, вызываемый нажатием комбинации «Ctrl» + «.»;
- использовать соответствующие команды меню **Symbolics** (Символьные операции).

Примечание – Результаты, полученные с использованием символьного знака равенства, вычисляются заново всякий раз при внесении изменений в рабочий документ. Результаты, полученные с использованием меню **Symbolics** (Символьные операции), автоматически модифицироваться не будут.

Символьные преобразования

В общем случае для символьного преобразования выражения необходимо выполнить следующие действия:

- ввести выражение;
- выделить его синей выделяющей рамкой;
- нажать «Shift» + «F9» или выбрать команду **Evaluate** (Вычислить) – **Symbolically** (Аналитически) меню **Symbolics** (Символьные операции).

В *MathCAD* доступны еще два других способа преобразования выражения:

- при выборе команды **Evaluate – Complex** (Вычислить – с плавающей точкой) результаты будут выражены, когда это возможно, в комплексной форме;
- при выборе команды **Evaluate – Floating Point** (Вычислить – с плавающей запятой) результаты будут выражены, когда это возможно, в числовом виде. В появляющемся диалоговом окне можно указать число цифр справа от десятичной точки. По умолчанию это число равно 20.

Упрощение выражения

Команда **Simplify** (Упростить) меню **Symbolics** (Символьные операции) или оператор **simplify** панели «Символьные преобразования» выполняет основные алгебраические и тригонометрические упрощения выбранного выражения. Упрощение выражения заключается в выполнении арифметиче-

ских преобразований, сокращении общих множителей, в использовании основных тождеств для тригонометрических и обратных функций, и в упрощении квадратных корней и степеней.

Можно упрощать как части выражений (например, знаменатель дроби или один член суммы), так и всё выражение целиком.

Пример. Упростить выражение $\frac{a^3 - 25a}{6 \cdot a} + \frac{25 - a^2}{6}$.

$$\frac{a^3 - 25 \cdot a}{6 \cdot a} + \frac{25 - a^2}{6} \text{ simplify} \rightarrow 0$$

Разложение выражения

Команда **Expand** (Разложить по степеням) меню **Symbolics** (Символьные операции) или оператор **expand** панели «Символьные преобразования» разлагает все степени и произведения сумм в выделенном выражении.

Пример. Раскрыть скобки $(b-17)(b+3)b$.

$$(b - 17) \cdot (b + 3) \cdot b \text{ expand, } b \rightarrow b^3 - 14 \cdot b^2 - 51 \cdot b$$

Разложение выражений в ряды

Команда **Variable – Expand to Series** (Разложить в ряд...) меню **Symbolics** (Символьные операции) или оператор **series** панели «Символьные преобразования» выполняет разложение выражения по формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

При использовании команды меню **Symbolics** (Символьные операции) необходимо выполнить следующие действия:

- выделить переменную в функции или выражении, по которой требуется найти разложение;
- выбрать соответствующую команду;
- в диалоговом окне нужно ввести порядок остаточного члена, который определит число членов формулы.

Пример. Разложить в ряд $\ln(x+1)$ (порядок остаточного члена = 8).

$$\ln(x + 1) \text{ series, } x, 8 \rightarrow x - \frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{1}{4} \cdot x^4 + \frac{1}{5} \cdot x^5 - \frac{1}{6} \cdot x^6 + \frac{1}{7} \cdot x^7$$

Разложение выражения на множители

Команда **Factor** (Разложить на множители...) меню **Symbolics** или оператор **factor** разлагает на множители выбранное выражение. Если выражение представляет целое число, *MathCAD* разложит его на множители по степеням простых чисел.

Пример. Разложить на множители число 123.

$$123 \text{ factor} \rightarrow 3 \cdot 41$$

Пример. Разложить на множители $x^4 - 16$.

$$x^4 - 16 \text{ factor} \rightarrow (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 + 4)$$

Приведение подобных членов

Команда **Collect** (Разложить по подвыражению...) меню **Symbolics** (Символьные операции) или оператор **collect** панели «Символьные преобразования» объединяет члены, содержащие одинаковые степени выделенного подвыражения. Результатом является полином от подвыражения. Выбираемое подвыражение должно быть либо простой переменной, либо встроенной функцией вместе с аргументом.

