

На основании табличных данных можно отметить следующее:

- 1) при относительно небольшом изменении давления долговечность изменяется кратно;
- 2) изменение температуры оказывает существенное влияние на долговечность;
- 3) заметен разброс времени до разрушения при близких термобарических параметрах; вследствие этого требуется проведение дополнительных испытаний для повышения достоверности прогноза.

На основе статистического описания процесса деградации прочностных свойств конструкционных пластиков реализован алгоритм прогнозирования долговечности напорных труб для горячего водоснабжения в виде компьютерной программы регрессионного анализа и экстраполяции результатов экспериментального определения долговечности образцов напорных труб при различных температурах и давлениях.

С использованием компьютерной программы регрессионного анализа выполнены расчеты на долговечность полимерных труб для горячего водоснабжения. Предложена идея ускоренного метода оценки долговечности полимерных труб для горячего водоснабжения, основанного на регистрации кинетики снижения модуля упругости материала труб в процессе циклических испытаний кольцевых образцов при повышенных температурах и нагрузках. Разработан испытательный стенд, оснащенный специализированными кольцевыми захватами и нагревателем для термостатирования, что позволяет проводить механические испытания кольцевых образцов, имитирующие эксплуатацию полимерных труб в условиях комбинированного силового и температурного воздействия.

*Исследование поддержано грантом НАН Беларуси «Разработка ускоренного метода и программно-аппаратного комплекса для определения срока службы напорных труб из конструкционных армированных пластиков по критерию циклической термпрочности».*

#### Список литературы

- 1 Коган, Д. Ф. Трубопроводы из термопластов / Д. Ф. Коган. – М. : Наука, 1968. – 150 с.
- 2 Ромейко, В. С. Пластмассовые трубопроводы / В. С. Ромейко, А. Н. Шестопад, А. А. Персион. – М. : Высш. шк., 1984. – 200 с.
- 3 Шапиро, Г. И. Пластмассовые трубопроводы / Г. И. Шапиро. – М. : Москва, 1986. – 305 с.
- 4 Уиллоуби, Д. А. Полимерные трубы и трубопроводы / Д. А. Уиллоуби, Д. Вудсон, Р. Суверленд. – СПб. : Профессия, 2010. – 486 с.
- 5 Якобсен, А. Л. Полимерные и неорганические материалы в трубопроводном строительстве / А. Л. Якобсен. – М. : Дара, 1990. – 186 с.

УДК 539.3

## ИЗГИБ НЕСИММЕТРИЧНОЙ КРУГОВОЙ ПЯТИСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКОЙ

*В. С. САЛИЦКИЙ*

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

Широкое использование в технике и строительстве слоистых конструкций обуславливает развитие математических моделей и методов их расчета на различные виды и типы нагрузок. В монографиях [1–5] приводятся подходы к подбору кинематических гипотез и построению решений краевых задач для трехслойных элементов конструкций. Свободные и вынужденные колебания трехслойных пластин и оболочек рассмотрены в работах [6–9].

Квазистатическому деформированию трехслойных пластин со сжимаемым и несжимаемым заполнителями посвящены статьи в [10–15]. В публикациях [16–19] приводятся результаты об изгибе симметричных по толщине пятислойных круговых пластин. Здесь предлагается система дифференциальных уравнений равновесия несимметричной пятислойной круговой пластины.

В достаточно тонких жестких несущих слоях (1, 2, 4) справедливы гипотезы Кирхгофа: несжимаемая нормаль остается прямолинейной и перпендикулярной к деформированной срединной поверхности слоя. Несжимаемые по толщине относительно толстые два заполнителя воспринимают нагрузку в тангенциальном направлении. Нормали в них остаются прямолинейными, но поворачивается на дополнительный угол  $\psi_i(r)$  ( $i = 1, 2$ ). Уравнения равновесия для круговой пятислойной несимметричной пластины получены вариационным методом Лагранжа:

$$\begin{aligned}
L_2(a_1u + a_2\psi_1 - a_3\psi_2 - a_4w_{,r}) &= 0, \\
L_2(a_2u + a_5\psi_1 - a_6w_{,r}) - h_5G_5\psi_1 &= 0, \\
L_2(-a_3u + a_7\psi_2 - a_8w_{,r}) - h_3G_3\psi_2 &= 0, \\
L_3(a_4u + a_6\psi_1 + a_8\psi_2 - a_9w_{,r}) &= -q,
\end{aligned} \tag{1}$$

