

9 Starovoitov, E. I. Heat conduction and heat transfer in technological processes oscillations of a three-layer plate caused by a thermal shock and pulse load / E. I. Starovoitov, Yu. M. Pleskachevskii, D. V. Leonenko // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2025. – Vol. 98, № 3. – P. 779–787.

10 Старовойтов Э. И. Упругопластический изгиб трёхслойных стержней при однократном и переменном нагружении с учетом повреждаемости и температурного воздействия / Э. И. Старовойтов, А. Абдусаттаров // Journal Engineer ISSN Special Issue. – 2025. – С. 219–224.

11 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Шафиева, Г. В. Москвитин // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2025. – № 1. – С. 54–63.

12 Abdusattarov, A. Modeling of nonlinear deformation and damage of underground core pipelines under cyclic loads, taking into account large deformations / A. Abdusattarov, E. Starovoitov, N. Ruzieva // AIP Conf. Proc. – 2025. – 3265, 050007. – DOI: <https://doi.org/10.1063/5.026535>.

13 Starovoitov, E. Deformation of Three-Layer Plates by Local Ring Loads and Neutron Irradiation / E. Starovoitov // AIP Conf. Proc. – 2025. – 3265, 050002. – DOI: <https://doi.org/10.1063/5.026535>.

14 Захарчук, Ю. В. Трёхслойная круговая упругопластическая пластина со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – № 4 (37). – С. 72–79.

15 Старовойтов Э. И. Изгиб упругой круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т. 2 (3). – С. 392–406.

16 Салицкий, В. С. Изгиб защемлённой по контуру круговой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Механика. Исследования и инновации. – 2022. – Вып. 15. – С. 209–213.

17 Салицкий, В. С. Изгиб круговой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Теоретическая и прикладная механика. – 2023. – Вып. 38 – С. 234 – 239.

18 Салицкий, В. С. Круглая пятислойная пластина под действием осесимметричной кольцевой нагрузки / В. С. Салицкий // Механика. Исследования и инновации. – 2024. – № 17. – С. 114–119.

19 Салицкий, В. С. Изгиб локальной нагрузкой круглой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 3 (60). – С. 27–31. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_3\\_60\\_27](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_27).

УДК 539.3

## РАЗРУШЕНИЕ ПЛАСТИН ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

*Е. И. СМАГИН*

*ПАО «Яковлев», г. Москва, Российская Федерация*

*В. А. ВЕСТЯК, М. И. МАРТИРОСОВ*

*Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

Уникальное сочетание свойств ортотропных материалов, в частности полимерных композиционных материалов (ПКМ), способствует повышению прочности конструкций и весовой эффективности. Однако при проектировании следует учитывать факторы, препятствующие широкому внедрению ПКМ. Для ПКМ на основе углеродных волокон характерно хрупкое разрушение, особая чувствительность проявляется к концентраторам напряжений в виде отверстий.

Конструкции из ПКМ часто работают в условиях комбинированного нагружения, основными компонентами которого являются осевые и сдвиговые нагрузки. Величины этих нагрузок зависят как от места расположения в конструкции, так и от расчетного случая нагружения. Оценку несущей способности таких элементов конструкции (например, представляющих собой пластины) удобно проводить с помощью диаграмм их прочности и общей устойчивости, построенных в координатах действующих погонных сжимающих и сдвиговых нагрузок. На предварительных этапах проектирования построение диаграмм несущей способности конструкций из ПКМ можно проводить, используя даже аналитические методики расчета. Однако на этапах рабочего проектирования и поверочных расчетов желательно для этих целей воспользоваться методом конечных элементов (МКЭ) в нелинейной постановке.

На первом этапе проводятся экспериментальные исследования с использованием нескольких типов крестообразных образцов со свободным отверстием (КоО), выполненных из ортотропного материала, например, ПКМ на основе углеродного наполнителя и эпоксидного связующего с различными толщинами и схемами армирования: при процентном отношении слоёв с укладкой  $[0/\pm 45/90]$   $[53/36/11]$ , т. е.  $[53\% \text{ слоёв } 0^\circ, 36\% \text{ слоёв } \pm 45^\circ, 11\% \text{ слоёв } 90^\circ]$  (с номинальной толщиной композитного пакета  $\delta = 7,875 \text{ мм}$ ), при процентном отношении слоёв с укладкой  $[0/\pm 45/90]$   $[55/32/13]$ , т. е.  $[55\% \text{ слоёв } 0^\circ, 32\% \text{ слоёв } \pm 45^\circ, 13\% \text{ слоёв } 90^\circ]$  (с номинальной толщиной композитного пакета  $\delta = 6,65 \text{ мм}$ ). В результате проведения первых испытаний с соотношением сил  $X/Y$ , приложенных к образцам  $10/8$ ;  $10/3$ ;  $-10/4$  и –

10/–3, выявлены существенные недостатки базовой геометрии образцов, повлекшие за собой разрушение в виде проскальзывания в захватной части применяемой испытательной машины (Labtest 6.250H.11). Накладки на образцах отклеивались по площади захватной части испытательной машины при нагрузке  $P_x = 184400$  Н и  $P_y = 69500$  Н, при этом максимальная нагрузка для испытательной машины составляет 250 кН.

