

По результатам экспериментальных исследований установлено, что с увеличением среднего размера частиц увеличивается диапазон параметров, при которых не происходит проплавления порошкового слоя – порошковый слой, сформированный из более крупных частиц, требует большего энергозатрата. Также установлено, что в процессе изготовления единичных треков могут появляться различного рода дефекты: комкование (balling effect) (рисунок 1, а), трещины (рисунок 1, б), дефекты у основания трека (рисунок 1, в), поры (рисунок 1, г), глубокое проплавление (keyhole) (рисунок 1, д), комбинированные дефекты (рисунок 1, е). Параметры, при которых такие дефекты появлялись для порошков различного размера, отличаются. Установлено, что появление треков с дефектами в виде трещин характеризуется определенным отношением глубины ванны расплава к ее ширине.

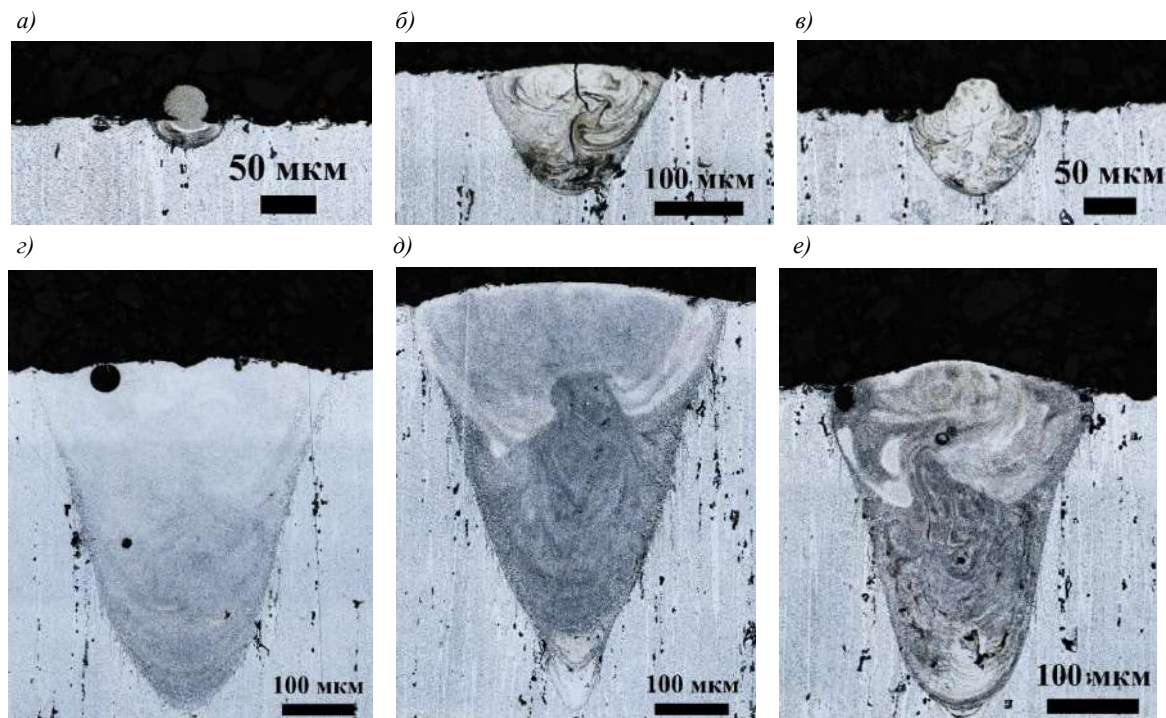


Рисунок 1 – Виды дефектов единичных треков: комкование (а), трещины (б), дефекты у основания трека (в), поры (г), глубокое проплавление (д), комбинированные дефекты (е)

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (код проекта FSFF-2023-0004).

УДК 539.374

РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИНУСОИДАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

А. В. ЯРОВАЯ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Слоистые, в том числе трехслойные, элементы конструкций широко применяются в различных отраслях промышленности. В связи с этим имеется необходимость разработки методов расчета подобных элементов на прочность, жесткость и устойчивость при статических и динамических нагрузках и воздействиях. В монографиях [1–4] предлагаются расчетные модели трехслойных стержней, пластин и оболочек, учитывающие не только различные внешние силовые нагрузки, но и влияние температурных и радиационных воздействий. Описаны гипотезы, применяемые для постановки краевых и начально-краевых задач. В статьях [5–7] рассмотрены колебания трехслойных круговых пластин, приведены аналитические решения ряда частных задач о динамическом воздействии различных равномерно распределенных локальных и нагрузок.

В данной работе исследованы малые осесимметричные поперечные колебания упругой трехслойной круговой пластины с легким наполнителем, возбужденные динамической поперечной

нагрузкой, распределенной по синусоиде вдоль радиуса пластины, причем частота нагрузки совпадает с одной из собственных частот колебаний пластины.