Пример. Привести подобные члены по x в выражении $x^2 - ax^2 + 2y^2x$.

$$x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x \text{ collect}, x \rightarrow (1 - a \cdot y) \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x$$

Разложение на элементарные дроби

Команда **Variable – Convert to Partion Fraction** (Преобразовать к дробно-рациональному виду) меню **Symbolics** (Символьные операции) или оператор **parfrac** панели «Символьные преобразования» преобразует выражение в сумму элементарных дробей.

Разложение на элементарные дроби заключается в разложении знаменателя выражения на линейные или квадратичные множители, имеющие целочисленные коэффициенты. Если это удастся, то выражение будет преобразовано в сумму дробей с этими множителями в качестве знаменателя. Все константы в выделенном выражении должны быть целыми числами или дробями. *MathCAD* не будет разлагать выражение, которое содержит десятичные точки.

Пример. Разложить на элементарные дроби $\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}$.

$$\frac{2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 1}{x^3 + 2 \cdot x^2 - 9 \cdot x - 18} \text{ convert, parfrac}, x \rightarrow \frac{1}{[3 \cdot (x - 3)]} + \frac{14}{[3 \cdot (x + 3)]} - \frac{3}{(x + 2)}$$

Нахождение коэффициентов полинома

Многие выражения могут быть перезаписаны в виде полиномов от выделенной переменной или относительно подвыражения. Для этого служит команда **Polynomial Coefficients** (Полиномиальные коэффициенты) меню

Symbolics (Символьные операции) или оператор **coeffs** панели «Символьные преобразования».

Для нахождения коэффициентов полинома при помощи соответствующей команды главного меню необходимо:

- выделить переменную, относительно которой требуется разложить выражение в полином;
- выбрать команду.

В результате выполнения указанных действий *MathCAD* возвратит вектор, содержащий коэффициенты требуемого полинома в порядке возрастания степеней.

Примечание – Если требуется, чтобы выражение рассматривалось как полином относительно функции, необходимо выделить соответствующую функцию.

Пример. Привести подобные по x в выражении $x^2 - a y x^2 + 2 y^2 x$ и найти коэффициенты полученного многочлена.

$x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x \text{ collect } x \rightarrow (1 - a \cdot y) \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x$ $(1 - a \cdot y) \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x \text{ coeffs } x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot y^2 \\ 1 - a \cdot y \end{pmatrix}$
или
$x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 \cdot x \left \begin{array}{l} \text{collect } x \\ \text{coeffs } x \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \cdot y^2 \\ 1 - a \cdot y \end{pmatrix}$

Замена переменных

Команда **Variable – Substitute** (Переменная – Подставить) меню **Symbolics** (Символьные операции) или оператор **substitute** панели «Символьные преобразования» заменяет выделенным выражением заданную переменную.

При использовании команды главного меню необходимо выполнить следующие действия:

- выделить выражение, которое будет заменять переменную;
- скопировать его в буфер обмена, выбирая команду **Copy** (Копировать) из меню **Edit** (Правка);
- выделить переменную, которую нужно заменить, и выбрать соответствующую команду – при этом *MathCAD* подставит выражение из буфера обмена вместо выделенной переменной.

Пример. Выполнить замену и результат упростить $\frac{a-3}{a} - \frac{a}{a+3}$, $a = \frac{x}{2}$.

$\frac{a-3}{a} - \frac{a}{a+3}$	<i>substitute</i> , $a = \frac{x}{2}$ <i>simplify</i> $\rightarrow \frac{-36}{[x \cdot (x+6)]}$
---------------------------------	---

Вычисление сумм и произведений рядов

Для вычисления суммы или произведения элементов ряда в символьном виде применяется команда **Evaluate – Symbolically** (Вычислить – Аналитически) меню **Symbolics** (Символьные операции).

Примечание – Перед использованием данной команды необходимо заполнить соответствующими данными оператор поиска суммы или произведения.

Символьные вычисления

Вычисление производных

Для вычисления производных различных порядков в символьном виде используется команда **Evaluate – Symbolically** (Вычислить – Аналитически) меню **Symbolics** (Символьные операции) или символьный знак равенства для получения результата, вызываемый нажатием комбинации «Ctrl» + «.». Перед применением указанной команды необходимо заполнить шаблон производной соответствующими данными.