Для последующей серии КоО разработана новая форма образца с увеличенной шириной захватной части до 100 мм и уменьшенной шириной регулярной зоны КоО с 36 до 30 мм, а также с уменьшенным диаметром центрального отверстия с 6 до 5 мм (при сохранении стандартного соотношения  $B / d = 6$ , где  $B$  – ширина образца;  $d$  – диаметр центрального отверстия, являющегося концентратором напряжений). При этом продольный габаритный размер образца (длина) был увеличен с 330 до 350 мм.

Для поиска оптимальной формы и размера самой конструкции образца по длине рассмотрены образцы с габаритами 350 и 400 мм. Установлено, что при радиусе перехода 40 мм при габаритном размере  $L = 350$  мм отличие напряжений  $\sigma_{11}$  по сечению составляет ~20 %, тогда как при габаритном размере  $L = 400$  мм – лишь 6 %, что говорит о взаимном влиянии двух концентраторов (радиусные переходы от захватной и центральной части). Следовательно, необходимо разнести эти радиусы максимально далеко друг от друга и сделать регулярную часть более продолговатой.

Полученные многочисленные экспериментальные данные подтверждают чувствительность ортотропных пластин на основе высокомодульного углеволокна и эпоксидной матрицы к геометрическим концентраторам напряжений. В результате исследования проведены серии механических испытаний, где выявлено, что данная форма образца не позволяет в полной мере использовать потенциал ортотропного материала при одноосном растяжении.

Для определения возможности аппроксимации полученных данных для иных укладок проводилась серия расчетов с помощью МКЭ. Методика определения параметров материала основана на моделировании приведенных выше результатов испытаний в программном комплексе LS-DYNA и сравнении результатов расчета с результатами испытаний. Для моделирования рассматриваемого ПКМ использовались восьмиузловые объёмные конечные элементы (КЭ) первого порядка.

Исследуя прочность крестообразных образцов, разработали конечно-элементные модели (КЭМ). В этих моделях реализованы условия закрепления образцов с учетом особенностей перемещения захватных частей в испытательной машине. Для реализации численного эксперимента использованы различные схемы нагружения (для реализации на крестообразном образце от одноосного нагружения до различных комбинаций приложения нагрузки в направлениях  $X$  и  $Y$ ). Соотношение нагрузок определяется как отношение действующей нагрузки вдоль оси  $X$  к действующей нагрузке вдоль оси  $Y$ , а также с учетом различной ортотропии образцов. В исследованные комбинации нагрузок вошли  $X10/Y2$ ,  $X10/Y4.2$ ,  $X10/Y4.2$ ,  $X-10/Y7.5$ ,  $X-10/Y9.2$ .

В конечно-элементных расчётах используется модель материала ПКМ «MAT\_221\_ORTHOTROPIC\_SIMPLIFIED\_DAMAGE», основанная на критерии максимальных деформаций. Согласно используемому критерию разрушение наступает, когда одна из компонент деформации, отнесенных к осям ортотропии, достигает предельного значения, определяемого из испытаний на одноосное нагружение и чистый сдвиг.

Модель материала MAT\_221 основана на том, что зависимость напряжений от деформаций в слое ПКМ, состоящем из монослоев, имеет три участка: зона упругого поведения, зона повреждения, зона разрушения.

Для проведения валидации КЭМ с экспериментальными данными все измеренные поля деформаций для основных случаев нагружения определяются при 30 % от разрушающей нагрузки методом корреляции цифровых изображений. В ходе валидации рассмотрены образцы с геометрическими параметрами рабочего сечения образца: шириной 36 мм и толщиной 6,65 мм. Выбраны два расчетных случая при комбинации нагрузок  $X10/Y4.2$  и  $X-10/Y7.5$ . В качестве критерия рассмотрены действующие деформации верхнего слоя ПКМ для двух направлений:  $0^\circ$  и  $90^\circ$ .