где коэффициенты выражаются через геометрические и упругие параметры материалов слоев; запятая в индексе обозначает операцию дифференцирования по координате  $r$ ;  $L_2, L_3$  – линейные дифференциальные операторы,

$$L_2(g) \equiv \left( \frac{1}{r}(rg)_{,r} \right)_{,r} \equiv g_{,rr} + \frac{g_{,r}}{r} - \frac{g}{r^2}, \quad L_3(g) \equiv \frac{1}{r}(rL_2(g))_{,r} \equiv g_{,rrr} + \frac{2g_{,rr}}{r} - \frac{g_{,r}}{r^2} + \frac{g}{r^3}.$$

Используя первое и четвертое уравнения системы (1), можно избавиться от перемещений  $u$  и  $w$  в остальных уравнениях. Система приводится к следующему операторному виду:

$$\begin{aligned}
L_2(u) &= -L_2\left(\frac{a_4}{a_1}w_{,r} - \frac{a_2}{a_1}\psi_1 + \frac{a_3}{a_1}\psi_2\right), \\
b_1L_2(\psi_1) + b_2L_2(\psi_2) - h_5G_5\psi_1 &= -\gamma_1L_1^{-1}(q), \\
b_2L_2(\psi_1) + b_3L_2(\psi_2) - h_3G_3\psi_2 &= -\gamma_2L_1^{-1}(q), \\
L_2(w_{,r}) &= -\gamma L_1^{-1}(q) - \gamma_1L_2(\psi_1) - \gamma_2L_2(\psi_2),
\end{aligned} \tag{2}$$

где коэффициенты  $b_i, \gamma_i$  выражаются через  $a_i$ .

Выразив из второго уравнения системы (2)  $L_2(\psi_2)$  через  $\psi_1$  и подставив его в третье уравнение, получим следующее выражение для  $\psi_2$ :

$$\psi_2 = \frac{(b_2^2 - b_1b_3)}{h_3G_3b_2}L_2(\psi_1) + \frac{h_5G_5b_3}{h_3G_3b_2}\psi_1 + \frac{(b_2\gamma_2 - b_3\gamma_1)}{h_3G_3b_2}L_1^{-1}(q).$$

Это выражение подставим во второе уравнение системы (2). В результате имеем отдельное дифференциальное уравнение для сдвига  $\psi_1$ :

$$L_2^2(\psi_1) - 2A_1^2L_2(\psi_1) + A_2^4\psi_1 = f, \tag{3}$$

где

$$A_1^2 = \frac{h_5G_5b_3 + b_1h_3G_3}{2(b_1b_3 - b_2^2)}, \quad A_2^4 = \frac{h_5G_5h_3G_3}{b_1b_3 - b_2^2}, \quad f = \frac{\gamma_1h_3G_3}{b_1b_3 - b_2^2}L_1^{-1}(q).$$

Решение последнего уравнения можно представить как сумму общего решения соответствующего однородного уравнения и произвольного частного решения уравнения (3).

Предложенная в работе система дифференциальных уравнений позволяет моделировать напряженно-деформированное состояние круговых пятислойных несимметричных по толщине пластин при поверхностных нагрузках.

#### Список литературы

- 1 Журавков, М. А. Математические модели механики твердого тела / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов. – Минск : БГУ, 2021 – 535 с.
- 2 Zhuravkov, M. A. Mechanics of Solid Deformable Body / M. A. Zhuravkov, Lyu Yongtao, E. I. Starovoitov. – Singapore : Springer, 2022. – 317 p.
- 3 Абдусаттаров, А. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.
- 4 Деформирование трехслойных пластин при термосиловых нагрузках / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Шафиева, А. В. Нестерович, А. Г. Козел. – Гомель : БелГУТ, 2024. – 395 с.
- 5 Deformation of Three-layer Structural Elements in Thermal Radiation Fields / E. I. Starovoitov, M. A. Zhuravkov, D. V. Leonenko, Lyu Yongtao. – Springer Nature Singapore, Pte Ltd. – 2024. – 384 p.
- 6 Леоненко, Д. В. Колебания круговой трехслойной пластины под действием внешней нагрузки / Д. В. Леоненко, М. В. Маркова // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2023. – № 1. – С. 49–63.
- 7 Старовойтов, Э. И. Исследование спектра частот трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – 21, № 2. – С. 162–169.
- 8 Старовойтов, Э. И. Сэндвич-пластина под действием резонансной круговой нагрузки в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, А. Абдусаттаров // Проблемы механики. – 2025. – № 1. – С. 10–16.

9 Starovoitov, E. I. Heat conduction and heat transfer in technological processes oscillations of a three-layer plate caused by a thermal shock and pulse load / E. I. Starovoitov, Yu. M. Pleskachevskii, D. V. Leonenko // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2025. – Vol. 98, № 3. – P. 779–787.