Примечание – Кроме того, можно использовать команду **Variable – Differentiate** (Переменная – Дифференцировать) меню **Symbolics** (Символьные операции), которая выполняет дифференцирование выражения (нахождение первой производной) относительно выделенной переменной.

Пример. Вычислить производную первого и третьего порядка функции $f(x) = x^3 - \sqrt{x}$.

$\frac{d}{dx}(x^3 - \sqrt{x}) \rightarrow 3 \cdot x^2 - \frac{1}{\left[2 \cdot x^{\left(\frac{1}{2}\right)}\right]}$	$\frac{d^3}{dx^3}(x^3 - \sqrt{x}) \rightarrow 6 - \frac{3}{\left[8 \cdot x^{\left(\frac{5}{2}\right)}\right]}$
--	--

Вычисление неопределенных интегралов

Для вычисления неопределенных интегралов в символьном виде используется команда **Evaluate – Symbolically** (Вычислить – Аналитически) меню **Symbolics** (Символьные операции) или символьный знак равенства для получения результата, вызываемый нажатием комбинации «Ctrl» + «.». Перед применением указанной команды необходимо заполнить шаблон неопределенного интеграла соответствующими данными.

Примечание – Кроме того, можно использовать команду **Variable – Integrate** (Переменная – Интегрировать) меню **Symbolics** (Символьные операции), которая выполняет интегрирование выражения по выделенной переменной.

Пример. Вычислить неопределенный интеграл $f(x) = x^3 - \sqrt{x}$.

$$\int x^3 - \sqrt{x} \, dx \rightarrow \frac{1}{4} \cdot x^4 - \frac{2}{3} \cdot x^{\left(\frac{3}{2}\right)}$$

Решение уравнений

Команда **Variable** (Переменная) – **Solve** (Решить) меню **Symbolics** (Символьные операции) или оператор **solve** панели «Символьные преобразования» позволяет решить уравнение относительно некоторой переменной и выразить его корни через остальные параметры уравнения.

Пример. Решить уравнение $(b-17)(b+3)b = 0$.

$$(b - 17) \cdot (b + 3) \cdot b \text{ solve, } b \rightarrow \begin{pmatrix} 17 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решение систем уравнений

Чтобы решить систему уравнений в символьном виде, необходимо выполнить следующее:

- ввести систему уравнений в блок **Given..Find**;
- выделить функцию **Find** и нажать комбинацию клавиш «Ctrl»+ «.» для получения решения системы.

Пример. Найти в символьном виде решения системы уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = a \\ 5x = b - y \end{cases}$$

Given

$$x + 2 \cdot y = a$$

$$5x = b - y$$

$$\text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{-1}{9} \cdot a + \frac{2}{9} \cdot b \\ \frac{5}{9} \cdot a - \frac{1}{9} \cdot b \end{pmatrix}$$

Работа с матрицами

Для символьных преобразований матриц используются следующие команды подменю **Matrix** (Матрица) меню **Symbolics** (Символьные операции):

- **Transpose** (Транспонировать) – транспонирование;
- **Invert** (Обратить) – поиск обратной матрицы;

- **Determinant** (Определитель) – нахождение определителя.

Примечание – Перед использованием этих команд нужно выделить соответствующую матрицу.

Представление символьных результатов

Для представления символьных результатов, получаемых применением команд меню **Symbolics** (Символьные операции), используются следующие опции команды **Evaluation Style** (Формат вычислений).

1 **Show Comments** (Показывать комментарии) – позволяет вставить текст, описывающий команду символьного преобразования, выполненного над исходным выражением.

2 Для позиционирования символьных результатов применяются следующие опции:

- вертикально (**vertically without...**) – выводит два преобразования рядом (в столбец);

- горизонтально (**horizontally**) – выводит два преобразования рядом (в строку).

3 Иногда нет нужды сохранять шаги преобразования, достаточно просто трансформировать выражение на том же месте. В этом случае нужно установить опцию **Evaluate in Place** (Вычислять на месте).

Цель работы – научиться использовать на практике средства символьных вычислений *MathCAD*.

