

Анализ результатов расчетно-экспериментальной работы показывает, что ортотропные пластины подвержены сильному влиянию геометрических концентраторов. Исследования показывают, что введение образцов с новой геометрией позволяет проводить изучение несущей способности при сложном напряженном состоянии для рассматриваемых элементов конструкций с различными пропорциями приложения нагрузок. Модели позволяют оценить и прогнозировать места разрушения натуральных образцов, а также дают возможность выявить зоны с различными пропорциями приложения нагрузок для проведения натурального испытания с последующей валидацией.

Принятый подход при расчете несущей способности образцов показал, что моделирование эксперимента дает приемлемый уровень погрешности (около 15 %), поэтому может использоваться при проведении дальнейшей работы по оценке несущей способности ПКМ в случае сложного напряженного состояния.

УДК 539.3

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ КРУГОВОЙ ПЯТИСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ

Э. И. СТАРОВОЙТОВ, В. С. САЛИЦКИЙ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Композитные элементы конструкций нашли широкое применение в технике и строительстве, что обуславливает необходимость создания адекватных расчетных математических моделей. В монографиях [1–6] приводятся подходы к подбору кинематических гипотез и построению решений краевых задач для трехслойных элементов конструкций. Свободные и вынужденные колебания трехслойных пластин и оболочек рассмотрены в работах [7–13].

Квазистатическому деформированию трехслойных пластин со сжимаемым и несжимаемым заполнителями посвящены статьи в [14–17]. В публикациях [18–21] приводятся результаты исследований изгиба симметричных по толщине пятислойных круговых пластин. Здесь предлагается система дифференциальных уравнений равновесия нелинейной пятислойной круговой пластины.

В достаточно тонких жестких несущих слоях (1, 2, 4) справедливы гипотезы Кирхгофа, в процессе деформирования они проявляют упругопластические свойства. Несжимаемые по толщине относительно толстые два заполнителя воспринимают нагрузку в тангенциальном направлении, при деформировании ведут себя нелинейно упруго. Нормали в них остаются прямолинейными, но поворачиваются на дополнительный угол $\psi_i(r)$ ($i = 1, 2$). Физические уравнения состояния соответствуют теории малых упругопластических деформаций:

$$s_{\alpha\beta}^{(k)} = 2G_k \left(1 - \omega_k(\varepsilon_u^{(k)})\right) \varepsilon_{\alpha\beta}^{(k)},$$

$$\sigma^{(k)} = 3K_k \varepsilon^{(k)} \quad (\alpha, \beta = r, \varphi; k = 1, \dots, 5),$$

где $s_{\alpha}^{(k)}$, $\varepsilon_{\alpha\beta}^{(k)}$, $\sigma^{(k)}$, $\varepsilon^{(k)}$ – девиаторы и шаровые части тензоров напряжений и деформаций; $\omega_k(\varepsilon_u^{(k)})$ – функции пластичности Ильюшина и физической нелинейности заполнителей.

Уравнения равновесия для упругопластической круговой пятислойной несимметричной по толщине пластины получены вариационным методом Лагранжа:

$$L_2(a_1 u + a_2 \psi_1 - a_3 \psi_2 - a_4 w_{,r}) = p_{\omega},$$

$$L_2(a_2 u + a_5 \psi_1 - a_6 w_{,r}) - h_5 G_5 \psi_1 = h_{1\omega},$$

$$L_2(-a_3 u + a_7 \psi_2 - a_8 w_{,r}) - h_3 G_3 \psi_2 = h_{2\omega},$$

$$L_3(a_4 u + a_6 \psi_1 + a_8 \psi_2 - a_9 w_{,r}) = -q + q_{\omega},$$

где коэффициенты выражаются через геометрические и упругие параметры материалов слоев; запятая в индексе обозначает операцию дифференцирования по координате r ; L_2, L_3 – линейные дифференциальные операторы.

Справа сосредоточены члены с нижним индексом « ω », в которые включены добавки, отражающие физическую нелинейность материалов несущих слоев и заполнителя. Они вычисляются по формулам

$$p_{\omega} = T_{r\omega, r} + \frac{1}{r}(T_{r\omega} - T_{\phi\omega}), \quad h_{1\omega} = H_{1r\omega, r} + \frac{1}{r}(H_{1r\omega} - H_{1\phi\omega}) - Q_{1\omega},$$

$$h_{2\omega} = H_{2r\omega, r} + \frac{1}{r}(H_{2r\omega} - H_{2\phi\omega}) - Q_{2\omega}, \quad q_{\omega} = M_{r\omega, rr} + \frac{1}{r}(2M_{r\omega, r} - M_{\phi\omega, r}),$$

где в правые части вынесены составляющие внутренних усилий, отражающие пластичность и нелинейность материалов.