10 Старовойтов Э. И. Упругопластический изгиб трёхслойных стержней при однократном и переменном нагружении с учетом повреждаемости и температурного воздействия / Э. И. Старовойтов, А. Абдусаттаров // Journal Engineer ISSN Special Issue. – 2025. – С. 219–224.

11 Старовойтов, Э. И. Деформирование трехслойной пластины со сжимаемым наполнителем в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Шафиева, Г. В. Москвитин // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2025. – № 1. – С. 54–63.

12 Abdusattarov, A. Modeling of nonlinear deformation and damage of underground core pipelines under cyclic loads, taking into account large deformations / A. Abdusattarov, E. Starovoitov, N. Ruzieva // AIP Conf. Proc. – 2025. – 3265, 050007. – DOI: <https://doi.org/10.1063/5.026535>.

13 Starovoitov, E. Deformation of Three-Layer Plates by Local Ring Loads and Neutron Irradiation / E. Starovoitov // AIP Conf. Proc. – 2025. – 3265, 050002. – DOI: <https://doi.org/10.1063/5.026535>.

14 Захарчук, Ю. В. Трёхслойная круговая упругопластическая пластина со сжимаемым наполнителем / Ю. В. Захарчук // Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – № 4 (37). – С. 72–79.

15 Старовойтов Э. И. Изгиб упругой круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т. 2 (3). – С. 392–406.

16 Салицкий, В. С. Изгиб защемлённой по контуру круговой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Механика. Исследования и инновации. – 2022. – Вып. 15. – С. 209–213.

17 Салицкий, В. С. Изгиб круговой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Теоретическая и прикладная механика. – 2023. – Вып. 38 – С. 234 – 239.

18 Салицкий, В. С. Круглая пятислойная пластина под действием осесимметричной кольцевой нагрузки / В. С. Салицкий // Механика. Исследования и инновации. – 2024. – № 17. – С. 114–119.

19 Салицкий, В. С. Изгиб локальной нагрузкой круглой пятислойной пластины / В. С. Салицкий // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 3 (60). – С. 27–31. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_3\\_60\\_27](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_27).

УДК 539.3

## РАЗРУШЕНИЕ ПЛАСТИН ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

*Е. И. СМАГИН*

*ПАО «Яковлев», г. Москва, Российская Федерация*

*В. А. ВЕСТЯК, М. И. МАРТИРОСОВ*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

Уникальное сочетание свойств ортотропных материалов, в частности полимерных композиционных материалов (ПКМ), способствует повышению прочности конструкций и весовой эффективности. Однако при проектировании следует учитывать факторы, препятствующие широкому внедрению ПКМ. Для ПКМ на основе углеродных волокон характерно хрупкое разрушение, особая чувствительность проявляется к концентраторам напряжений в виде отверстий.

Конструкции из ПКМ часто работают в условиях комбинированного нагружения, основными компонентами которого являются осевые и сдвиговые нагрузки. Величины этих нагрузок зависят как от места расположения в конструкции, так и от расчетного случая нагружения. Оценку несущей способности таких элементов конструкции (например, представляющих собой пластины) удобно проводить с помощью диаграмм их прочности и общей устойчивости, построенных в координатах действующих погонных сжимающих и сдвиговых нагрузок. На предварительных этапах проектирования построение диаграмм несущей способности конструкций из ПКМ можно проводить, используя даже аналитические методики расчета. Однако на этапах рабочего проектирования и поверочных расчетов желательно для этих целей воспользоваться методом конечных элементов (МКЭ) в нелинейной постановке.

На первом этапе проводятся экспериментальные исследования с использованием нескольких типов крестообразных образцов со свободным отверстием (КоО), выполненных из ортотропного материала, например, ПКМ на основе углеродного наполнителя и эпоксидного связующего с различными толщинами и схемами армирования: при процентном отношении слоёв с укладкой  $[0/\pm 45/90]$   $[53/36/11]$ , т. е.  $[53\% \text{ слоёв } 0^\circ, 36\% \text{ слоёв } \pm 45^\circ, 11\% \text{ слоёв } 90^\circ]$  (с номинальной толщиной композитного пакета  $\delta = 7,875 \text{ мм}$ ), при процентном отношении слоёв с укладкой  $[0/\pm 45/90]$   $[55/32/13]$ , т. е.  $[55\% \text{ слоёв } 0^\circ, 32\% \text{ слоёв } \pm 45^\circ, 13\% \text{ слоёв } 90^\circ]$  (с номинальной толщиной композитного пакета  $\delta = 6,65 \text{ мм}$ ). В результате проведения первых испытаний с соотношением сил  $X/Y$ , приложенных к образцам  $10/8$ ;  $10/3$ ;  $-10/4$  и –