6.2 Порядок выполнения работы

- 1 Загрузить *MathCAD*.
- 2 Ввести в поле документа текст: «Символьные преобразования».
- 3 Ввести текст: «Задание 1».
- 4 В соответствии с вариантом выполнить задание 1.
- 5 Выполнить остальные задания работы.
- 6 Создать верхний колонтитул: ввести по левому краю ФИО, по центру – вариант, по правому краю – группу.
- 7 Создать нижний колонтитул: ввести по центру нумерацию страниц.
- 8 Отформатировать документ:
 - переменные выделить шрифтом: размер – 11, начертание – полужирное;
 - константы выделить шрифтом: размер – 9, начертание – курсивное.
- 9 Установить параметры страниц документа: все поля – 15 мм.
- 10 Сохранить документ в файл *math_6* в папку *MathCAD*.
- 11 Показать преподавателю.

Задание 1. Упростить выражение. Вариант взять из таблицы 6.1.

Таблица 6.1 – Задание 1

Вариант	Задание
1	$\frac{3a^2 + 2ax - x^2}{(3x + a)(a + x)} - 2 + 10 \frac{ax - 3x^2}{a^2 - 9x^2}$
2	$\left[\frac{\frac{1}{2}x + 1}{x^3 - 1} + \frac{1}{2 - 2x} + \frac{1}{x^2 + x + 1} \right] \cdot \frac{x^3 + x^2 + x}{x - 1}$
3	$\frac{\frac{x^2}{x + y} - \frac{x^3}{x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2}}{\left(\frac{x}{x + y} - \frac{x^2}{x^2 - y^2} \right)}$
4	$\left(\left(\frac{m-1}{m+1} \right)^{-2} + 3 \right) \div \left(\left(\frac{m+1}{m-1} \right)^{-2} + 3 \right) \div \frac{1+m^{-2}}{1-m^{-3}} - 2m(m-1)^{-1}$
5	$\left(\frac{xy^{-1} - yx^{-1}}{x + y} \right)^{-1} \div \left(\frac{x - x^{-1}y^2}{1 - yx^{-1}} + \frac{x^2y^{-1} + y}{xy^{-1} - 1} \right)$
6	$\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + 2 \left(\frac{1}{a+b} \right) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right) \div \left((a^2 + b^2 + 2ab) \frac{1}{ab} \right)$
7	$81a^{0,75}x^{0,7}3^{-5}a^{-\frac{1}{4}}xa^{1,5}\sqrt{9x^{0,3}}$
8	$\frac{1}{b(abc+a+c)} - \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} \div \frac{1}{a + \frac{1}{b}}$
9	$\frac{x^4 - 8x^2 - 9}{(x^2 + 1)(x + 3)(x^2 - 9)}$
10	$\frac{1-b}{(1-\sqrt{b})^2} \sqrt{b} - 2 \frac{\sqrt{b}}{1-\sqrt{b}} + \sqrt{b}$
11	$\frac{2b + a - \frac{4a^2 - b^2}{a}}{b^3 - 2ab^2 - 3a^2b} \cdot \frac{a^3b - 2a^2b^2 + ab^3}{a^2 - b^2}$

Окончание таблицы 6.1

Вариант	Задание
12	$\left(\frac{a^2}{b^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{b^{\frac{3}{2}}} (a^2 + b^2) + b^{\frac{1}{2}} \right) \frac{b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{4}{3}}}$
13	$\left(2 - x + 4x^2 + \frac{5x^2 - 6x + 3}{x - 1} \right) \div \left(2x + 1 + \frac{2x}{x - 1} \right)$
14	$\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) \div \frac{a-b-c}{abc}$
15	$\frac{\frac{a-b}{2a-b} - \frac{a^2 + b^2 + a}{2a^2 + ab - b^2}}{(4b^4 + 4ab^2 + a^2) \div (2b^2 + a)} \cdot (b^2 + b + ab + a)$
16	$\frac{1 + \left(a + \frac{1}{a-1} \right)^{-1}}{1 - \left(a + \frac{1}{a-1} \right)^{-1}} \left(1 - \frac{1 - a^2 - \left(\frac{1}{a-1} \right)^2}{2a \frac{1}{a-1}} \right)$

Задание 2. Разложить на множители. Вариант взять из таблицы 6.2.