В КЭМ наблюдается хорошая сходимость с натурным образцом по характеру и значениям деформаций вдоль направления  $0^\circ$ . Для направления  $90^\circ$  характер распределения деформаций в целом подтверждает проводимые эксперименты, однако зона распространения высоких значений деформаций выражена более узкой зоной.

Далее на основе валидированной модели приводятся расчеты для расширения диаграммы предельных напряжений при сложном напряженном состоянии для соотношений комбинации нагрузок  $X10/Y-1.3$ ,  $X-10/Y5$ ,  $X-10/Y8.4$ ,  $X10/Y2$ ,  $X10/Y4.8$ ,  $X10/Y4.4$ ,  $X-10/Y6.6$ ,  $X-10/Y7.5$ .

Анализ результатов расчетно-экспериментальной работы показывает, что ортотропные пластины подвержены сильному влиянию геометрических концентраторов. Исследования показывают, что введение образцов с новой геометрией позволяет проводить изучение несущей способности при сложном напряженном состоянии для рассматриваемых элементов конструкций с различными пропорциями приложения нагрузок. Модели позволяют оценить и прогнозировать места разрушения натуральных образцов, а также дают возможность выявить зоны с различными пропорциями приложения нагрузок для проведения натурального испытания с последующей валидацией.

Принятый подход при расчете несущей способности образцов показал, что моделирование эксперимента дает приемлемый уровень погрешности (около 15 %), поэтому может использоваться при проведении дальнейшей работы по оценке несущей способности ПКМ в случае сложного напряженного состояния.

УДК 539.3

## УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ КРУГОВОЙ ПЯТИСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ

*Э. И. СТАРОВОЙТОВ, В. С. САЛИЦКИЙ*

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Композитные элементы конструкций нашли широкое применение в технике и строительстве, что обуславливает необходимость создания адекватных расчетных математических моделей. В монографиях [1–6] приводятся подходы к подбору кинематических гипотез и построению решений краевых задач для трехслойных элементов конструкций. Свободные и вынужденные колебания трехслойных пластин и оболочек рассмотрены в работах [7–13].

Квазистатическому деформированию трехслойных пластин со сжимаемым и несжимаемым заполнителями посвящены статьи в [14–17]. В публикациях [18–21] приводятся результаты исследований изгиба симметричных по толщине пятислойных круговых пластин. Здесь предлагается система дифференциальных уравнений равновесия нелинейной пятислойной круговой пластины.

В достаточно тонких жестких несущих слоях (1, 2, 4) справедливы гипотезы Кирхгофа, в процессе деформирования они проявляют упругопластические свойства. Несжимаемые по толщине относительно толстые два заполнителя воспринимают нагрузку в тангенциальном направлении, при деформировании ведут себя нелинейно упруго. Нормали в них остаются прямолинейными, но поворачиваются на дополнительный угол  $\psi_i(r)$  ( $i = 1, 2$ ). Физические уравнения состояния соответствуют теории малых упругопластических деформаций:

$$s_{\alpha\beta}^{(k)} = 2G_k \left(1 - \omega_k(\varepsilon_u^{(k)})\right) \varepsilon_{\alpha\beta}^{(k)},$$

$$\sigma^{(k)} = 3K_k \varepsilon^{(k)} \quad (\alpha, \beta = r, \varphi; k = 1, \dots, 5),$$

где  $s_{\alpha}^{(k)}$ ,  $\varepsilon_{\alpha\beta}^{(k)}$ ,  $\sigma^{(k)}$ ,  $\varepsilon^{(k)}$  – девиаторы и шаровые части тензоров напряжений и деформаций;  $\omega_k(\varepsilon_u^{(k)})$  – функции пластичности Ильюшина и физической нелинейности заполнителей.

Уравнения равновесия для упругопластической круговой пятислойной несимметричной по толщине пластины получены вариационным методом Лагранжа:

$$L_2(a_1 u + a_2 \psi_1 - a_3 \psi_2 - a_4 w_{,r}) = p_{\omega},$$

$$L_2(a_2 u + a_5 \psi_1 - a_6 w_{,r}) - h_5 G_5 \psi_1 = h_{1\omega},$$

$$L_2(-a_3 u + a_7 \psi_2 - a_8 w_{,r}) - h_3 G_3 \psi_2 = h_{2\omega},$$

$$L_3(a_4 u + a_6 \psi_1 + a_8 \psi_2 - a_9 w_{,r}) = -q + q_{\omega},$$

где коэффициенты выражаются через геометрические и упругие параметры материалов слоев; запятая в индексе обозначает операцию дифференцирования по координате  $r$ ;  $L_2, L_3$  – линейные дифференциальные операторы.