Постановка и решение задачи выполняются в цилиндрической системе координат r, φ, z . Для внешних несущих слоев справедливы гипотезы Кирхгофа. Заполнитель считается легким, при его деформировании выполняется гипотеза Тимошенко, т. е. учитывается поперечный сдвиг $\psi(r, t)$, но пренебрегается его работой в тангенциальном направлении. Вертикальная поверхностная нагрузка $q = q(r, t)$ не зависит от координаты φ . Внешние несущие слои выполнены из одного материала и имеют одинаковую толщину $h_1 = h_2$, толщина заполнителя – $h_3 = 2c$ (рисунок 1).

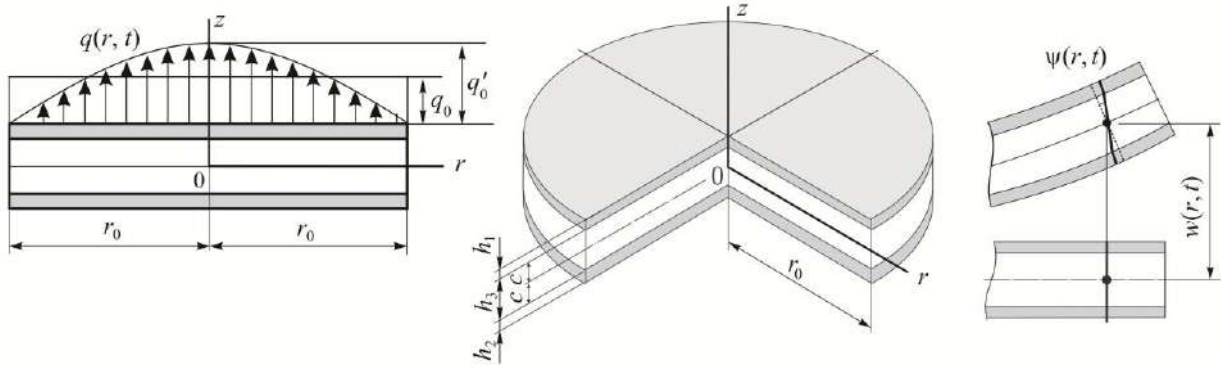


Рисунок 1 – Расчетная схема трехслойной пластины при синусоидальной нагрузке

В силу симметрии пластины тангенциальные перемещения в слоях и радиальное перемещение координатной плоскости отсутствуют. Искомыми считаем функции перемещений: $w(r, t)$ – прогиб срединной плоскости заполнителя, $\psi(r, t)$ – относительный сдвиг в заполнителе. Все перемещения и линейные размеры пластины отнесены к ее радиусу r_0 . На контуре пластины имеется жесткая диафрагма, препятствующая относительному сдвигу слоев.

Система уравнений движения рассматриваемой пластины следует из общих уравнений движения трехслойной пластины [1]:

$$\begin{aligned} L_2(a_4 \Psi - a_5 w_{,r}) &= 0; \\ L_3(a_5 \Psi - a_6 w_{,r}) - M_0 \ddot{w} &= -q, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} a_4 &= c^2 \left(h_1 K_1^+ + h_2 K_2^+ + \frac{2}{3} c K_3^+ \right); \quad a_5 = c \left[h_1 \left(c + \frac{1}{2} h_1 \right) K_1^+ + h_2 \left(c + \frac{1}{2} h_2 \right) K_2^+ + \frac{2}{3} c^2 K_3^+ \right]; \\ a_6 &= h_1 \left(c^2 + c h_1 + \frac{1}{3} h_1^2 \right) K_1^+ + h_2 \left(c^2 + c h_2 + \frac{1}{3} h_2^2 \right) K_2^+ + \frac{2}{3} c^3 K_3^+; \quad K_k^+ = K_k + \frac{4}{3} G_k, \quad K_k^- = K_k - \frac{2}{3} G_k; \end{aligned}$$

$$L_2(g) \equiv \frac{d^2 g}{dr^2} + \frac{dg}{r dr} - \frac{g}{r^2}; \quad L_3(g) \equiv \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r L_2(g)); \quad M_0 = (\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3) r_0^2;$$

$M_0 \ddot{w}$ – поперечные инерционные силы; G_k, K_k – модули сдвига и объемного деформирования; ρ_k – плотность материала k -го слоя.

Задача замыкается присоединением к системе (1) начальных и граничных условий.

Для описания свободных колебаний при защемленном или шарнирно опертом контуре пластины в [1] предложена система собственных ортонормированных функций $v_n \equiv v(\beta_n, r)$:

$$v_n \equiv \frac{1}{d_n} \left[J_0(\beta_n r) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)} I_0(\beta_n r) \right], \quad (2)$$

где J_0, I_0 – функция Бесселя и модифицированная функция Бесселя нулевых порядков; β_n – собственные числа, определяемые при удовлетворении граничным условиям; d_n – нормирующий множитель.