Таблица 6.2 – Задание 2

Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3
1	$x^3 + 9x^2 + 11x - 21$	$4ax^3 + 8a^2x^2 - 12a^3x$	144
2	$8a^3x^2 - 12a^2x$	$3(x-y) - 2a(x-y) + 7b(x-y)$	236
3	$bd(b+c) + cd(c-a) - ab(a+b)$	$ax^2 + ay^2 + bx^2 + by^2$	198
4	$(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3$	$9p^2 - pn + \frac{1}{36}n^2$	204
5	$a^2 - 16b^2 - 6a + 9$	$8a^6 + 12a^4 + 6a^2 + 1$	168
6	$d^3 + 2d + 3$	$64 - 48x + 12x^2 - x^3$	135
7	$x^3 \cdot (x^2 - 7)^2 - 36x$	$x^4 + 4$	212
8	$m^3 + m^2n + 2mn^2 + 2n^3$	$81a^2 + 90ab + 25b^2$	186
9	$(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3$	$27c^3 + 8$	224
10	$x^3 + 5x^2 + 3x - 9$	$125 - a^3b^3$	312
11	$x^3 - 3x - 2$	$c^3 + 6c^2 + 11c + 6$	368
12	$c^3 + 2c^2 + c + 2$	$a^4 + a^2b^2 + b^4$	410

Окончание таблицы 6.2

Вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3
13	$3a+3-na-n$	$ax-3x-4a+12$	252
14	$6mx-2m+9x-3$	$2mx-3m-4x+6$	418
15	$x^3+28-14x^2-2x$	$2b^3-6-4b^2+3b$	385
16	$-9x^2-6x-1$	$8a^3+8a^2b+2ab^2$	288

Задание 3. Разложить в ряд указанные функции. Вариант взять из таблицы 6.3.

Таблица 6.3 – Задание 3

Вариант	Функция	Порядок остаточного члена
1	$f(x) = e^x$	6
2	$f(x) = \operatorname{sh}(x)$	5
3	$f(x) = \operatorname{ch}(x)$	6
4	$f(x) = \sin(x)$	4
5	$f(x) = \cos(x)$	7
6	$f(x) = \ln(x+1)$	6
7	$f(x) = \operatorname{arctg}(x)$	5
8	$f(x) = 2^x$	4
9	$f(x) = \cos^2 x$	10
10	$f(x) = \cos^2 x$	6
11	$f(x) = e^{-x^2}$	7
12	$f(x) = \cos 4x$	10
13	$f(x) = \arcsin x$	6
14	$f(x) = \frac{1}{1+x}$	8
15	$f(x) = \ln(1-x)$	6
16	$f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$	7

Задание 4. Раскрыть скобки, приравнять к нулю полученное выражение, найти корни уравнения. Отметить найденные корни на графике. Вариант взять из таблицы 6.4.

Таблица 6.4 – Задание 4

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$(x^2 - 4)(5x - 3)$	3	$(x^3 - 4)(x + 8)$
2	$(x - 6)(x^2 + 3x)$	4	$(x + 2)(x^2 - 2x - 4)$

Окончание таблицы 6.4

Вариант	Задание	Вариант	Задание
5	$(2+2\cos x)(3+\cos x)$	11	$\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}x^2\right)\left(x^2 + \frac{3}{2}\right)$
6	$(x+0,5)(2x-3)$	12	$\sin(x-2)(x-2x+\pi)$
7	$\left(b + \frac{1}{2b}\right)(b+2)$	13	$(x^2-2)(x+4)(x-2)$
8	$(b+\sin b)\left(b+\frac{\pi}{6}\right)$	14	$(x-2)(\cos x+2)$
9	$(\cos b - \sin b) \cdot \left(b + \frac{\pi}{3}\right)$	15	$(a-3)(a+4)(a^2-4)$
10	$(x-4)(x^2+8)$	16	$\left(\left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \frac{1}{4}x\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$

Задание 5. Найти корни уравнения. Отметить найденные корни на графике. Вариант взять из таблицы 6.5.