Приведенная в работе система дифференциальных уравнений позволяет моделировать напряженно-деформированное состояние круговых пятислойных несимметричных по толщине пластин, изготовленных из упругопластических и физически нелинейных материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ «Конвергенция-2025».

Список литературы

- 1 **Горшков, А. Г.** Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая. – М. : Физматлит, 2005. – 576 с. – ISBN 978-5-9221-0567-5. – EDN RXGSLJ.
- 2 **Журавков, М. А.** Математические модели механики твердого тела / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021 – 535 с.
- 3 **Zhuravkov, M. A.** Mechanics of Solid Deformable Body / M. A. Zhuravkov, Lyu Yongtao, E. I. Starovoitov – Singapore : Springer, 2022. – 317 p.
- 4 **Абдусаттаров, А.** Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023 – 381 с.
- 5 Деформирование трехслойных пластин при термосиловых нагрузках / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Шафиева, А. В. Нестерович, А. Г. Козел. – Гомель : БелГУТ, 2024. – 395 с.
- 6 Deformation of Three-layer Structural Elements in Thermal Radiation Fields / E. I. Starovoitov, M. A. Zhuravkov, D. V. Leonenko, Lyu Yongtao. – Springer Nature Singapore, Pte Ltd. – 2024. – 384 p.
- 7 **Леоненко, Д. В.** Колебания круговой трехслойной пластины под действием внешней нагрузки / Д. В. Леоненко, М. В. Маркова // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2023. – № 1. – С. 49–63.
- 8 **Leonenko, D. V.** Vibrations of Cylindrical Sandwich Shells with Elastic Core Under Local Loads / D. V. Leonenko, E. I. Starovoitov // International Applied Mechanics. – 2016. – Vol. 52 (4). – P. 359–367.
- 9 Natural vibration of a sandwich beam on an elastic foundation / V. D. Kubenko, Yu. M. Pleskachevskii, É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko // International Applied Mechanics. – 2006. – Vol. 42, № 5. – P. 541–547.
- 10 **Starovoitov, É. I.** Vibrations of a sandwich rod under local and impulsive forces / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // International Applied Mechanics. – 2005. – Vol. 41, № 7. – P. 809–816.
- 11 **Старовойтов, Э. И.** Исследование спектра частот трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – № 2 (21). – С. 162–169.
- 12 **Starovoitov, E. I.** Heat conduction and heat transfer in technological processes oscillations of a three-layer plate caused by a thermal shock and pulse load / E. I. Starovoitov, Yu. M. Pleskachevskii, D. V. Leonenko // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2025. – Vol. 98, № 3. – P. 779–787.
- 13 **Старовойтов, Э. И.** Колебания сэндвич-пластины в температурном поле, вызванные локальным импульсом / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2025. – № 1 (370). – С. 38–45.
- 14 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Шафиева, Г. В. Москвитин // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2025. – № 1. – С. 54–63.
- 15 **Старовойтов, Э. И.** Изгиб упругой круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т. 24, № 3. – С. 392–406.
- 16 **Козел, А. Г.** Уравнения равновесия упругопластической круговой пластины на основании пастернака / А. Г. Козел // Механика. Исследования и инновации. – 2018. – № 11 (11). – С. 127–133.
- 17 **Захарчук, Ю. В.** Трехслойная круговая упругопластическая пластина со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – № 4 (37). – С. 72–79.
- 18 **Салицкий, В. С.** Изгиб защемленной по контуру круговой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Механика. Исследования и инновации. – Гомель, 2022. – Вып. 15 – С. 209–213.
- 19 **Салицкий, В. С.** Изгиб круговой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Теоретическая и прикладная механика. Минск, 2023. – Вып. 38 – С. 234 – 239.
- 20 **Салицкий, В. С.** Круглая пятислойная пластина под действием осесимметричной кольцевой нагрузки / В. С. Салицкий // Механика. Исследования и инновации. – 2024. – № 17. – С. 114–119.
- 21 **Салицкий, В. С.** Изгиб локальной нагрузкой круглой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 3 (60). – С. 27–31. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_27.