Решение начально-краевой задачи (1) при защемленном или шарнирно опертом контуре пластины представляются в виде разложения в ряд по системе собственных ортонормированных функций (2):

$$\Psi(r, t) = b_2 \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n T_n(t); \quad w(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n T_n(t); \quad q(r, t) = M_0 \sum_{n=0}^{\infty} v_n q_n(t); \quad q_n(t) = \frac{1}{M_0} \int_0^1 q(r, t) v_n r dr;$$

$$\phi_n = \frac{\beta_n}{d_n} \left[J_1(\beta_n)r - J_1(\beta_n r) + \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)} (I_1(\beta_n)r - I_1(\beta_n r)) \right], \quad (3)$$

где $T_n(t)$ – функция времени.

Численные результаты получены для защемленной по контуру пластины единичного радиуса со слоями Д16Т–фторопласт–Д16Т. Толщины слоев: $h_1 = h_2 = 0,01$, $c = 0,05$. Исследование сходимости рядов при подсчете прогиба и относительного сдвига в заполнителе показало, что достаточно оставлять первые 6 слагаемых. Дальнейшее увеличение количества членов ряда его сумму практически не изменяет.

На рисунке 2 показано нарастание амплитуды (прогиба в центре круговой трехслойной пластины) резонансных колебаний во времени при частоте внешней нагрузки, совпадающей с одной из частот собственных колебаний: $\omega_k = \omega_0(a)$; $\omega_k = \omega_1(b)$; $\omega_k = \omega_2(в)$.

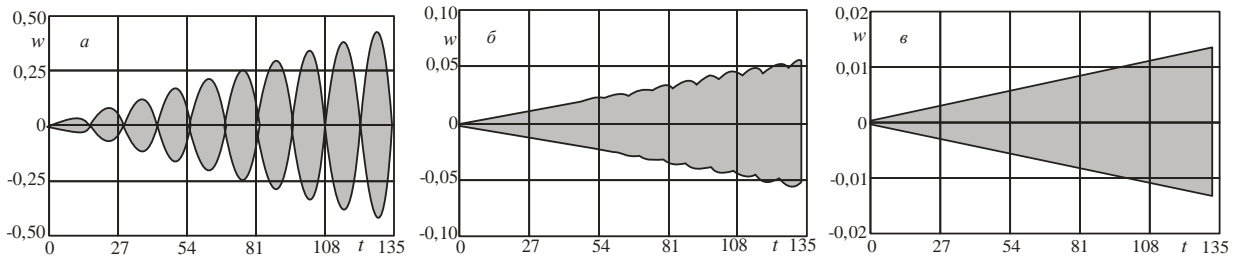


Рисунок 2 – Нарастание резонансных амплитуды колебаний во времени

На рисунке 2, а сохраняется периодичность колебаний с частотой, близкой к ω_0 . Однако при совпадении частоты возмущающей силы с более высокими частотами периодичность размывается, хотя амплитуда колебаний нарастает. Причем, с увеличением резонансной частоты колебаний скорость увеличения прогиба пластины за принятый интервал времени уменьшается. Например, отношение прогиба на рисунке 2, а к максимальным прогибам на рисунке 2, б, в составляет примерно 7 и 31 раз.

Приведенные решения справедливы в области малых упругих деформаций. Резонансные явления описываются подобной моделью только на начальной стадии нарастания амплитуды колебаний, пока деформации не стали конечными или не начались в пластине процессы пластического деформирования и расслаивания.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ «Конвергенция-2025».

Список литературы

- 1 Горшков, А. Г. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005. – 576 с.
- 2 Абдусаттаров, А. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагрузениях // А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.
- 3 Deformation of Three-layer Structural Elements in Thermal Radiation Fields / E. I. Starovoitov, M. A. Zhuravkov, D. V. Leonenko, Lyu Yongtao. – Springer Nature Singapore, Pte Ltd. – 2024. – 384 p.
- 4 Деформирование трехслойных пластин при термосиловых нагрузках / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Шафиева, А. В. Нестерович, А. Г. Козел. – Гомель : БелГУТ, 2024. – 395 с.
- 5 Леоненко, Д. В. Колебания круговой трехслойной пластины под действием внешней нагрузки / Д. В. Леоненко, М. В. Маркова // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2023. – № 1. – С. 49–63.
- 6 Starovoitov, E. I. Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // Strength of materials. – 2002. – Vol. 34, № 5. – P. 474–481.
- 7 Starovoitov, E. I. Vibrations of round three-layer plates under the action of various types of surface loads / E. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // Strength of Materials. – 2003. – Vol. 35, № 4. – P. 346–352.