Таблица 6.5 – Задание 5

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$\frac{x^2+1}{x-4} - \frac{x^2-1}{x+3} = 23$	9	$\left(\frac{x^2+6}{x^2-4}\right)^2 = \left(\frac{5x}{4-x^2}\right)^2$
2	$x^4 - \frac{50}{2x^4-7} = 14$	10	$\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2,5$
3	$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$	11	$\sqrt{\frac{20+x}{x}} + \sqrt{\frac{20-x}{x}} = \sqrt{6}$
4	$3\left(x + \frac{1}{x^2}\right) - 7\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 0$	12	$(x^2-6x)^2 - 2(x-3)^2 = 81$
5	$\frac{4}{x^2+4} + \frac{5}{x^2+5} = 2$	13	$(x+1)^5 + (x-1)^5 = 32x$
6	$\frac{21}{x^2-4x+10} - x^2 + 4x = 6$	14	$\frac{z}{z+1} - 2\sqrt{\frac{z+1}{z}} = 3$
7	$(x+3)^3 - (x+1)^3 = 56$	15	$\sqrt{x} + \frac{2x+1}{x+2} = 2$
8	$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$	16	$7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$

Задание 6. Решить системы уравнений. Задание общее для всех вариантов (таблица 6.6).

Таблица 6.6 – Задание 6

Система 1	Система 2
$\begin{cases} x^2 = (y-b)^2 \\ y^2 = (x+a)^2 \end{cases}$	$\begin{cases} z + y = bx \\ x^2 + \frac{z}{2} = cy \end{cases}$

Задание 7. Найти транспонированную, обратную матрицы и определитель. Задание общее для всех вариантов (таблица 6.7).

Таблица 6.7 – Задание 7

Матрица 1	Матрица 2
$\begin{vmatrix} a & b \\ 1 & 1 \\ b & a^2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} s & c & b \\ s-1 & c-2 & b-3 \\ b & c & s \end{vmatrix}$

Задание 8. В указанном выражении привести подобные члены поочередно по всем переменным и вывести на экран коэффициенты полученных полиномов. Вариант взять из таблицы 6.8.

Таблица 6.8 – Задание 8

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1	$x^3z - z^2x + 5xz$	9	$cz - (z^3 + c)c - (z^2 + 4)c^2$
2	$a - (x+2)a^2 - x^2(a+4) - a^3x^3$	10	$(a-x)(x+a^2) - 7ax^3 + 2a^3x$
3	$yx^2 - y\left(\frac{1}{2} + x\right) - x^3(y^2 + 1)$	11	$\frac{ya^3}{3} - (y^2 + 1)a + a^2y$
4	$(a-b)^2 + 5a^3 - a(b^2 - 5)$	12	$ab - b^3(a+2b) - 4a^3b^2$
5	$(z+x)^2 - z^2x + (z-3)^2(x+1)$	13	$3x^2 - 5xy + 7xy - 10x^2 + y^2$
6	$(x-z^2)(x+2) - z^3x + 12x^2(z-2)$	14	$(x^2 - a^3 - 2x)(a^2 - x)$
7	$mn^3 - 3m^2n + (n-1)(m+1)$	15	$4a^2b - 3ab^2 - a^2b + 2ab^3$
8	$a - 4x^2 + (x^2 - 2)a^2x + 8a^3$	16	$\frac{1}{3}x^3y - 2y^2 + \frac{2}{3}xy - y^2 + xy$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Литвинович, Т. Н.** Решение задач в системе компьютерной математики МATHCAD : лабор. практикум / Т. Н. Литвинович. – Гомель : БелГУТ, 2011. – 126 с.

2 **Егоров, В. К.** Сборник задач по математике для поступающих во втузы / В. К. Егоров, В. В. Зайцев, Б. А. Кордемский ; под ред. М. И. Сканави. – Минск : Выш. шк., 1990. – 528 с.

Учебное издание

ЛИТВИНОВИЧ Татьяна Николаевна

РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ
В ПАКЕТЕ MATHCAD
Пособие

Редактор *А. А. Павлюченкова*
Технический редактор *В. Н. Кучерова*

Подписано в печать 10.04. 2026 г. Формат 60х84 $\frac{1}{16}$.
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 4,65. Уч.-изд. л. 4,81. Тираж 100 экз.
Зак.529. Изд. № 13.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Белорусский государственный университет транспорта.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий
№ 1/361 от 13.06.2014 г.
№ 2/104 от 01.04.2014 г.
№ 3/1583 от 14.11.2017 г.
Ул. Кирова, 34, 246653, Гомель